LÝ THUYẾT ANTEN

Hà Nội, 2024

MỞ ĐẦU

Các kỹ sư vô tuyến, ra dar , truyền thông đều phải có kiến thức về kỹ thuật anten**.** Trong các hệ thống truyền thông vô tuyến, anten đóng vai trò vô cùng quan trọng. Thiếu nó không hệ thống vô tuyến nào hoạt động. Công nghệ anten cho các hệ thống thông tin di động không ngừng phát triển: từ các mảng anten với vài lưỡng cực lên các mảng anten lớn có đến hàng trăm lưỡng cực, từ các mảng anten kết nối đến các đầu vô tuyến bằng cáp đồng trục, đến các mảng anten được tích hợp với các đầu thu phát vô tuyến. Tài liệu này sẽ cung cấp cho các kỹ sư vô tuyến các vấn đề căn bản nhất về lý thuyết anten.

NỘI DUNG

Chương 1. Cơ sở lý thuyết anten

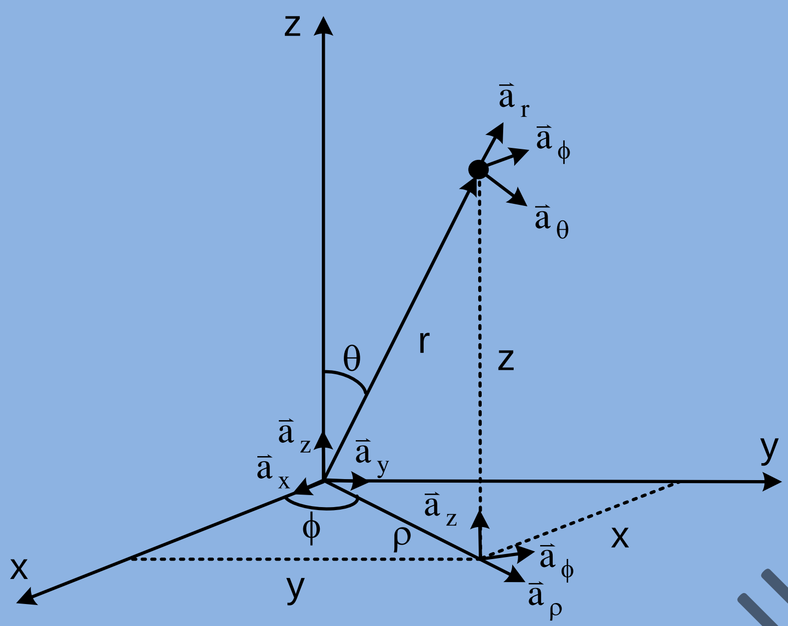
Chương 2. Các nguyên tố phát xạ

Chương 1
CƠ SỞ LÝ THUYẾT ANTEN

1.1. HỆ TỌA ĐỘ VÀ CÁC TOÁN TỬ SỬ DỤNG CHO PHÂN TÍCH ANTEN

1.1.1. Các hệ tọa độ sử dụng cho phân tích anten

Hình 1.1 biểu thị các hệ tọa độ: Descartese ($\vec{a}_x, \vec{a}_y.\vec{a}_z$), trụ ($\vec{a}_\rho, \vec{a}_\phi$) và cầu ($\vec{a}_r, \vec{a}_\theta.\vec{a}_\phi$)



Hình 1.1. Các hệ tọa độ: Descartese ($\vec{a}_x,\vec{a}_y.\vec{a}_z$), trụ ($\vec{a}_\rho,\vec{a}_z,\vec{a}_\phi$) và cấu ($\vec{a}_r,\vec{a}_\theta.\vec{a}_\phi$)

Trong hệ tọa độ trụ, vectơ tại điểm quan sát $\vec{r}(\rho,\phi,z)$ được xác định bởi ba vectơ đơn vị: $\vec{a}_\rho$, $\vec{a}_\phi$ và $\vec{a}_z$

Quan hệ giữa các hệ toạ độ Descartese và trụ như sau:

1. Hình chiếu của ρ lên các trục của tọa độ Descartese

$$\begin{cases} \vec{a}_\rho.\vec{a}_x = \cos\phi \\ \vec{a}_\rho.\vec{a}_y = \sin\phi \\ \vec{a}_\rho.\vec{a}_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \rho\cos\phi \\ y = \rho\sin\phi \\ z = 0 \end{cases} \tag{1.1}$$

2. Chuyển tọa độ Descartese vào tọa độ trụ:

$$\begin{bmatrix} \vec{a}_\rho \\ \vec{a}_\phi \\ \vec{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_x \\ \vec{a}_y \\ \vec{a}_z \end{bmatrix} \tag{1.2a}$$

3. Chuyển tọa độ trụ vào tọa độ Descartese:

$$\begin{bmatrix} \vec{a}_x \\ \vec{a}_y \\ \vec{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_\rho \\ \vec{a}_\phi \\ \vec{a}_z \end{bmatrix} \tag{1.2b}$$

Quan hệ giữa các tọa độ Descartese và cầu:

1. Hình chiếu của r lên các trục của hệ tọa độ Descartese:

$$\begin{cases} \vec{a}_r.\vec{a}_x = \sin\theta\cos\phi \\ \vec{a}_r.\vec{a}_y = \sin\theta\sin\phi \\ \vec{a}_r.\vec{a}_z = \cos\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = r\sin\theta\cos\phi \\ y = r\sin\theta\sin\phi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \qquad (1.3)$$

2. Chuyển tọa Descartese vào tọa độ cầu

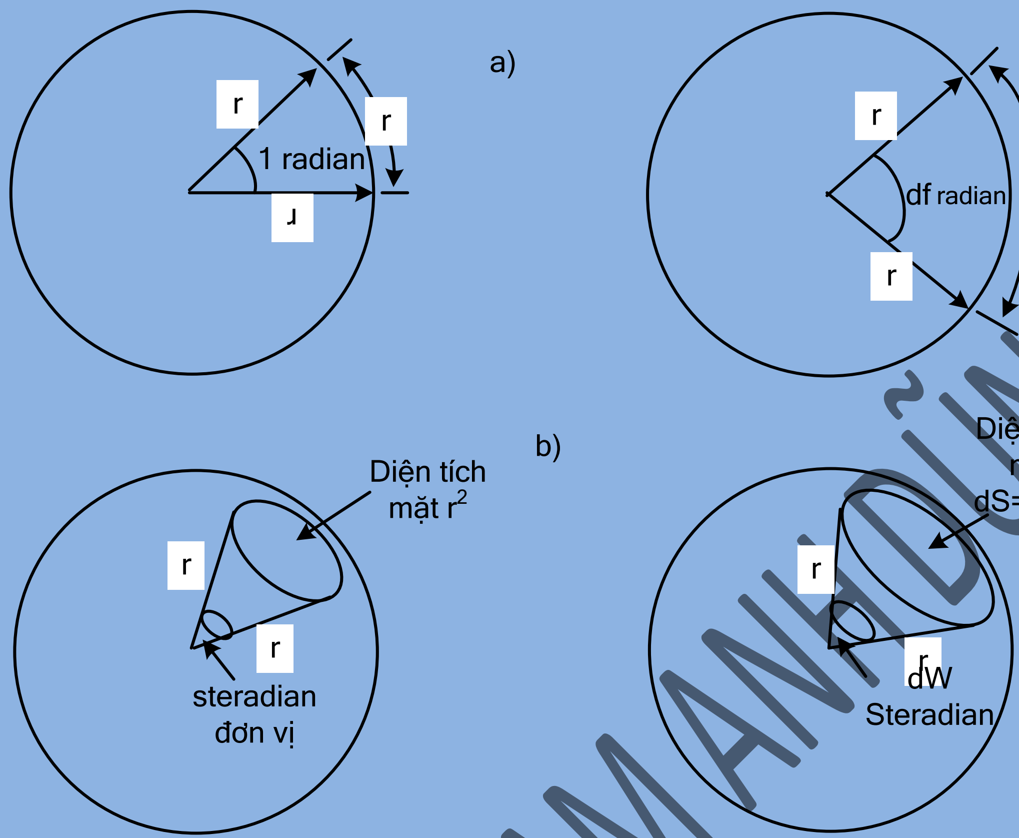
$$\begin{bmatrix} \vec{a}_r \\ \vec{a}_\theta \\ \vec{a}_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_x \\ \vec{a}_y \\ \vec{a}_z \end{bmatrix} \qquad (1.4)$$

3. Chuyển tọa cầu vào tọa độ Descartese

$$\begin{bmatrix} \vec{a}_x \\ \vec{a}_y \\ \vec{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\theta\sin\phi & \cos\theta\sin\phi & \cos\phi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_r \\ \vec{a}_\theta \\ \vec{a}_\phi \end{bmatrix} \qquad (1.5)$$

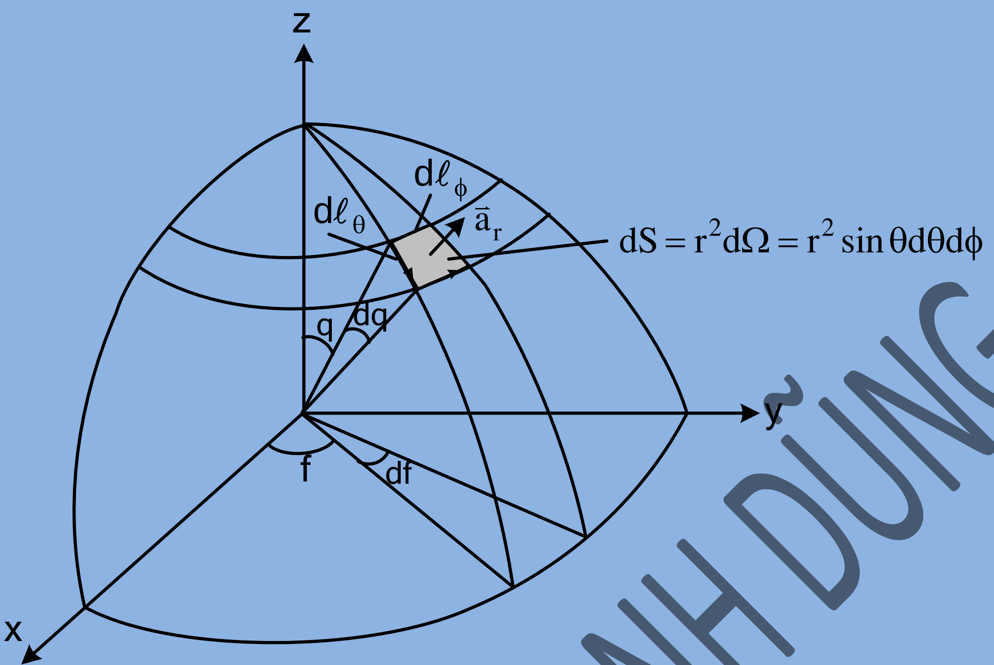
1.1.2. Góc khối (góc lập thể)

Các góc của mặt phẳng được đo bằng radian và theo định nghiã, một cung có độ dài r bằng bán kính tạo nên góc một radian tại tâm của đường tròn. Góc dϕ radian xác định cung độ dài rdϕ trên đường tròn. Hình 1.2a minh hoạ điều này. Chu vi đường tròn là 2πr và vì thế tổng góc tại tâm là 2π. Bây giờ ta đi xét góc khối. Một mặt cầu bán kính r với diện tích r^2 sẽ tạo nên góc khối đơn vị tại tâm mặt cầu (hình 1.2b). Đơn vị cho góc khối là steradian. Góc khối dΩ steradian xác định diện tích mặt cầu dS= r^2dΩ. Hay nói một cách khác diện tích mặt cầu dS tạo nên một góc khối dΩ=dS/r^2 tại tâm quả cầu.



Hình 1.2. a) Định nghĩa radian. b) Định nghĩa steradian

Hình 1.3 cho thấy góc khối được xác định theo các góc θ và ϕ trong hệ tọa độ cầu.



Hình 1.3. Góc lập thể được xác định theo các góc θ và ϕ

Phần tử mặt trên hình cầu được xác định bởi: $dS=d\ell_\theta d\ell_\phi$ với $d\ell_\theta = rd\theta, d\ell_\phi = r\sin\theta d\phi$, nên:

$$dS=r^2\sin\theta d\theta d\phi \tag{1.6}$$

Góc khối vô cùng nhỏ Ω đối diện hình nón dθ,dϕ bằng:

$$dS=r^2 d\Omega \Rightarrow d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi \tag{1.7}$$

Góc lập thể đối diện toàn cầu đơn vị steradian được xác định như sau:

$$\Omega_{sphere} = \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi \tag{1.8}$$

Và diện tích của mặt cầu bằng:

$$S= 4\pi r^2 \tag{1.9}$$

1.1.3. Các toán tử Lamplace: del ∇

1.1.3.1. Các toán tử trong hệ tọa Descartese

$$\text{gradu} = \nabla u = \vec{a}_x \frac{\partial u}{\partial x} + \vec{a}_y \frac{\partial u}{\partial y} + \vec{a}_z \frac{\partial u}{\partial z} \qquad (1.10)$$

$$\text{div}\vec{A} = \nabla.\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad (1.11)$$

$$\text{rot}\vec{A}(x,y,z) = \text{curl}\vec{A}(x,y,z) = \nabla x\vec{A}(x,y,z) = \det\begin{bmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ g_x & g_y & g_z \end{bmatrix}$$

$$= \vec{a}_x\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \vec{a}_y\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \vec{a}_z\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \qquad (1.12)$$

$$\text{divgradu} = \nabla.\nabla u = \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

1.1.3.2. Các toán tử trong hệ tọa cầu

Toán tử gradient trong hệ tọa độ cầu như sau:

$$\text{gradu}(r,\theta,\phi) = \nabla u = \vec{a}_r \frac{\partial u}{\partial \ell_r} + \vec{a}_\theta \frac{\partial u}{\partial \ell_\theta} + \vec{a}_\phi \frac{\partial u}{\partial \ell_\phi}$$

$$= \vec{a}_r \frac{\partial u}{\partial r} + \vec{a}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \vec{a}_\phi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial \phi} \qquad (1.13)$$

Trong đó độ dài ℓ_θ=rdθ≈rdθ và ℓ_ϕ=r sinθdθ là các dịch vị vô cùng nhỏ theo phương $\vec{a}_\theta$ và $\vec{a}_\phi$ trên mặt cầu bán kính r (hình 1.3).

$$\mathrm{div}\vec{A}(r,\rho,\theta)=\nabla.\vec{A}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2A_r\right)}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(\sin\theta A_\theta\right)}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} \qquad (1.14)$$

$$\mathrm{rot}\vec{A}(r,\theta,\phi)=\mathrm{curl}\vec{A}(r,\theta,\phi)=\nabla x\vec{A}=\frac{1}{r^2\sin\theta}\det\begin{bmatrix}\vec{a}_r & r\vec{a}_\theta & \vec{a}_\phi r\sin\theta\\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\phi}\\ A_r & rA_\theta & rA_\phi\sin\theta\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial(\sin\theta A_\phi)}{\partial\theta}-\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right)\vec{a}_r+\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi}-\frac{\partial(rA_\phi)}{\partial r}\right)\vec{a}_\theta \qquad (1.15)$$

$$+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\vec{a}_\phi$$

$$\mathrm{divgradu}=\nabla.\nabla u=\nabla^2u=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)$$

$$+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2u}{\partial\phi^2} \qquad (1.16)$$

1.1.3.4 Một số công thức hữu ích

$$\nabla\times\nabla\times\vec{F}=\nabla\left(\nabla.\vec{F}\right)-\nabla^2\vec{F} \qquad (1.17)$$

$$\nabla.\nabla\times\vec{F}=0 \qquad (1.18)$$

$$\nabla\times\left(\nabla f\right)=0 \qquad (1.19)$$

Tác động của các toán tử grad (∇), div (∇.) và curl (∇x) lên các hàm sin dẫn đến các kết quả sau:

$$\nabla\sin\left(\vec{k}.\vec{r}\right)=\vec{k}\cos\left(\vec{k}.\vec{r}\right) \qquad (1.20)$$

$$\nabla.\vec{A}\sin\left(\vec{k}.\vec{r}\right)=\vec{k}.\vec{A}\cos\left(\vec{k}.\vec{r}\right) \qquad (1.21)$$

$$\nabla\times\vec{A}\sin\left(\vec{k}.\vec{r}\right)=\vec{k}\times\vec{A}\cos\left(\vec{k}.\vec{r}\right) \qquad (1.22)$$

Trong đó $\vec{r}(x,y,z)$ là vectơ vị trí còn $\vec{k}$ và $\vec{A}$ là vectơ không đổi.

Định lý Gauss đối với mọi vectơ trường $\vec{A}$ ($\vec{D}$ hoặc $\vec{B}$) (xem hình 1.4):

$$\int_V \nabla.\vec{A}dV = \int_S \vec{A}.d\vec{S} \qquad (1.23)$$

Định lý Stoke đối với mọi vectơ trường $\vec{A}$ ($\vec{E}$ hoặc $\vec{H}$) (xem hình 2):

$$\int_S \nabla\times\vec{A}dV = \oint_\Gamma \vec{A}.d\vec{\ell} \qquad (1.24)$$

1.2. CÁC PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL

Phân tích các quá trình điện từ chỉ có thể dựa trên bốn phương trình Maxwell vi phân và tích phân được cho trong bảng 1.1.

Bảng 1.1. Phương trình Maxwell

Thứ tự	**Phương trình vi phân**	**Phương trình tích phân**	**Chuyển đổi từ phương trình vi phân vào tích phân**
1	$\nabla\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\oint_\Gamma \vec{H}.d\vec{\ell} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right).d\vec{S}$	Sử dụng định lý Stoke, phương trình (24)
2	$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\oint_\Gamma \vec{E}.d\vec{\ell} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.d\vec{S}$	Sử dụng định lý Stoke, phương trình (24)
3	$\nabla.\vec{D} = \rho$	$\int_S \vec{D}.d\vec{S} = Q$	Sử dụng định lý Gauss, phương trình (23)
4	$\nabla.\vec{B} = 0$	$\int_S \vec{B}.d\vec{S} = 0$	Sử dụng định lý Gauss, phương trình (23)

Trong đó:

$\vec{D}$ là vectơ điện dịch (C/m^2)

$\vec{E}$ là vectơ cường độ điện trường (V/m)

$\vec{B}$ là vectơ cảm ứng từ ($V.s/m^2$)

$\vec{H}$ là vectơ cường độ từ trường (A/m)

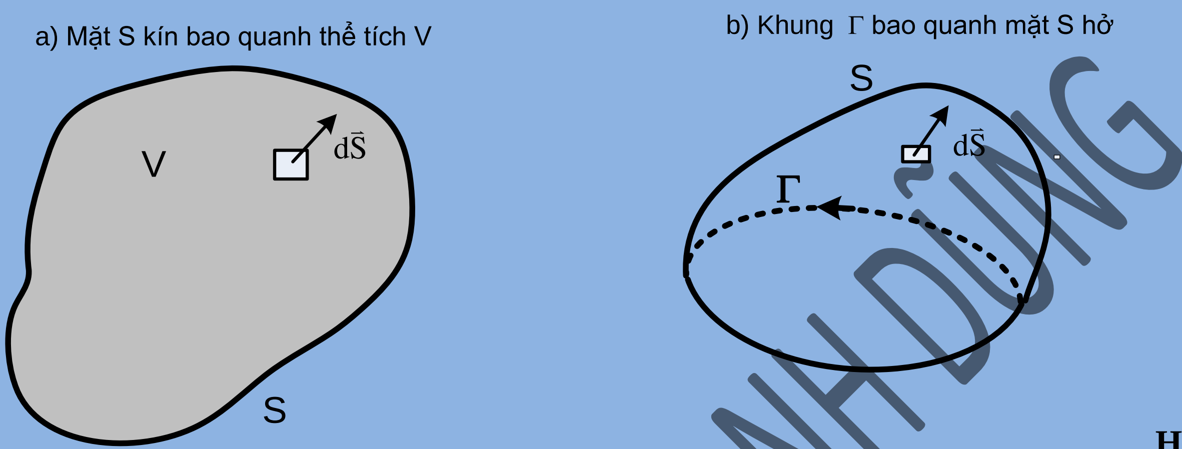
Q là điện tích (C)

ρ là mật độ điện tich khối (C/m^3)

$\vec{J}$ là vectơ mật độ dòng điện (A/m^2)

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ là vectơ mật độ dòng điện dịch (A/m^2)

Các tích phân trong các phương trình Maxwell được thực hiện theo diện tích S kín, hở và khung Γ như trên hình 1.4.



Hình 1.4. Các tích phân trong các phương trình Maxwell được thực hiện theo diện tích S kín, hở và khung

Trong trường hợp môi trường đẳng hướng tuyến tính (chân không) các vectơ trên liện hệ với nhau như sau:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E},\ \vec{B} = \mu_0 \vec{H},\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \qquad (1.25)$$

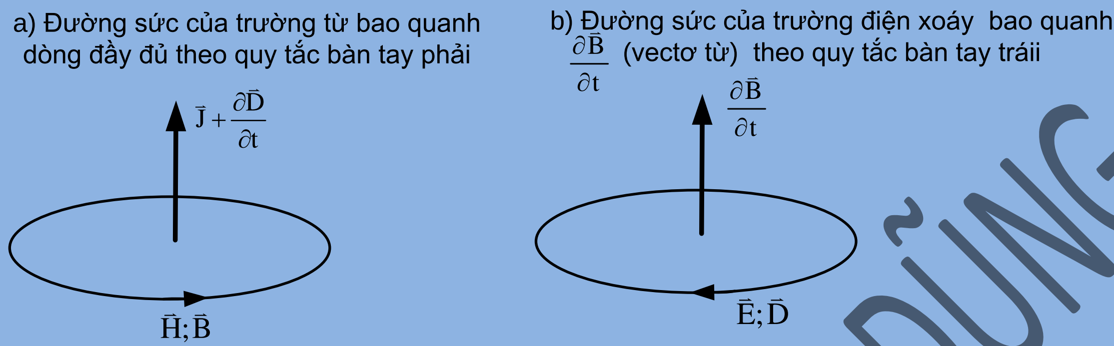
Trong đó ε_0, μ_0, σ là hằng số điện môi, hằng số từ và điện dẫn.

Tại vùng cách xa nguồn, các phương trình Maxwell có dạng đơn giản hơn:

$$\left.\begin{array}{l} \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla . \vec{D} = 0 \\ \nabla . \vec{B} = 0 \end{array}\right\} \qquad (1.26)$$

Ý nghĩa của các phương trình Maxwell như sau.

Phương trình Maxwell thứ nhất phát biểu rằng các nguồn vectơ của từ trường $\vec{H}$ có thể là các dòng điện dẫn $\vec{J}$ hoặc các dòng điện điện dịch $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ hay dòng đầy đủ bao gồm cả hai. Nói một cách khác các dòng nói trên sẽ tạo ra các vòng xoắn đường sức từ từ trường $\vec{H}$. Quan hệ giữa các vectơ nguồn và các vòng xoáy từ trường tuân theo quy tắc bàn tay phải (hình 1.5a). Tại vùng xa nguồn điện ($\vec{J}=0$) vectơ điện trường biến thiên điện trường $\vec{E}$ ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}=\varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$) sẽ tạo nên các vòng xoáy từ trường $\vec{H}$ theo quy tắc bàn tay phải.



Hình 51.. a) $\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ là nguồn tạo ra vòng xoáy đường sức của các vectơ từ trường; b) $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ là nguồn tạo ra các vòng xoáy điện trường.

Phương trình Maxwell thứ hai phát biểu rằng các vectơ nguồn của điện trường là biến thiên của từ trường $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$. Nói một cách biến thiên của từ trường $\vec{H}$ $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}=\mu\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right)$ sẽ sinh ra các vòng xoáy đường sức điện trường $\vec{E}$. Quan hệ giữa các vectơ nguồn $\vec{H}$ và các vòng xoáy điện trường tuân theo quy tắc bàn tay trái (hình 1.5b).

Phương trình thứ ba phát biểu rằng đường sức điện trường điện trường $\vec{E}$ $\left(\vec{D}=\varepsilon\vec{E}\right)$ bắt nguồn từ các điện tích dương ($\rho>0$) và kết thúc tại điện tích âm ($\rho<0$).

Phương trình thư tư phát biểu rằng đường sức của từ trường $\vec{H}$ $\left(\vec{B}=\mu\vec{H}\right)$ không có điểm đầu và điểm cuối, hay nói một cách khác đường sức của từ trường là một vòng xoáy khép kín

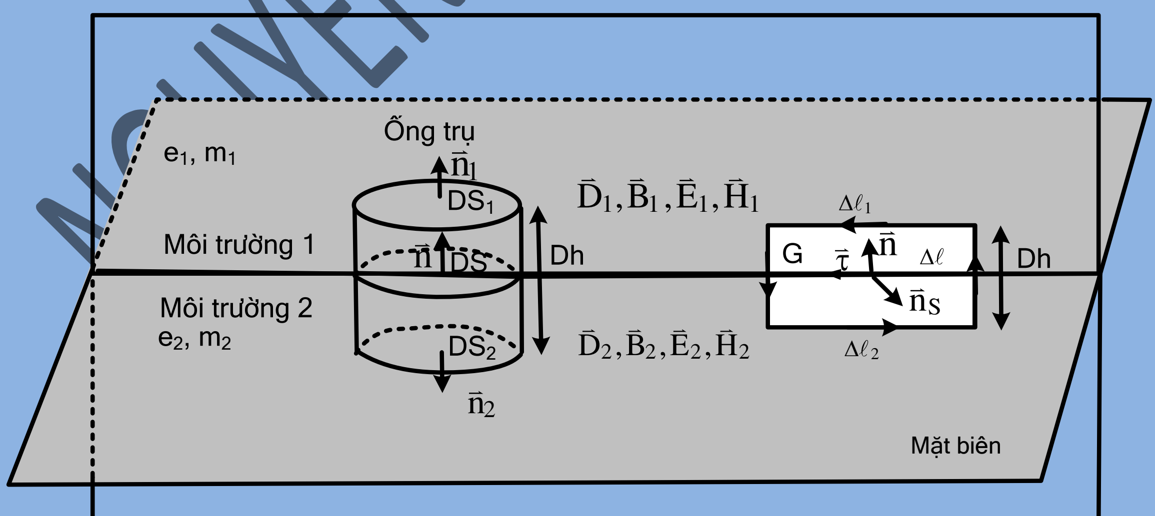
Trên cơ sở các phương trình Maxwell ta có thể rút ra các kết luận sau liên quan đế các tính chất của điện từ trường. Điện trường và từ trường liên quan mật thiết với nhau. Mọi sự thay đổi của một trường dẫn đến thay đổi của trường còn lại. Trong trừơng hợp tĩnh điện, điện trường có thể tồn tại mà không có từ trường. Nguồn điện từ trường là dòng điện và điện tích. Từ trường luôn là xoắn, còn điện trường có thể là xoắn hoặc là thế. Điện trường chỉ là thế thuần túy trong trường hợp tĩnh điện. Đường sức của điện trường có thể có điểm xuất phát và điểm kết thúc. Đường sức của từ trường luôn liên tục.

Từ phương trình Maxwell thứ nhất ta thấy, đường sức của từ trường bao quang dòng đầy đủ (gồm dòng điện dẫn và dòng dịch) theo quy tắc bàn tay phải. Tương tự từ phương trình thứ hai ta thấy, đường sức của từ trường xoáy bao quanh đường sức của của vectơ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (hay đường sức của vectơ $\vec{H}$) theo quy tắc bàn tay trái.

1.3. CÁC ĐIỀU KIỆN BIÊN

Các điều kiện biên cho thấy quan hệ giữa các vectơ điện từ trường tại các môi trường khác nhau trên mặt phân chia các môi trường.

Ta xét một mặt biên phân chia hai môi trường 1 và 2 trong đó trường trong môi trường 1 được đánh chỉ số 1 còn trường trong môi trường hai được đánh chỉ số 2 (hình 1.6). Trên mặt biên này ta xét một ống trụ thẳng đứng diện tích S, thể tích ΔV có chiều cao Δh có đáy ΔS_1, ΔS_2 trong môi trường 1 và 2, có diện tích bên ống trụ S_b. Ống trụ cắt mặt biên tại thiết diện ΔS. Cũng trên mặt biên này ta xét một khung Γ có chiều cao Δh, chiều rộng $\Delta \ell_1$ và $\Delta \ell_2$ nằm trong hai môi trường . Khung cắt mặt biên một đoạn là $\Delta \ell$. Ta ký hiệu $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ là vectơ pháp tuyến đơn vị đối với diện tích ΔS1, ΔS2 và $\vec{n}$ là các vectơ pháp tuyến đơn vị đối với ΔS và đồng thời cũng là pháp tuyến đơn vị đối với mặt biên. Ta ký hiệu $\vec{n}$, $\vec{n}_S$ là các vectơ pháp tuyến với mặt biên, với mặt chứa khung Γ: ΔS (đồng thời cũng là vectơ đơn vị tiếp tuyến với mặt biên) và $\vec{\tau}_1$, $\vec{\tau}_2$, $\vec{\tau}$ là vectơ đơn vị của các đoạn $\Delta \ell_1$, $\Delta \ell_2$ và $\Delta \ell$. Các vectơ $\vec{\tau}$, $\vec{n}_S$, $\vec{n}$ hợp nhau theo quy tắc bàn tay phải.



Hình 1.6. Ta xét một mặt biên phân chia hai môi trường với hình trụ và khung để xét điều kiện biên.

Để tìm điều kiện biên cho $\vec{D}$, ta sử dụng phương trình Maxwell tích phân thứ ba trong bảng 1.1 với tích phân được lấy theo diện tích S và thể tích ΔV của hình trụ trên mặt biên:

$$\int_S \vec{D}.d\vec{S} = \int_{\Delta S1} \vec{D}_1.d\vec{S}_1 + \int_{S_b} \vec{D}.d\vec{S} + \int_{\Delta S2} \vec{D}_2.d\vec{S}_2 = \int_{\Delta V} \rho dV = \Delta Q \qquad (1.27)$$

trong đó $\Delta\vec{S}_1 = \vec{n}_1\Delta S_1, d\vec{S}_2 = \vec{n}_2\Delta S_2$, $\Delta V \approx \Delta S.\ \Delta h$, $\rho = \dfrac{\Delta Q}{\Delta V}$, ΔQ là điện tích trong thể tích ΔV.

Cho Δh, ΔS_1, ΔS_2 tiến tới không ta được:

$\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta V \to \Delta S,$

$\vec{D}_1 d\vec{S}_1 = \vec{D}_1.\vec{n}_1 dS_1 \to \vec{D}_1.\vec{n}dS$

$\vec{D}_2 d\vec{S}_2 = \vec{D}_2.\vec{n}_2 dS_2 \to -\vec{D}_2.\vec{n}dS$

$\rho = \dfrac{\Delta Q}{\Delta V} \to \rho_s = \lim\limits_{dS\to 0}\dfrac{dQ}{dS}, \Delta Q \to \rho_s dS$

Khi này điều kiện biên cho $\vec{D}$ như sau:

$$\left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right).\vec{n} = \rho_s \Rightarrow D_{1n} - D_{2n} = \rho_s \qquad (1.28)$$

trong đó $\vec{n}$ là vectơ đơn vị pháp tuyến mặt biên tại điểm xét, ρ_s là mật độ điện tích bề mặt được xác định như sau: $\rho_s = \lim\limits_{dS\to 0}\dfrac{dQ}{dS}$ là mật độ điện tích bề mặt. Như vậy pháp tuyến của vectơ $\vec{D}$ bị gián đoạn một lượng bằng ρ_s khi chuyển qua ranh giớt giữa hai môi trường.

Trường hợp mật độ điện tích bề mặt bằng không sự gián đoạn của pháp tuyến vectơ $\vec{D}$ khi chuyển qua rang giới biên mất, tuy nhiên gián đoạn lại xẩy ra đối với pháp tuyên vectơ $\vec{E}$ một lượng bằng tỷ số hằng số điện môi:

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (1.29)$$

Tương tự để tìm điều kiện biên cho $\vec{B}$ ta sử dụng phương trình Maxwell thứ tư trong bảng 1 với tích phân được lấy theo diện tích S và thể tích V của hình trụ trên mặt biên:

$$\int_S \vec{B}.d\vec{S} = \int_{\Delta S_1} \vec{B}_1.d\vec{S}_1 + \int_{\Delta S_b} \vec{B}.d\vec{S} + \int_{\Delta S_2} \vec{B}_2.d\vec{S}_2 = 0 \qquad (1.30)$$

trong đó $\Delta\vec{S}_1 = \vec{n}_1\Delta S_1, d\vec{S}_2 = \vec{n}_2\Delta S_2$.

Cho Δh, ΔS_1, ΔS_2 tiến tới không ta dược điều kiện biên cho $\vec{B}$ như sau:

$$\left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right), \vec{n} = 0 \Rightarrow B_{1n} = B_{2n} \qquad (1.31)$$

trong đó B_{1n} và B_{2n} là các thành phần pháp tuyến của các vectơ cảm ứng từ trong môi trường 1 và hai tại điểm xét. Như vậy pháp tuyến của vectơ $\vec{B}$ không đổi khi chuyển biên giới giữa hai môi trường. Tuy nhiên pháp tuyến của vectơ $\vec{H}$ lại bị gián đoạn một lượng phụ thuộc vào tỷ số độ thẩm từ của hai môi trường:

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \qquad (1.32)$$

Để tìm điều kiện biên cho $\vec{E}$ ta sử dụng phương trình Maxwell thứ hai trong bảng 1 với tích phân được lấy theo khung Γ và diện tích S trên mặt biên:

$$\oint_\Gamma \vec{E}.d\vec{\ell} = \int_{\Delta\ell_1} \vec{E}_1.d\vec{\ell}_1 + \int_{\ell_b} \vec{E}.d\vec{\ell} + \int_{\Delta\ell_2} \vec{E}_2.d\vec{\ell}_2 = -\int_{\Delta S} \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.d\vec{S} \qquad (1.33)$$

trong đó $d\vec{\ell}_1 = \vec{\tau}d\ell_1, d\vec{\ell}_2 = \vec{\tau}d\ell_2$, $d\vec{S} = \vec{n}_S dS$, $\vec{\tau} = \vec{n}_S \times \vec{n}$

Cho Δh, $\Delta\ell_1$, $\Delta\ell_2$ tiến tới không ta được tích phân vế phải của phương trình trên tiên tới không và:

$$\Delta\ell_1, \Delta\ell_2, \Delta S \to \Delta\ell,$$
$$\vec{E}_1 d\vec{\ell}_1 = \vec{E}_1\vec{\tau}_1 d\ell_1 \to \vec{E}_1\vec{\tau}d\ell$$
$$\vec{E}_2 d\vec{\ell}_2 = \vec{E}_2\vec{\tau}_2 d\ell_2 \to \vec{E}_2\vec{\tau}d\ell$$

trong đó $\vec{\tau}_1$, $\vec{\tau}_2$ và $\vec{\tau}_2$ là vectơ đơn vị của $\Delta\ell_1$, $\Delta\ell_2$ và $\Delta\ell$

Khi này điều kiện biên cho $\vec{E}$ với mọi tiếp tuyến $\vec{\tau}$ như sau:

$$\left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right).\vec{\tau} = 0 \Rightarrow E_{1\tau} = E_{2\tau} \Rightarrow \vec{n} \times \left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0 \qquad (1.34)$$

trong đó $E_{1\tau}$ và $E_{2\tau}$ là các thành phần tiếp tuyến của vectơ $\vec{E}$ tại biên giữa hai môi trường. Như vậy tiếp tuyến của vectơ $\vec{E}$ không đổi khi chuyển qua biên hai môi trường. Tuy nhiên đôi với vectơ $\vec{D}$ ta có:

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (1.35)$$

Như vậy tiếp tuyến vectơ $\vec{D}$ bị gián đoạn một lượng bằng tỷ số hằng số điện môi khi chuyển qua biên hai môi trường.

Để tìm điều kiện biên cho $\vec{H}$ ta sử dụng phương trình Maxwell thứ nhất trong bảng 1 với tích phân được lấy theo khung trên mặt biên:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H}.d\vec{\ell} = \int_{\Delta\ell_1} \vec{H}_1.d\vec{\ell} + \int_{\Delta\ell_b} \vec{H}.d\vec{\ell} + \int_{\Delta\ell_2} \vec{H}_2.d\vec{\ell} = \int_{\Delta S} \vec{J}.d\vec{S} = \Delta I \qquad (1.36)$$

trong đó $d\vec{\ell}_1 = \vec{\tau} d\ell_1, d\vec{\ell}_2 = \vec{\tau} d\ell_2$, $d\vec{S} = \vec{n}_S dS \approx \vec{n}_S \Delta\ell\Delta h$, $\vec{J} = \vec{J}_0 \dfrac{\Delta I}{\Delta S}$, $\vec{\tau} = \vec{n}_S \times \vec{n}, \vec{n}_S = \vec{n} \times \vec{\tau}$, $\vec{J}_0$ là vectơ đơn vị chỉ chiều dòng điện, ΔI là dòng điện đi qua ΔS.

Cho Δh, $\Delta\ell_1$, $\Delta\ell_2$ tiến tới không ta được:

$$\Delta\ell_1, \Delta\ell_2, \Delta S \to \Delta\ell,$$
$$\vec{H}_1 d\vec{\ell}_1 = \vec{H}_1 \vec{\tau}_1 d\ell_1 \to \vec{H}_1 \vec{\tau} d\ell$$
$$\vec{H}_2 d\vec{\ell}_2 = \vec{H}_2 \vec{\tau}_2 d\ell_2 \to \vec{H}_2 \vec{\tau} d\ell$$
$$\vec{J} = \vec{J}_0 \frac{\Delta I}{\Delta S} \to \vec{J}_s = \vec{J}_0 \lim_{\Delta\ell \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta\ell} \to \vec{J}.d\vec{S} = \vec{J}_s.\vec{n}_S d\ell$$

trong đó $\vec{J}_s = \vec{J}_0 \lim\limits_{\Delta\ell \to 0} \dfrac{\Delta I}{\Delta\ell}$ là vectơ mật độ dòng điện bề mặt.

Khi này điều kiện biên cho $\vec{H}$ với mọi tiếp tuyến $\vec{\tau}$ như sau:

$$\left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right).\vec{\tau} = \vec{J}_S.\vec{n}_S \Rightarrow H_{1\tau} - H_{2\tau} = J_{SN}$$
$$\Rightarrow \vec{n} \times \left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = \vec{J}_s \qquad (1.36)$$

trong đó $H_{1\tau}$ và $H_{2\tau}$ và các thành phần tiếp tuyến của vectơ $\vec{H}$ tại môi trường 1 và 2, J_{SN} là thành phần hình chiếu của vectơ $\vec{J}$ lên $\vec{n}_S$. Như vậy khi chuyển qua biên giữa hai môi trường có dòng điện mặt, các thành phần tiếp tuyến của vectơ $\vec{H}$ bị gián đoạn một lượng bằng hình chiếu của vectơ mật độ dòng điện mặt tại điểm quan sát lên vectơ đơn vị vuông góc với mặt khung.

Đối với vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ ta có:

$$\frac{B_{1\tau}}{\mu_1} - \frac{B_{2\tau}}{\mu_2} = J_{SN} \qquad (1.38)$$

Dưới đây ta tổng kết lại điều kiện biên đã xét ở trên như sau:

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_s, \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right).\vec{n} = \rho_s \qquad (1.39)$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0, \left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right).\vec{n} = 0 \qquad (1.40)$$

$$E_{1\tau} - E_{2\tau} = 0, \vec{n} \times \left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0 \qquad (1.41)$$

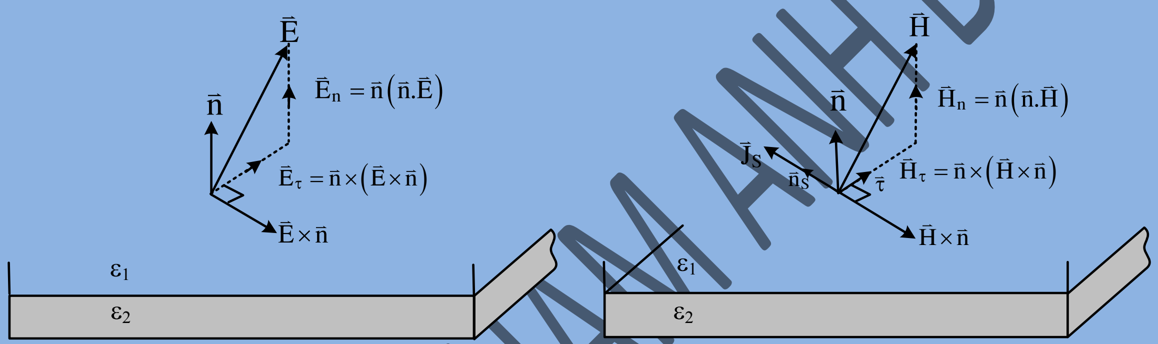
$$\vec{H}_{1t} - \vec{H}_{2t} = \vec{J}_s \times \vec{n}, \vec{n} \times \left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = \vec{J}_s \qquad (1.42)$$

Nhân hai vectơ vế của các phương trình (41) và (42) với $\vec{n}$ ta có thể viết các điều kiện biên này ở dạng vectơ như sau (xem hình 7):

$$\vec{n} \times \left(\vec{E}_1 \times \vec{n}\right) - \vec{n} \times \left(\vec{E}_2 \times \vec{n}\right) = 0 \qquad (1.43)$$

$$\vec{n} \times \left(\vec{H}_1 \times \vec{n}\right) - \vec{n} \times \left(\vec{H}_1 \times \vec{n}\right) = \vec{J}_s \times \vec{n} \qquad (1.44)$$

Phương của các thành phần trường được cho trên hình 1.7.



Hình 1.7. Phương của các trường tại biên

Trường hợp môi trường 2 là kim loại dẫn điện lý tưởng (σ=∞) không có thành phần trường trong môi trường 2 nên ta có các điều kiện biên sau:

$$D_{1n} = \rho_s, \ \vec{D}_1.\vec{n} = \rho_s \qquad (1.45a)$$

khi không có điện tích bên ngoai (ρ_s=0)

$$D_{1n} = 0, \ \vec{D}_1.\vec{n} = 0 \qquad (1.45b)$$

$$B_{1n} = 0, \vec{B}_1.\vec{n} = 0 \qquad (1.46)$$

$$E_{1\tau} = 0, \ \vec{n} \times \vec{E}_1 = 0 \qquad (1.47)$$

$$\vec{H}_{1t} = \vec{J}_s \times \vec{n}, \ \vec{n} \times \vec{H}_1 = \vec{J}_s \qquad (1.48)$$

1.4. PHỤ THUỘC TRƯỜNG VÀO THỜI GIAN ĐIỀU HÒA (cos ωt)

Các phương trình Maxwell được đơn giản đáng kể khi xét ở dạng thời gian điều hòa. Thông qua biến đổi Fourier ngược, ta có thể biểu diễn các lời giải tổng quát của phươngtrình Maxwell là kết hợp tuyến tính của của các lời giải đơn tần:

$$\tilde{E}\left(r,t\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\vec{E}(r,\omega)e^{j\omega t}\frac{d\omega}{2\pi} \qquad (1.49)$$

Trong đó $\tilde{E}\left(r,t\right)$ là vectơ phức tức thời, $\vec{E}(r,\omega)$ là vectơ biên độ phức và ta coi rằng tất cả các trường phụ thuộc thời gian theo hàm $e^{j\omega t}$ ở giá trị phức, hay ở giá trị thực $Re(e^{j\omega t})=\cos\omega t$ như sau:

$$\tilde{E}(r,t)=\vec{E}(r)e^{j\omega t} \text{ hay giá trị thực } Re\left(\tilde{E}(r,t)\right)=Re\left(\vec{E}(r)e^{j\omega t}\right) \qquad (1.50)$$

$$\tilde{H}(r,t)=\vec{H}(r)e^{j\omega t} \text{ hay giá trị thực } Re\left(\tilde{H}(r,t)\right)=Re\left(\vec{H}(r)e^{j\omega t}\right) \qquad (1.51)$$

Trong đó $\tilde{E}(r,t)$, $\tilde{H}(r,t)$ là các vectơ điện trường và từ trường phức tức thời và $\vec{E}(r)$, $\vec{H}(r)$ là các vectơ biên độ phức. Khi này vì $\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}=j\omega$, nên ta có thể viết lại các phương trình Maxwell vi phân trong bảng 1.1 như sau:

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+j\omega\vec{D} \qquad (1.52)$$

$$\nabla\times\vec{E}=-j\omega\vec{B} \qquad (1.53)$$

$$\nabla.\vec{D}=\rho \qquad (1.54)$$

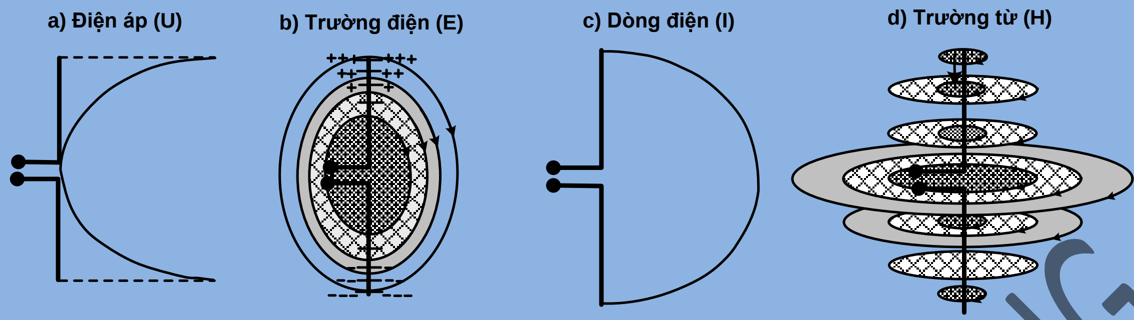
$$\nabla.\vec{B}=0 \qquad (1.55)$$

Lưu ý: Để đơn giản hoá ký hiệu, $\vec{X}$ ***trong các các phương trình Maxwell trong bảng 1.1 ký hiệu cho các vectơ thông thường, còn*** $\vec{X}$ ***sử dụng trong các chương dưới đây ký hiệu cho vectơ biên độ phức của vec tơ tức thời*** $\tilde{X}$***.***

1.5. DẠNG SÓNG ĐIỆN TỪ PHÁT XẠ TỪ ANTEN

1.5.1. Dạng sóng liên kết tại vùng gần anten

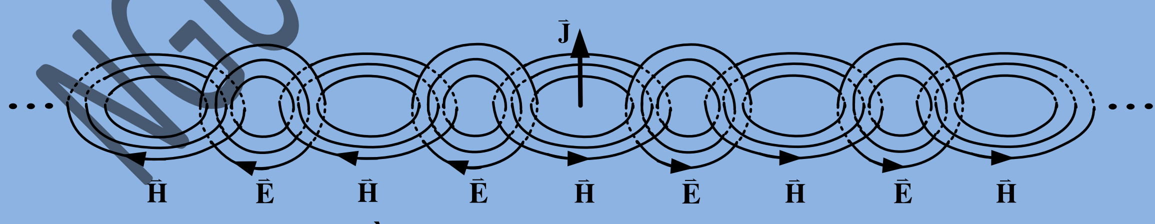
Anten là thiết bị biến đổi sóng điện từ liên kết trong phi đơ thành sóng không gian và tập trung năng lượng sóng này đến đối tác thông tin. Trong vùng gần anten sóng có dạng sóng liên kết như được mô tả trên hình 1.8 cho dạng anten lưỡng cực được kích hoạt bằng dòng điện điều hòa hàm sin.



Hình 1.8. Dạng sóng liên kết tại vùng gần anten

Từ hình 1.8a ta thấy điện áp trên lưỡng cực có phân bố với giá trị cực đại tại hai đầu lưỡng cực và cực tiểu tại tâm của nó. Điện áp này là nguyên nhân gây ra điện trường với các đường sức khởi đầu từ một đầu lưỡng cực và kết thúc tại đầu kia của nó (hình 1.8b). Dòng điện trên lưỡng cực có phân bố với giá trị cực đại tại tâm của lưỡng cực và cực tiểu tại các đầu cuối của nó (hình 8c). Dòng điện của lưỡng cực là nguyên nhân gây ra từ trường có cấu trúc được trình bày trên hình 8d. Từ hình 8d ta thấy đường sức của từ trường có dạng đường tròn bao quanh lưỡng cực.

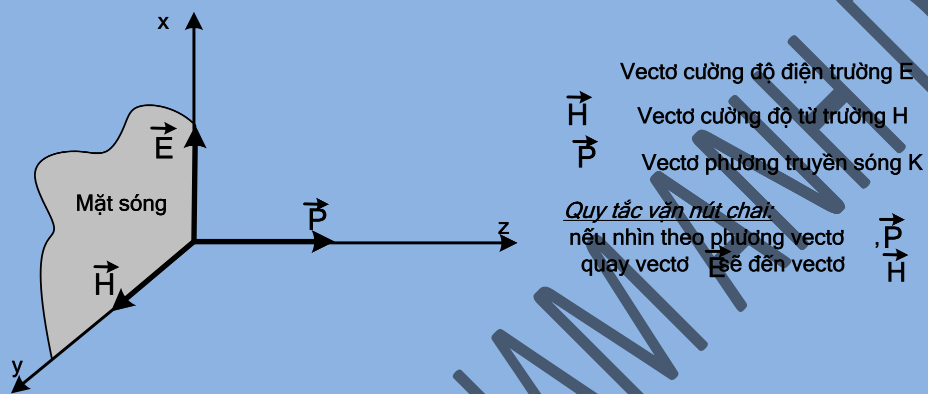
Cơ chế truyền sóng theo các phương trình Maxwell thứ nhất và thứ hai dẫn đến truyền sóng theo hình 1.9. Từ hình này ta thấy dòng điện thay đổi theo thời gian trên lưỡng cực tạo ra từ trường thay đổi theo thời gian bao quanh nó với phương xác định theo quy tắc bàn tay phải. Đến lượt mình từ trường thay đổi ($\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$) theo thời gian lại tạo ra điện trường thay đổi theo thời gian với phương xác định theo quy bắc bàn tay trái. Tiếp theo điện trường thay đổi theo thời gian dẫn đến từ trường thay đổi theo thời gian bao quanh nó theo quy tắc bàn tay phải …Quá trình này tiếp diễn dẫn đến truyền song điện từ ra xa anten.



Hình 1.9. Quá trình truyền lan sóng điện từ theo phương trình Maxwell

1.5. 2. Dạng sóng điện từ tại vùng xa anten

Sóng điện từ tại vùng xa anten là sóng không gian có dạng sóng phẳng dạng TEM (Transverse Electromagnetic). Sóng TEM là sóng trong đó vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ và cường độ từ trường $\vec{H}$ vuông góc với nhau và nằm trong cùng một mặt phẳng. Mặt phẳng này được gọi là mặt sóng. Đối với sóng TEM mặt phẳng chứa vectơ $\vec{E}$ và $\vec{H}$ vuông góc với phương truyền sóng và phương này được thể hiện bằng vectơ phương truyền sóng hay vectơ Poynting $\vec{\Pi}$ (hình 1.10). Các vectơ $\vec{E}$, $\vec{H}$ và $\vec{\Pi}$ tạo nên tập bàn tay phải tuân theo quy tắc vặn nút chai theo đó nếu nhìn theo phương truyền sóng ($\vec{\Pi}$) và quay vectơ $\vec{E}$ theo chiều kim đồng hồ thì sẽ tới vectơ $\vec{H}$



Hình 1.10. Dạng sóng TEM

1.6. MẬT ĐỘ CÔNG SUẤT PHÁT XẠ VÀ CƯỜNG ĐỘ PHÁT XẠ

1.6.1. Mật độ công suất phát xạ

Sóng điện từ được sử dụng để truyền tải thông tin qua môi trường vô tuyến từ điểm này đến điểm khác. Đại lượng được sử dụng để mô tả công suất liên kết với sóng điện từ là mật độ công suất được biểu thị bằng vectơ Poynting tức thời giá trị phức và được định nghĩa như sau:

$$\tilde{\Pi} = \tilde{E} \times \tilde{H} \qquad (1.56)$$

Trong đó $\tilde{\Pi}$ là vectơ Poynting tức thời giá trị phức [W/m^2], $\tilde{E}$ là vectơ cường độ điện trường tức thời giá trị phức [V/m] và $\tilde{H}$ là vectơ cường độ từ trường tức thời giá trị phức [A/m].

Công suất tức thời d$\tilde{P}$ đi qua một phần tử mặt phẳng dS bằng:

$$d\tilde{P} = \tilde{\prod}.d\vec{S} = \tilde{\prod}.\vec{a}_n dS \qquad (1.57)$$

trong đó là $\tilde{P}$ tổng công suất tức thời [W], $\vec{a}_n$ là vectơ đơn vị vuông góc với mặt sóng và dS là diện tích mặt nhỏ vô cùng [m^2]

Tổng công suất phát xạ tức thời được xác định như sau:

$$\tilde{P}_r = \oiint_S \tilde{\prod}.\vec{a}_n dS \qquad (1.58)$$

.

Đối với trường điều hòa, vectơ trường tức thời giá trị phức được biểu diễn ở dạng phức như sau:

$$\tilde{E}(r,t) = \tilde{E}(x,y,z;t) = \mathrm{Re}\left[\vec{E}(x,y,z)e^{j\omega t}\right] \qquad (1.59)$$

$$\tilde{H}(r,t) = \tilde{H}(x,y,z;t) = \mathrm{Re}\left[\vec{H}(x,y,z)e^{j\omega t}\right] \qquad (1.60)$$

Trong đó $\vec{E}$ và $\vec{H}$ là các vectơ trường biên độ giá trị phức.

Lưu ý $\mathrm{Re}\left[\vec{A}e^{j\omega t}\right] = \frac{1}{2}\left[\vec{A}e^{j\omega t} + \vec{A}e^{-j\omega t}\right]$, ta có thể viết vectơ Poynting tức thời như sau:

$$\tilde{\prod} = \tilde{E} \times \tilde{H} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right] + \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}e^{j2\omega t}\right] \qquad (1.61)$$

Lấy trung bình theo thời gian biểu thức (61) ta được mật độ công suất phát xạ (vectơ Poyngting) trung bình như sau:

$$\vec{\prod} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right] \qquad (1.62)$$

Từ biểu thức (1.62) ta được công suất phát xạ trung bình như sau:

$$P_r = P_{av} = \oiint_S \vec{\prod}.\vec{a}_n dS = \frac{1}{2}\oiint_S \mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right].d\vec{S} \qquad (1.63)$$

Bộ phát xạ đẳng hướng được định nghĩa là “một anten giả định không tổn hao có phát xạ đều theo mọi phương”. Tính hướng của một anten thực tế thường được so sánh với bộ phát xạ đẳng hướng. Vectơ Poynting của bộ phát xạ đẳng hướng $\vec{\prod}_I$ (I ký hiệu cho Isotropic: đẳng hướng) không phụ thuộc vào các tọa độ góc θ và ϕ vì thế công suất phát xạ của nó được xác định như sau:

$$P_r = P_{av} = \oiint_S \vec{\Pi}_I . d\vec{S} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} [\vec{a}_r \Pi_I(r)].\left[\vec{a}_r r^2 \sin\theta d\theta d\phi\right] \qquad (1.64)$$
$$= 4\pi r^2 \Pi_I$$

Trong đó chỉ số I ký hiệu cho Isotropic (đẳng hướng)

Hay mật độ công suất phát xạ đẳng hướng:

$$\vec{\Pi}_I = \vec{a}_r \Pi_I = \vec{a}_r \left(\frac{P_r}{4\pi r^2}\right) \quad [W/m^2] \qquad (1.65)$$

1.6.2. Cường độ phát xạ

Cường độ phát xạ trong một phương cho trước được định nghĩa là “công suất phát xạ từ một anten trên một đơn vị góc khối”. Vì $d\Omega = \frac{dS}{r^2}$, cường độ phát xạ có thể nhận được bằng cách nhân mật độ phát xạ với bình phương khoảng cách:

$$U = \frac{dP}{d\Omega} = \frac{\Pi dS}{d\Omega} = r^2 \Pi \qquad (1.66)$$

Trong đó P là công suất phát xạ, U là cường độ phát xạ [W/1 steradian], Π là mật độ phát xạ [W/m²], $d\Omega = dS / r^2$

Tổng công suất phát xạ nhận được từ lấy tích phân cường độ phát xạ cho toàn bộ góc khối:

$$P_r = \oiint_\Omega U d\Omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U \sin\theta d\theta d\phi \qquad (1.67)$$

Trong đó dΩ=sinθdθdϕ.

Đối với phần tử phát xạ đẳng hướng lý tưởng có cường độ phát xạ không phụ thuộc vào các góc θ và ϕ, ta có:

$$P_r = \oiint_\Omega U_I d\Omega = U_I \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi U_I \qquad (1.68)$$

Vậy cường độ phát xạ của một nguồn phát xạ đẳng hướng bằng cường độ phát xạ lấy trung bình cho tất cả các phương:

$$U_I = \frac{P_r}{4\pi} \qquad (1.69)$$

1.7. TÍNH HƯỚNG VÀ HỆ SỐ KHUẾCH ĐẠI

1.7. 1. Tính hướng

Tính hướng của một anten được định nghĩa là tỷ số giữa cường độ phát xạ từ một anten tại một phương cho trước với cường độ phát xạ lấy trung bình cho tất cả các phương (cường độ phát xạ anten đẳng hướng):

$$D(\theta,\phi) = \frac{U}{U_I} = \frac{4\pi U}{P_r} = \frac{4\pi}{P_r}\frac{dP}{d\Omega} \qquad (1.70)$$

Phát xạ cực đại sẽ xảy ra tại phương $U=U_{max}$, vì thế có thể biểu diễn tính hướng cực đại như sau:

$$D_{max} = \frac{U_{max}}{U_I} = \frac{4\pi U_{max}}{P} \qquad (1.71)$$

Tính hướng cực đại thường được tính theo dB:

$$D_{max}[dB]=10lgD_{max}\ [dB] \qquad (1.72)$$

Đối với anten có các thành phần trường trực giao, tính hướng cực đại tổng là tổng tính hưởng các thành phần, Trong hệ tọa độ cầu, tính hướng cực đại D_{max} đối với các thành phần θ và ϕ của một anten được viết như sau:

$$D_{max} = D_\theta + D_\phi \qquad (1.73)$$

Trong đó các tính hướng thành phần được xác định như sau:

$$D_\theta = \frac{4\pi U_\theta}{P_\theta + P_\phi} \qquad (1.74)$$

$$D_\phi = \frac{4\pi U_\phi}{P_\theta + P_\phi} \quad (1.75)$$

Trong đó

U_θ là cường độ phát xạ theo phương cho trước trong thành phần trường θ,
U_ϕ là cường độ phát xạ theo phương cho trước của thành phần trường ϕ,
P_θ là công suất phát xạ theo tất cả các phương trong thành phần θ,
P_ϕ là công suất phát xạ theo tất cả các phương trong thành phần ϕ.

Dưới đây ta sẽ đưa ra biểu thức tổng quát chứa mẫu phát xạ phụ thuộc vào các góc θ và ϕ của hệ tọa độ cầu. Ta biểu diễn cừng độ phát xạ vào dang sau:

$$U = B_0 F(\theta,\phi) \simeq \frac{1}{2Z_W}\left[E_\theta^2(\theta,\phi) + E_\phi^2(\theta,\phi)\right] \quad (1.76)$$

Trong đó B_0 là hằng số, E_θ và E_ϕ là các thành phần trường tại vùng xa của anten.
Cường độ phát xạ cực đại theo (1.76) như sau:

$$U_{max} = B_0 F_{max}(\theta,\phi) \quad (1.77)$$

Từ (1.68) và (1.76) , tổng công suất phát xạ được xác định như sau:

$$P_r = \oiint_\Omega U d\Omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U \sin\theta d\theta d\phi = B_0 \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi \quad (1.78)$$

Từ (1.70, (1.76) và (1.78) ta xác định được biểu thức tính hướng tổng quát và tính hướng cực đại như sau:

$$D(\theta,\phi) = \frac{4\pi U}{P_r} = 4\pi \frac{F(\theta,\phi)}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi} \quad (1.79)$$

$$D_{max} = \frac{4\pi U_{max}}{P_r} = 4\pi \frac{F_{max}(\theta,\phi)}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi} \quad (1.80)$$

Có thể viết lại (1.80) như sau:

$$D_{max} = \frac{4\pi}{\left[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi\right] / F_{max}(\theta,\phi)} = \frac{4\pi}{\Delta\Omega} \quad (1.81)$$

Trong đó Ω_A là góc khối búp sóng được xác định như sau:

$$\begin{aligned}\Delta\Omega &= \left[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi\right] / F_{max}(\theta,\phi) \\ &= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F_n(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi\end{aligned} \quad (1.82)$$

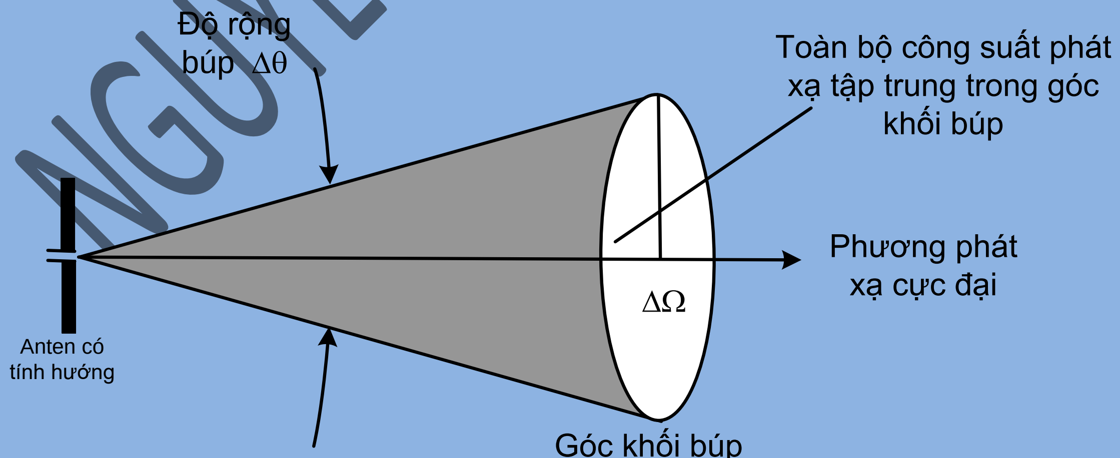
Trong đó

$$F_n(\theta,\phi) = \frac{F(\theta,\phi)}{F_{mó}(\theta,\phi)} \quad (1.83)$$

là cường độ phát xạ được chuẩn hóa.

1.7.2. Góc khối búp

Góc khối búp $\Delta\Omega$ được định nghĩa là góc khối trong đó tập trung toàn bộ công suất phát xạ (P_r) từ anten với cường độ phát xạ không đổi và bằng giá trị cực đại của U đối với tất cả các góc bên trong $\Delta\Omega$ (hình 1.11). Khái niệm này rất hữu ích cho các anten có tính hướng cao.



Hình 1.11. Góc khối búp và độ rộng búp của một anten có tính hướng cao.

Từ (1.80) và (1.81) ta có:

$$D_{max} = \frac{4\pi U_{max}}{P_r} = \frac{4\pi}{\Delta\Omega} \Rightarrow \Delta\Omega = \frac{4\pi}{D_{max}}$$

Do $D_{max}=U_{max}/U_I$, sử dụng các phương trình (1.67) và (1.69), ta được:

$$\Delta\Omega = \frac{4\pi U_I}{U_{max}} = \frac{1}{U_{max}} \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} U(\theta,\phi)d\Omega = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} g(\theta,\phi)d\Omega \qquad (1.84)$$

Trong đó $g(\theta,\phi) = U(\theta,\phi) / U_{max}$ là tính hướng hay hệ số khuếch đại chuẩn hóa.

Đối với các anten có mẫu phát xạ với búp sóng chính hẹp và các búp bên phụ nhỏ (hình 1.12), có thể tính góc khối búp theocông thức gần đúng bằng tích của các độ rộng búp nửa công suất trong các mặt phẳng vuông góc như sau:

$$D_{max} = \frac{4\pi}{\Delta\Omega} = \frac{4\pi}{\Theta_{1r}\Theta_{2r}} \qquad (1.85)$$

Góc khối búp được xấp xỉ hóa bằng:

$$\Delta\Omega \approx \Theta_{1r}\Theta_{2r} \qquad (1.86)$$

Trong đó

Θ_{1r} là độ rộng búp nửa công suất trong một mặt phẳng chính (rad)

Θ_{2r} là độ rộng búp nửa công suất trong mặt phẳng chính còn lại vuông góc với mặt phẳng chính nói trên (rad)

Trường hợp các độ rộng búp được đo bằng độ ta có thể viết tinh hướng như sau:

$$D_{max} \simeq \frac{4\pi(180/\pi)^2}{\Theta_{1d}\Theta_{2d}} = \frac{41.253}{\Theta_{1d}\Theta_{2d}} \qquad (1.87)$$

Trong đó

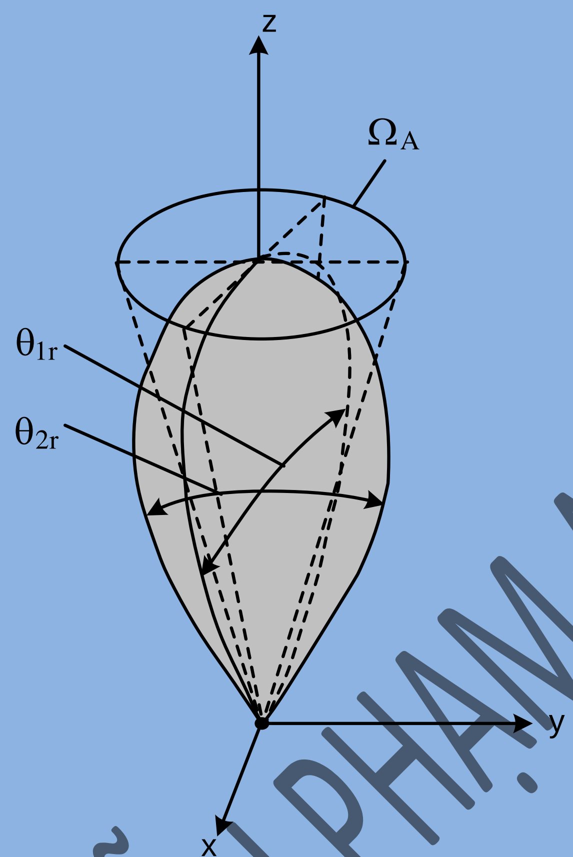
Θ_{1r} là độ rộng búp nửa công suất trong một mặt phẳng chính (độ)

Θ_{2r} là độ rộng búp nửa công suất trong mặt phẳng chính còn lại vuông góc với mặt phẳng chính nói trên (độ).

Thường thì tính hướng được thể hiệu theo dB như sau:

$D=10\log(D)$ (1.88)

$D_{max}=10\log(D_{max})$ (1.89)



Hình 1.12. Mẫu phát xạ với búp sóng chính hẹp và các búp bên phụ nhỏ (có thể bỏ qua).

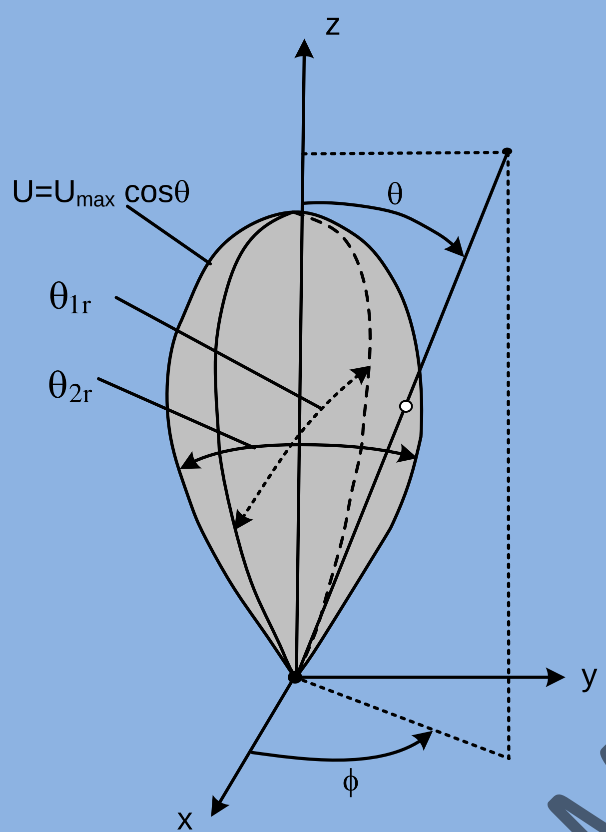
Thí dụ. Giả sử cường độ phát xạ của anten có dạng sau:

$U=B_0 \cos\theta$

Trong đó $B_0= U_{max}$ là cường độ phát xạ cựcđại cảu anten. Cường độ phát xạ chỉ tồn tại trong nửa không gian trên ($0\leq\theta\leq\pi/2$, $0\leq\phi\leq2\pi$) như trên hình 1.13.

Tìm:

a. Góc khối búp: theo công thức chính xác và công thức gần đúng
b. Tính hướng cực đại: theo công thức chính xác và công thức gần đúng.



Hình 1.13. Mẫu phát xại $U=U_{max}\cos\theta$ trong nửa không gian trên.

Giải

Các độ rông búp nửa công suất trong mặt phẳng đứng và ngang như sau:

- Trong mặt phẳng thứ nhất $\cos\theta = \frac{U}{U_{max}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{1r} = 60^0 \text{hay} \frac{2\pi}{3}$

Trong mặt phẳng vuông góc thứ hai, vì không phụ thuộc vào ϕ nên $\theta_{2r} = \frac{2\pi}{3}$

a. Tính góc khối búp

- Theo công thức chính xác (1.82)

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \cos\theta\sin\theta d\theta d\phi = \pi \text{ sterad}$$

- Theo công thức gần đúng (1.85)

$\Omega_A \approx \Theta_{1r}\Theta_{2r} = (2\pi/3)^2 = 4{,}836$ sterad

b. Tính tính hướng cực đại:

- Theo công thức chính xác (1.81)

$$D_{max} = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\pi} = 4 \Rightarrow 6{,}02\text{dB}$$

- Theo công thức gần đúng (1.84)

$$D_{max} = \frac{4\pi}{\Theta_{1r}\Theta_{2r}} = \frac{4\pi}{4{,}386} = 2{,}865 \Rightarrow 4{,}57\text{dB}$$

Búp chính càng hẹp và các búp bên càng nhỏ thì sai số giữa tính toán tính hương theo công thức chính xác cáng nhỏ . Chăng hạn nếu cường độ phát xạ $U=B_0 \cos^6\theta$, thì tính hướng theo phương trình (1.82) bằng 14, còn yheo phương trình (1.85) băng 14,13.

Đối với anten có tính hướng cao, nếu coi rằng hệ số khuếch đại chuẩn hóa không đổi trong phạm vi góc khối búp:

$$g(\theta,\phi) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } 0 \le \theta \le \Delta\theta_B / 2 \\ \Delta\theta_B / 2, & \text{nếu } \Delta\theta_B / 2 < \theta \le \pi \end{cases} \quad (1.90)$$

thì:

$$\Delta\Omega = \int_0^{\Delta\theta_B/2}\int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi\left(1 - \cos\frac{\Delta\theta_B}{2}\right) \quad (1.91)$$

Đối với các anten có độ rộng búp hẹp, sử dụng công thức gần đúng $\cos x \simeq 1 - x^2/2$, ta được:

$$\Delta\Omega = \frac{\pi}{4}\left(\Delta\theta_B\right)^2 \quad (1.92)$$

và

$$D_{max} = \frac{16}{\Delta\theta_B^2} \qquad (1.93)$$

1.7.3. Hệ số khuếch đại hay tăng ích anten

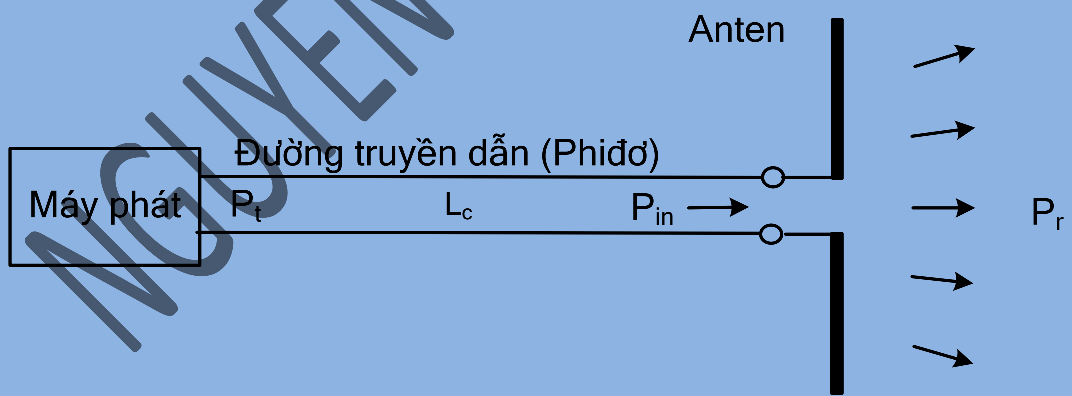
Một thông số quan trọng khác của anten là hệ số khuếch đại hay tăng ích (đôi khin được gọi là độ lợi). Mặc dù hệ số khuếch đại anten liên quan mật thiết với tính hướng, nhưng thông số này xét đến cả hiệu suất của anten lẫn khả năng định hướng của nó. Hệ số khuếch đại được định nghĩa là "tỷ số giữa cường độ phát xạ tại một phương cho trước với cường độ phát xạ của một anten đẳng hướng có công suất phát xạ bằng công suất đầu vào cuả anten" (hình 1.14):

$$G(\theta,\phi) = \frac{4\pi U}{P_{in}} = \frac{4\pi}{P_{in}}\frac{dP_r}{d\Omega} \quad \text{(hệ số khuếch đại công suất)} \qquad (1.94)$$

Trong đó P_{in} là công suất đầu vào anten (có thể được coi là công suất phát xạ đẳng hướng không tổn hao truyền dẫn) được xác định như sau:

$$P_{in} = P_t - L_c \qquad (1.95)$$

Trong đó P_t là công suất máy phát, L_c là tổn hao đường truyền dẫn (hay phiđơ).



Hình 1.14.Công suất phát, tổn hao đường truyền dẫn, công suất đầu vào anten (P_{in}) và công suất phát xạ (P_r)

Do xảy ra các dạng tổn hao khác nhau, nên công suất phát xạ có thể khác với công suất đầu vào anten. Sự khác nhau này được đánh giá bằng hiệu suất anten được định nghĩa như sau (xem mục):

$$e_{cd} = \frac{P_r}{P_{in}} \Rightarrow P_r = e_{cd} P_{in} \qquad (1.96)$$

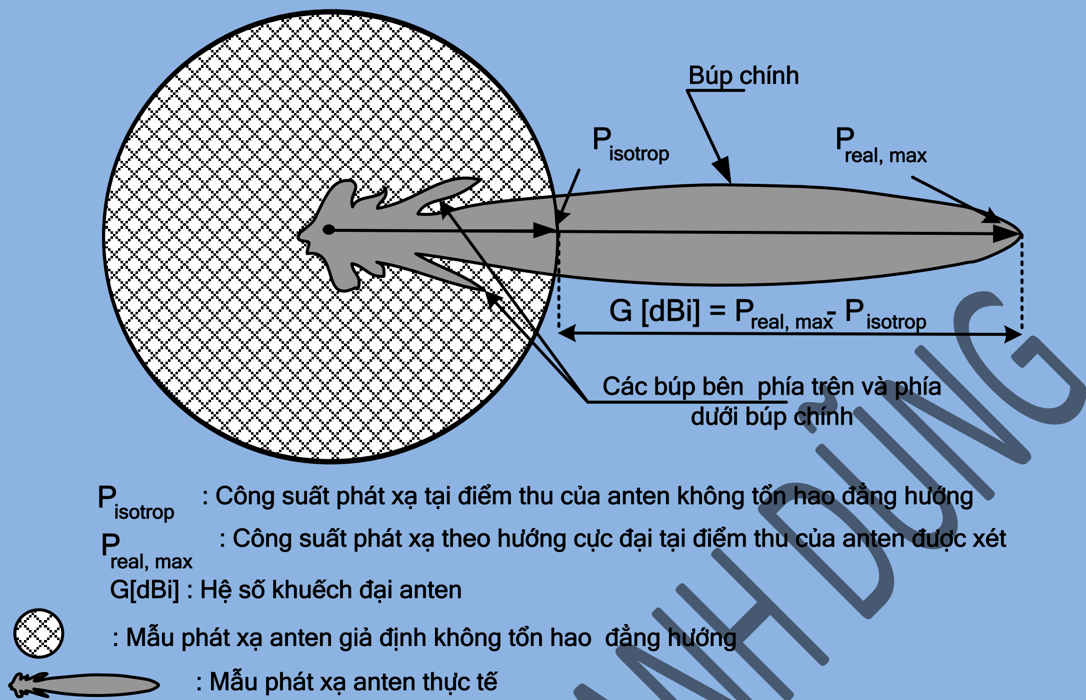
Quan hệ giữa khuếch đại và tính hướng được xác định như sau:

$$G(\theta,\phi) = e_{cd} D(\theta,\phi) \qquad (1.97)$$

Hệ số khuếch đại cực đại thường được tính theo dB tính theo dBi:

$$G_{max}[dBi] = 10\lg G_{max}\ [dBi] \qquad (1.98)$$

Hệ số khuếch đại hay tăng ích của anten đo bằng dBi (i là viết tắt tiếng Anh Isotropic có nghĩa tiếng Việt là đẳng hướng) được thể hiện hiệu số giữa cường độ phát xạ (hay mật độ công suất phát xạ) [dB] theo hướng cực đại của anten được xét với cường độ phát xạ (hay mật độ công suất phát xạ) [dB] của một anten giả định không tổn hao có mẫu phát xạ đẳng hướng. Hình 1.15 giải thích điều này. G[dBi] cho thấy anten thực tế được xét có thể tạo ra công suất theo hướng cực đại tại một điểm thu cho trước lớn hơn anten giả định không tổn hao đẳng hướng bao nhiêu dB hay nói một cách khác dường như việc sử dụng anten này cho phép ‘khuếch đại’công suất tại điểm thu lên G[dBi] so với trường hợp phát xạ vô hướng (đẳng hướng).



Hình 1.15. Giải thích định nghĩa hệ số khuếch đại anten

Cần lưu ý rằng các mẫu phát xạ phức tạp được tạo ra từ nhiều búp sóng, ngoài búp chính còn có các búp bên cạnh búp chính và các búp phụ (hình 1.15).

Tương tự như tính hướng, trong hệ tọa độ cầu, hệ số khuếch đại cực đại G_{max} đối với các thành phần θ và ϕ của một anten được viết như sau:

$$G_{max} = G_\theta + G_\phi \qquad (1.99)$$

Trong đó các tính hướng thành phần được xác định như sau:

$$G_\theta = \frac{4\pi U_\theta}{P_{in}} \qquad (1.100)$$

$$G_\phi = \frac{4\pi U_\phi}{P_{in}} \qquad (1.101)$$

Trong đó

U_θ là cường độ phát xạ theo phương cho trước trong thành phần trường θ,

U_ϕ là cường độ phát xạ theo phương cho trước của thành phần trường ϕ,

P_{in} là công suất đầu vào.

Tại phương phát xạ cực đại, $P_{in}.G_{max}$ được gọi là EIRP (Equivalent Isotropic Radiated Power: công suất phát xạ đẳng hướng tương đương). Đại lương này xác định mật độ phát xạ cực đại mà một anten có thể đạt được:

$$\Pi_{max} = \left(\frac{dP_r}{dS}\right)_{max} = \frac{P_{EIRP}}{4\pi} \qquad (1.102)$$

Trong đó $P_{EIRP}= P_{in}.G_{max}$

Từ hình (1.13) ta có thể viết:

$$P_{EIRP} = \frac{P_t}{L_c} G_{max} \Rightarrow P_{EIRP}[dBm]/[dBW] \qquad (1.103)$$
$$= P_t[dBm]/[dBW] + G_{max}[dBi] - L_c[dB]$$

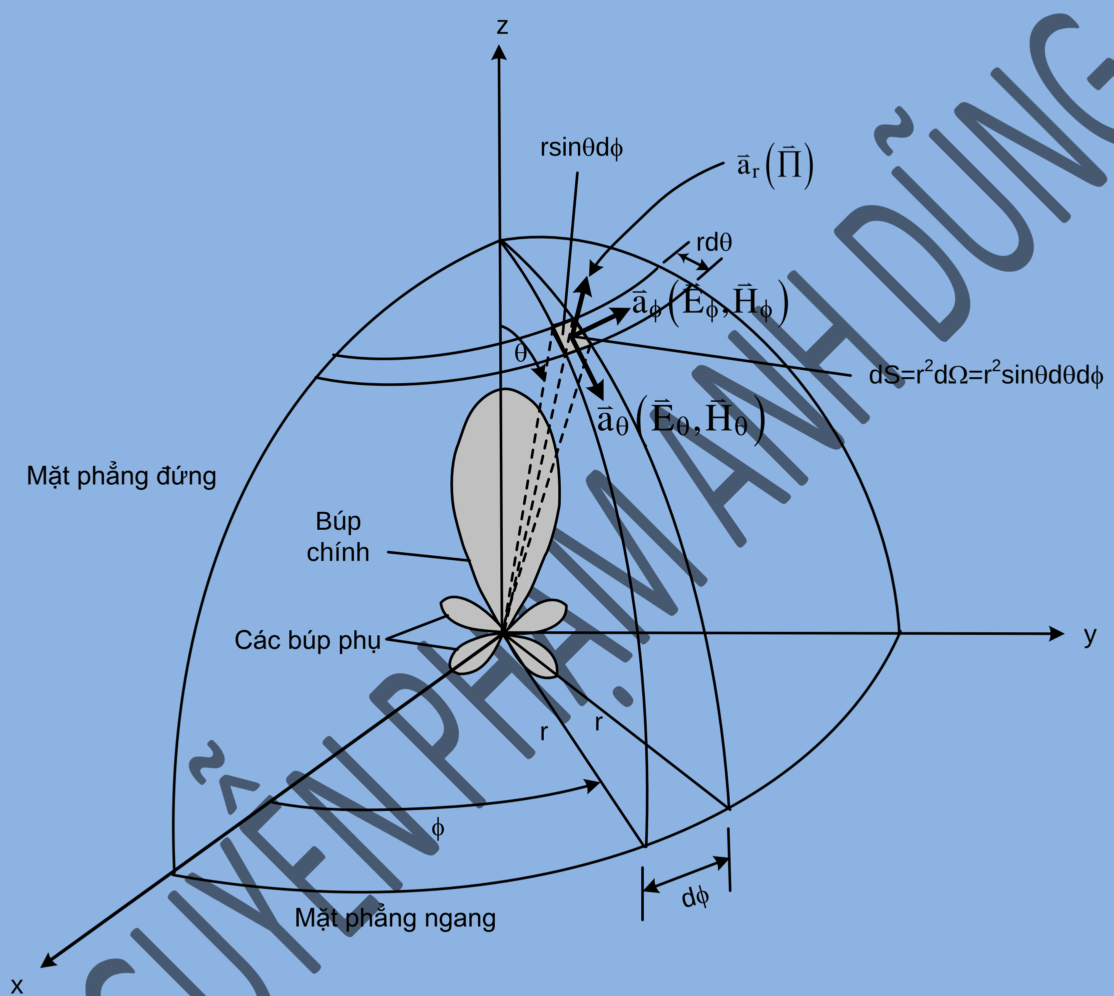
Trong đó P[dBm]/[dBW]= $10\log_{10}$[P(mW)/1mW]/$10\log_{10}$[P(W)/1W]

1.8. MẪU PHÁT XẠ VÀ ĐỘ RỘNG BÚP SÓNG

1.8.1. Mẫu phát xạ

Theo định lý đảo lẫn, một anten có thể vừa là anten phát vừa là anten thu. Để truyền dẫn vô tuyến hiệu quả giữa đầu phát và đầu thu, anten phát/thu có nhiệm vụ phát/thu năng lượng sóng điện từ đến/từ đối tác tập trung trong một búp sóng hẹp. Mẫu phát xạ thể hiện khả năng tập trung năng lượng sóng điện từ này. Mẫu phát xạ của một anten được định nghĩa là một hàm toán học hay một trình bày đồ họa các thuộc tính của một anten ở dạng phụ thuộc vào các tọa độ không gian. Thông thường các mẫu phát xạ của một anten được xác định tại vùng trường xa ở dạng hàm của các tọa độ định hướng. Các thuộc tính của một anten bao gồm mật độ công suất phát xạ, cường độ phát xạ, cường độ trường, tính hướng, pha và phân cực. Thuộc tính phát xạ quan trong nhất là phân bố không gian ba chiều của năng lượng phát xạ phụ thuộc vào vị trí quan trắc trên một tuyến hay một mặt có bán kính không đổi (hình 1.15). Vệt trường (điện hoặc từ) thu tại một bán kính không đổi được gọi là mẫu biên độ trường. Đồ thị thay đổi trong không gian của mật độ công suất dọc theo một bán kính không đổi được gọi là mẫu biên độ công suất. Thường thì mẫu trường và mẫu công suất được chuẩn hóa so với giá trị cực đại, khi này ta được mẫu trường và mẫu công suất chuản hóa. Goài ra các mẫu công suất cũng thường được thể hiện trong thang loga hoặc theo dB. Thang loga cho phép ta nhận biết rõ hơn các giá trị nhỏ của mẫu.

Mẫu phát trường (trong thang tuyến tính) thể hiện hình vẽ phụ thuộc biên độ điện trường hoặc từ trường phụ thuộc vào không gian góc. Mẫu phát xạ công suất (trong thanh tuyến tính) thể hiện hình vẽ phụ thuộc bình phương biên độ điện trường hoặc từ trường vào không gian góc. Mẫu phát xạ công suất theo dB thể hiện hình vẽ phụ thuộc bình phương điện trường hoặc từ trường trong dB vào không gian góc.

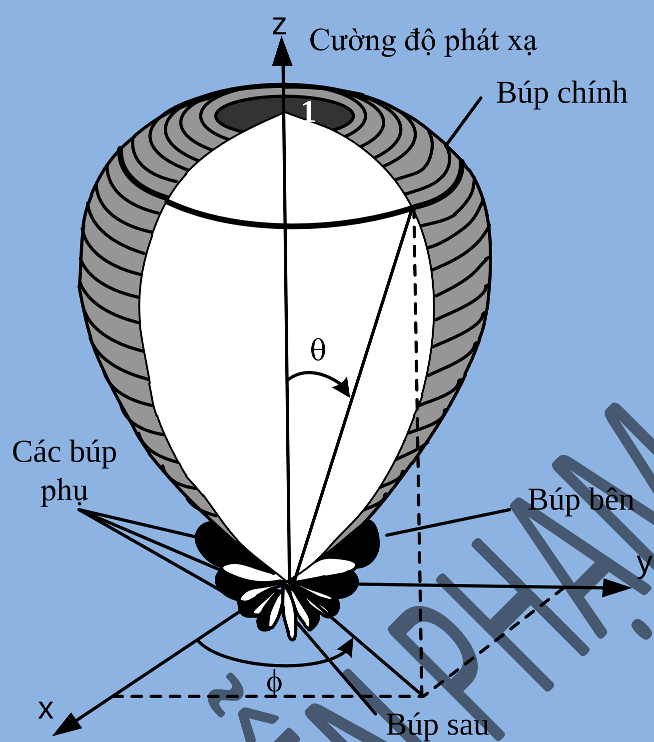


Hình 1.15. Mẫu phát xạ, các thành phần trường vùng xa và phần tử diện tích được xét trong hệ tọa độ cầu khi phân tích anten.

Mẫu phát xạ thường được thể hiện ở dạng hệ số khuếch đại (hay còn gọi tăng ích) chuẩn hóa g(θ,ϕ) được định nghĩa là tỷ số giữa cường độ phát xạ ở phương được xét trên cường độ phát xạ ở phương phát xạ cực đại:

$$g(\theta,\phi)=\frac{U(\theta,\phi)}{U_{max}}=\frac{D(\theta,\phi)}{D_{max}}=\frac{G(\theta,\phi)}{G_{max}} \qquad (1.104)$$

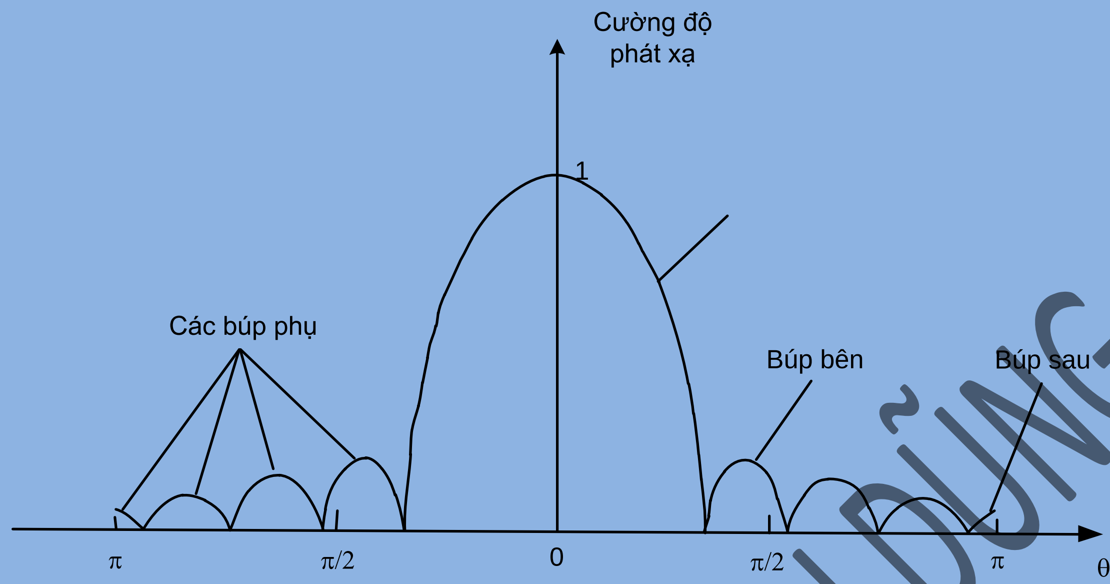
Tổng quát mẫu phát xạ là một hình khối ba chiều được thể hiện trong hệ toạ độ cầu. Các phần khác hau của mẫu phát xạ được gọi là các búp, gồm : 1) búp chính, 2) các búp bên hay các búp phụ và búp sau. Hình 1.16 thể hiện hệ số khuếch đại chuẩn hóa phụ thuộc vào góc θ và ϕ.



Hình 1.16. Mẫu phát xạ

Tuy nhiên để dễ biểu diễn, mẫu phát xạ thường được thể hiện ở dạng mặt cắt của hình không gian này: (1) mẫu phát xạ trong mặt phẳng ngang (TA: Azzimuth) được cắt ra bằng mặt phẳng song song với mặt đất và (2) mẫu phát xạ trong mặt phẳng đứng (TA: Elevation) được cắt ra từ mặt phẳng vuông góc với mặt đất. Trong các mặt này mẫu phát xạ được thể hiện trong tọa độ độc cực.

Mẫu phát xạ cũng có thể được thể hiện trong tọa độ Descartese như trong hình 1.17.



Hình 1.17. Mẫu phát xạ trong tọa độ Descartese (thang tuyến tính)

Ngoài ra các mẫu phát xạ cũng có thể nhận được từ các g mặt cắt đi qua mặt phẳng vectơ E hoặc mặt phẳng vectơ H.

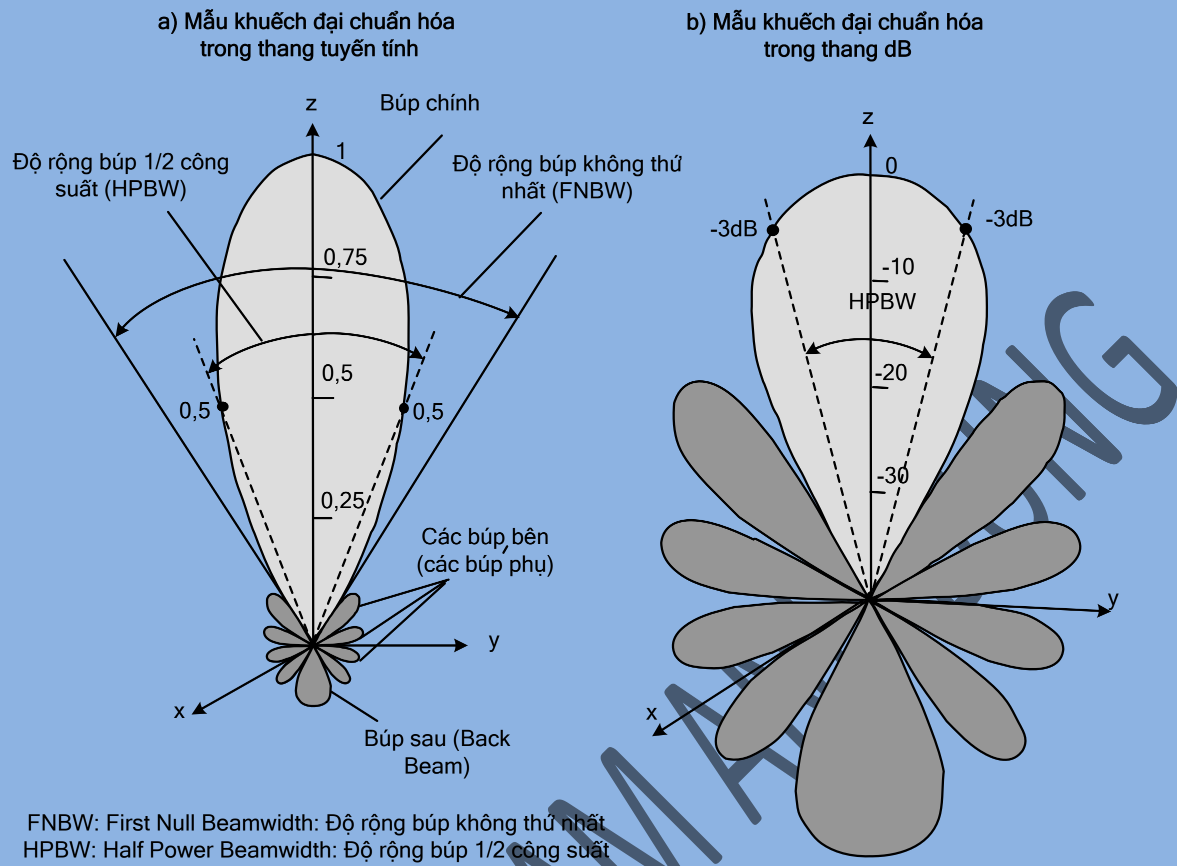
1.8.2 Độ rộng búp sóng

1.8.2.1. Độ rộng búp không thứ nhất

Độ rộng búp không thứ nhất (FNBW: First Null Beamwidth) là góc hợp bởi hai phương mà tại đó búp chính (búp thứ nhất) bằng không (hình 1.15)

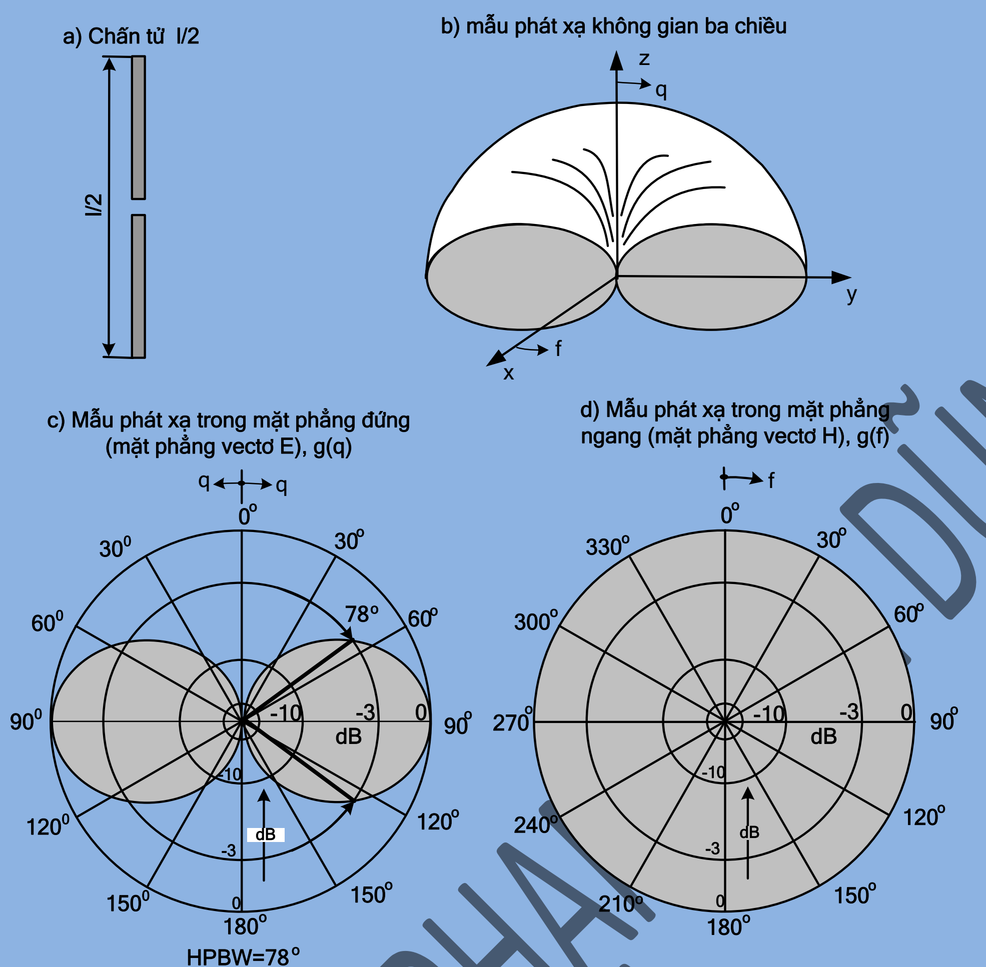
1.8.2.2. Độ rộng búp 1/2 công suất (HPBW) và độ rộng búp giữa các công suất không đầu tiên (FNPW)

Độ rộng búp1/2 công suất (HPBW: Half Power Beamwidth) là góc hợp bởi hai phương mà tại đó cường độ phát xạ của anten bằng 1/2 cường độ phát xạ cực đại cuảu anten này. Hay nói một cácch khác HPBW là góc hợp bởi hai phương mà ở đó hệ số khuếch đại chuẩn hóa giảm 3dB so với hệ số khuếch đại tại phương cực đại (hình 1.18a). Độ rông búp giữa các công suất không thứ nhất (FNPB: First Nulls Power Beamwidth) là độ rộng của búp chính được giới hạn giữa hai phương phát xạ bằng không (hình 1.18b),



Hình 1.18 Mẫu khuếch đại chuẩn hóa: a) trong thang tuyến tính, b) trong thang dB và các độ rộng búp FNBW, HPBW

Hình 1.19b cho ta thấy mẫu phát xạ của lưỡng cực nửa sóng hay lưỡng cực $\lambda/2$ theo hệ số khuếch đại chuẩn hóa trong không gian ba chiều. Hình 1.19c cho thấy mẫu phát xạ trong mặt phẳng đứng (mặt phẳng E) của lưỡng cực $\lambda/2$ phụ thuộc θ có hình số 8. Hình 1.19d cho thấy mẫu phát xạ trong mặt phẳng ngang (mặt phẳng H may mặt phẳng phương vị) của lưỡng cực $\lambda/2$ phụ thuộc vào ϕ có dạng đường tròn (vô hướng)



Hình 1.19. Mẫu phát xạ lưỡng cực λ/2

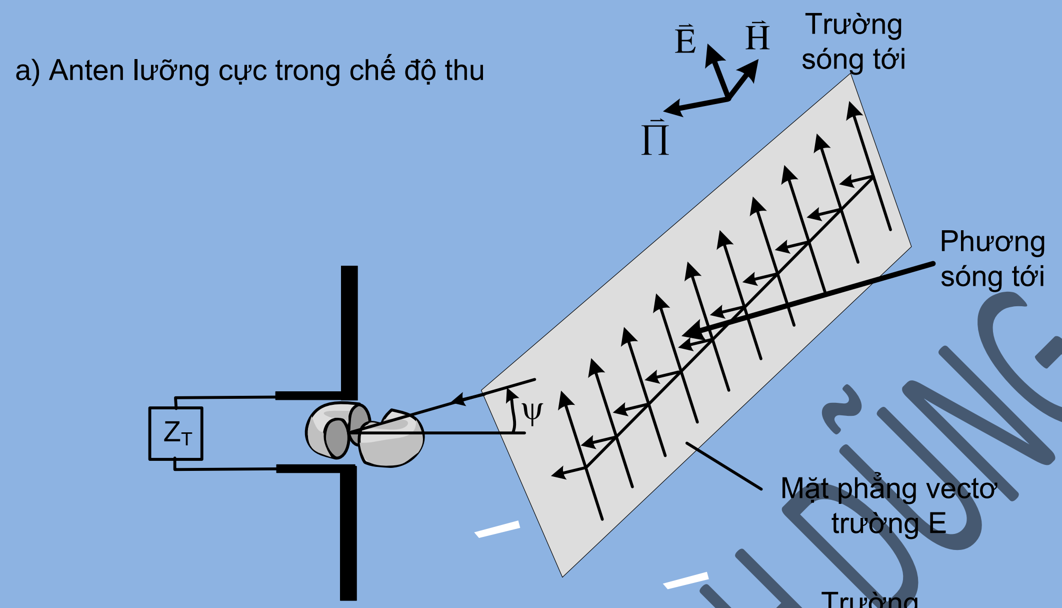
Thông thường một anten có HPBW càng nhỏ thì G[dBi] càng lớn. Bảng 1.2 cho thấy quan hệ giữa $HPBW_H$ (H ký hiệu cho mặt ngang) và hệ số khuếch đại của một số anten sử dụng trong hệ thống thông tin di động.

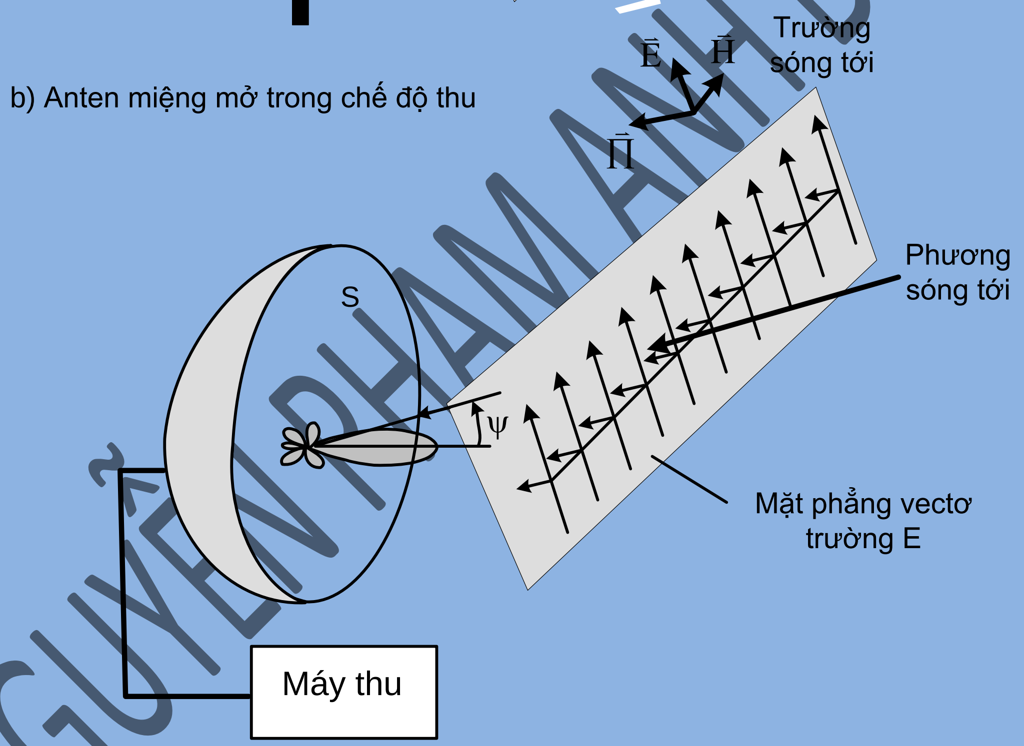
Bảng 1.2. Quan hệ giữa $HPBW_H$ và G[dBi] của một số anten trong hệ thống thông tin di động

$HPBW_H$	65^0	90^0	105^0	120^0
G[dBi]	15,5dBi	14,0dBi	13,5dBi	13,0dBi

1.9. ĐỘ DÀI HIỆU DỤNG VÀ DIỆN TÍCH HIỆU DỤNG

Khi một anten hoạt động như một anten thu, nó lấy ra một lượng công suất từ sóng tới. Tại vùng xa, sóng điện từ có thể được coi là đồng nhất (hình 1.20).





Hình 1.20. Diện tích hiệu dụng của một anten

Điện trường sóng tới tạo nên dòng điện trên anten. Có thể coi dòng điện này như là một nguồn tương đương Thevin tạo ra dòng điện trên một trở kháng bất kỳ Z_T. Các dòng điện cảm ứng này cũng phát xạ lại điện trường (được gọi là trường tán xạ) và trường tán xạ này giao thoa với trường tới tạo nên vùng tối phía sau anten (hình 1.20).

1.9.1. Độ dài hiệu dụng

Độ dài hiệu dụng anten (còn được gọi là chiều cao hiệu dụng) là một đại lượng rất hữu ích để xác định điện áp cảm ứng lên các đầu cuối hở mạch anten. Vectơ độ dài hiệu dụng anten là một đại lượng phức được trình bày như sau:

$$\vec{\ell}_e(\theta,\phi) = \vec{a}_\theta \ell_\theta(\theta,\phi) + \vec{a}_\phi \ell_\phi(\theta,\phi) \qquad (1.105)$$

Tại vùng xa, quan hệ giữa độ dài hiệu dụng và vectơ điện trường, dòng điện đầu vào I_{in} như sau:

$$\vec{E} = -jZ_w \frac{kI_{in}}{4\pi r} \vec{\ell}_e e^{-jkr} \qquad (1.106)$$

Điện áp hở mạch cảm ứng vào một anten tuyến tính có độ dài hiệu dụng ℓ_e và điện trường sóng tới E_{incid} tại các đầu cuối được xác định như sau:

$$V = \vec{E}_{incid}.\vec{\ell}_e \qquad (1.107)$$

1.9.2. Diện tích hiệu dụng

Diện tích hiệu dụng (hay còn gọi là diện tích tương đương anten) được định nghĩa là tỷ số giữa công suất tạo ra trên tải thu (hai điểm kết cuối anten) với mật độ công suất sóng tới:

$$A_e = \frac{P_T}{\prod_{inc}} = \frac{|I_T|^2 R_T / 2}{\prod_{inc}} \qquad (1.108)$$

Trong đó: A_e là diện tích hiệu dụng, P_T là công suất tạo ra trên tải, R_T là điện trở tải và $\prod_{inc}$ là mật độ công suất sóng tới.

Có thể biểu diễn mật độ công suất sóng đén theo điện trường sóng tới như sau:

$$\prod_{inc} = \frac{E^2}{2Z_W} \qquad (1.109)$$

Đối với anten không phối kháng, công suất được đưa đến tải không phải là công suất cực đại. Trái lại đối với anten được phối kháng công suất thu được trên tải là cực đai và diện tích hiệu dụng cũng là diện tích cực đại (A_{em}). Hệ số hiệu suất được sử dụng để đánh giá một phần công suất thu bị mất do không phối kháng và:

$$A_e = eA_{emax} \tag{1.110}$$

Diện tích hiệu dụng phụ thuộc vào góc tới $\psi(\theta,\phi)$. Có thể chỉ ra rằng diện tích hiệu dụng $A_e(\theta,\phi)$ quan hệ gới $G(\theta,\phi)$ và bước sóng như sau:

$$G(\theta,\phi) = \frac{4\pi A_e(\theta,\phi)}{\lambda^2} \tag{1.111}$$

Vì $G(\theta,\phi)=\eta D(\theta,\phi)$, nên:

$$D(\theta,\phi) = \frac{4\pi A_{emax}(\theta,\phi)}{\lambda^2} \tag{1.112}$$

Hay

$$D_{max} = \frac{4\pi A_{emax}}{\lambda^2} \tag{1.113}$$

Trong thực tế thường được sử dụng là A của một anten là giá trị tương ứng phương của G_{max}, nên:

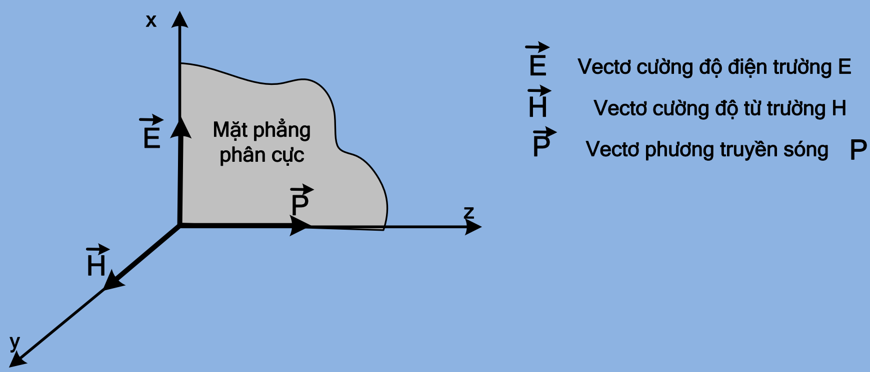
$$G_{max} = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \tag{1.114}$$

1.10. PHÂN CỰC

1.10.1. Phân cực sóng điện từ

Phân cực sóng điện từ được định nghĩa là "thuộc tính của sóng điện từ mô tả phương và biên độ tương đối của vectơ điện trường thay đổi theo thời gian, phân cực được xác định bởi đường do đầu mút vectơ $\vec{E}$ vẽ lên theo thời gian thể hiện phương dao động của vectơ cường độ điện trường".

Mặt phẳng phân cực được định nghĩa là mặt phẳng chứa vectơ $\vec{E}$ và vectơ phương truyền sóng $\vec{\Pi}$ (hình 1.21).



Hình 1.21. Mặt phẳng phân cực

Tổng quát các vectơ cường độ điện trường tức thời vùng xa của sóng TEM truyền lan dọc trục z bao gồm hai thành phần được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= \vec{E}.e^{j\omega t} = \left(\vec{a}_x E_x + \vec{a}_y E_y\right)e^{j\omega t} \\ &= \vec{a}_x E_{xm} e^{j\varphi_x} e^{j(\omega t - kz)} + \vec{a}_y E_{ym} e^{j\varphi_y} e^{j(\omega t - kz)}\end{aligned} \quad (1.115)$$

Trong đó $\tilde{E}$ là vectơ tức thời giá trị phức của điện trường, $\vec{E}$ là vectơ biên độ giá trị phức của điện trường. E_x và E_y là biên độ của các thành phần của $\vec{E}$ phụ thuộc quãng đường (z):

$$E_x = E_{xm} e^{j\varphi_x}.e^{-jkz} \quad (1.116)$$

$$E_y = E_{ym} e^{j\varphi_y}.e^{-jkz} \quad (1.117)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = \vec{a}_x \vec{E}_x + \vec{a}_z \vec{E}_z \quad (1.118)$$

E_{xm} và E_{ym} là các giá trị biên độ cực đại và φ_x, φ_y là góc pha của biên độ phức cuả các vectở điện trường phức thành phần x và y.

Gia trị thực của vectơ cường độ điện trường được xác định như sau:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \mathrm{Re}\left(\tilde{E}\right) = \vec{a}_x \mathcal{E}_x + \vec{a}_y \mathcal{E}_y \\ &= \vec{a}_x E_{xm}\cos(\omega t - kz + \varphi_x) + \vec{a}_y E_{ym}\cos(\omega t - kz + \varphi_y)\end{aligned} \quad (1.119)$$

Trong đó:

$$\mathcal{E}_x = E_{xm}\cos(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (1.120)$$

$$\mathcal{E}_y = E_{ym}\cos(\omega t - kz + \varphi_y)$$

Để xét phân cực sóng,, ta xét sự phụ thuộc vào thời gian cuả các thành phần điện trường tại một điểm quan sát cho trước, chẳng hạn z=0:

$$\mathcal{E}_x(t) = E_{xm}\cos(\omega t+\varphi_x) \tag{1.121}$$

$$\mathcal{E}_y(t) = E_{ym}\cos(\omega t+\varphi_y) \tag{1.122}$$

Triển khai các phương trình trên ta được:

$$\mathcal{E}_x(t) = E_{xm}\left[\cos\omega t\cos\varphi_x - \sin\omega t\sin\varphi_x\right]$$

$$\mathcal{E}y(t) = E_{ym}\left[\cos\omega t\cos\varphi_y - \sin\omega t\sin\varphi_y\right]$$

Giải các phương trình trên cho cosωt và sinωt ta được:

$$\cos\omega t\sin\alpha = \frac{\mathcal{E}_y(t)}{E_{ym}}\sin\varphi_x - \frac{\mathcal{E}_x(t)}{E_{xm}}\sin\varphi_y$$

$$\sin\omega t\sin\alpha = \frac{\mathcal{E}_y(t)}{E_{ym}}\cos\varphi_x - \frac{\mathcal{E}_x(t)}{E_{xm}}\cos\varphi_y$$

Trong đó $\alpha=\phi_x-\phi_y$

Bình phương hai vế của các phương trình trên rồi cộng với nhau ta được:

$$\left(\frac{\mathcal{E}_y(t)}{E_{ym}}\sin\varphi_x - \frac{\mathcal{E}_x(t)}{E_{xm}}\sin\varphi_y\right)^2 + \left(\frac{\mathcal{E}_y(t)}{E_{ym}}\cos\varphi_x - \frac{\mathcal{E}_x(t)}{E_{xm}}\cos\varphi_y\right)^2 = \sin^2\alpha$$

Sau khi đơn giản ta được phương trình elipse phân cực:

$$\frac{\mathcal{E}_x^2}{E_{xm}^2} + \frac{\mathcal{E}_y^2}{E_{ym}^2} - 2\cos\alpha\frac{\mathcal{E}_x\mathcal{E}_y}{E_{xm}E_{ym}} = \sin^2\alpha \tag{1.123}$$

Phụ thuộc vào tỷ số (E_{ym}/E_{xm}) và lệch pha α, phân cực sóng có thể là elipse, tròn hoặc tuyến tính. Điện trường tương ứng trong các trường hợp này được gọi là phân cực elipse, phân cực tròn và phân cực tuyến tính. Phân cực tuyến tính và phân cực tròn là trường hợp đặc biệt của phân cực elipse:

1. Phân cực tuyến là phân cực trong đó đầu mút của vectơ điện trường tại điểm quan trắc trong không gian vẽ lên một đường thẳng theo thời gian.

2. Phân cực tròn là phân cực trong đó đầu mút của vectơ cường độ điện trường tại một điểm quan trắc trong không gian vẽ lên một đường tròn.

A. Phân cực tuyến tính. Phân cực tuyến tính nhận được khi góc lệch pha $\alpha=0$ hoặc π tương ứng với $\varphi_x=\varphi_y=0$ hoặc $\varphi_x=0$, $\varphi_y=-\pi$. Khi này phươngtrình (1.123) có dạng:

$$\frac{\mathcal{E}_x^2}{E_{xm}^2}+\frac{\mathcal{E}_y^2}{E_{ym}^2}\pm 2\frac{\mathcal{E}_x\mathcal{E}_y}{E_{xm}E_{ym}}=0\Rightarrow\left(\frac{\mathcal{E}_x}{E_{xm}}\pm\frac{\mathcal{E}_y}{E_{ym}}\right)^2 \qquad (1.124)$$

$$\Rightarrow\mathcal{E}_y=\pm\frac{E_{ym}}{E_{xm}}$$

thể hiện đường thẳng được trình bày trên hình 1.22a.

B. Phân cực tròn. Phân cực tròn nhận được khi góc lệch pha $\alpha=\pm\pi/2\pi$ tương ứng với: 1) $\varphi_x=0$, $\varphi_y=-\pi/2$ hoặc $\varphi_x=\pi/2$, $\varphi_y=0$. Khi này phương trình (1.123) có dạng:

$$\frac{\mathcal{E}_x^2}{E_{xm}^2}+\frac{\mathcal{E}_y^2}{E_{ym}^2}=1 \qquad (1.125)$$

thể hiện đường tròn được trình bày trên hình 1.22b.

Theo định nghĩa của IEEE thì phân cực tròn quay theo chiều kim đồng hồ khi nhìn dọc theo phương truyền sóng (hình 1.22c) được gọi là phân cực tròn tay phải (RHCP: Right Hand Circular Polarization), còn phân cực tròn quay ngược chiều kim đồng hồ khi nhìn dọc theo phương truyền sóng được gọi là phân cực tròn tay trái (LHCP: Left Hand Circular Polarization) (hình 1.22c). Các phân cực LHCP và RHCP trực giao với nhau.

C. Phân cực Elipse

Phân cực elipse nhận được khi góc lệch pha $\alpha=\pm\pi/2\pi$ nhưng $E_{xm}\neq E_{ym}$. Khi này phương trình (1.123) có dạng:

$\frac{\mathcal{E}_x^2}{E_{xm}^2}+\frac{\mathcal{E}_y^2}{E_{ym}^2}=1$, $E_{xm}\neq E_{ym}$ thể hiện elipse có trục chính và trục phụ nằm dọc theo x và y như trên hình 1.22d.

Nếu $E_{xm} \neq E_{ym}$ nhưng α bất kỳ, thì trục chính và trục phụ của elipse sẽ quay lệch với các trục x và y như trên hình 1.22d. Khi này phương trình (1.123) có dạng sau:

$$\frac{\mathcal{E}_x'^2}{E_{xm}^2} + \frac{\mathcal{E}_y'^2}{E_{ym}^2} = 1 \qquad (1.126)$$

Trong đó

$$\mathcal{E}_x' = \mathcal{E}_x \cos\theta + \mathcal{E}_y \sin\theta \qquad (1.127)$$

$$\mathcal{E}_y' = \mathcal{E}_y \cos\theta - \mathcal{E}_x \sin\theta \qquad (1.128)$$

$$\tan g 2\theta = \frac{2E_{xm}E_{ym}}{E_{xm}^2 - E_{ym}^2} \cos\alpha \qquad (1.129)$$

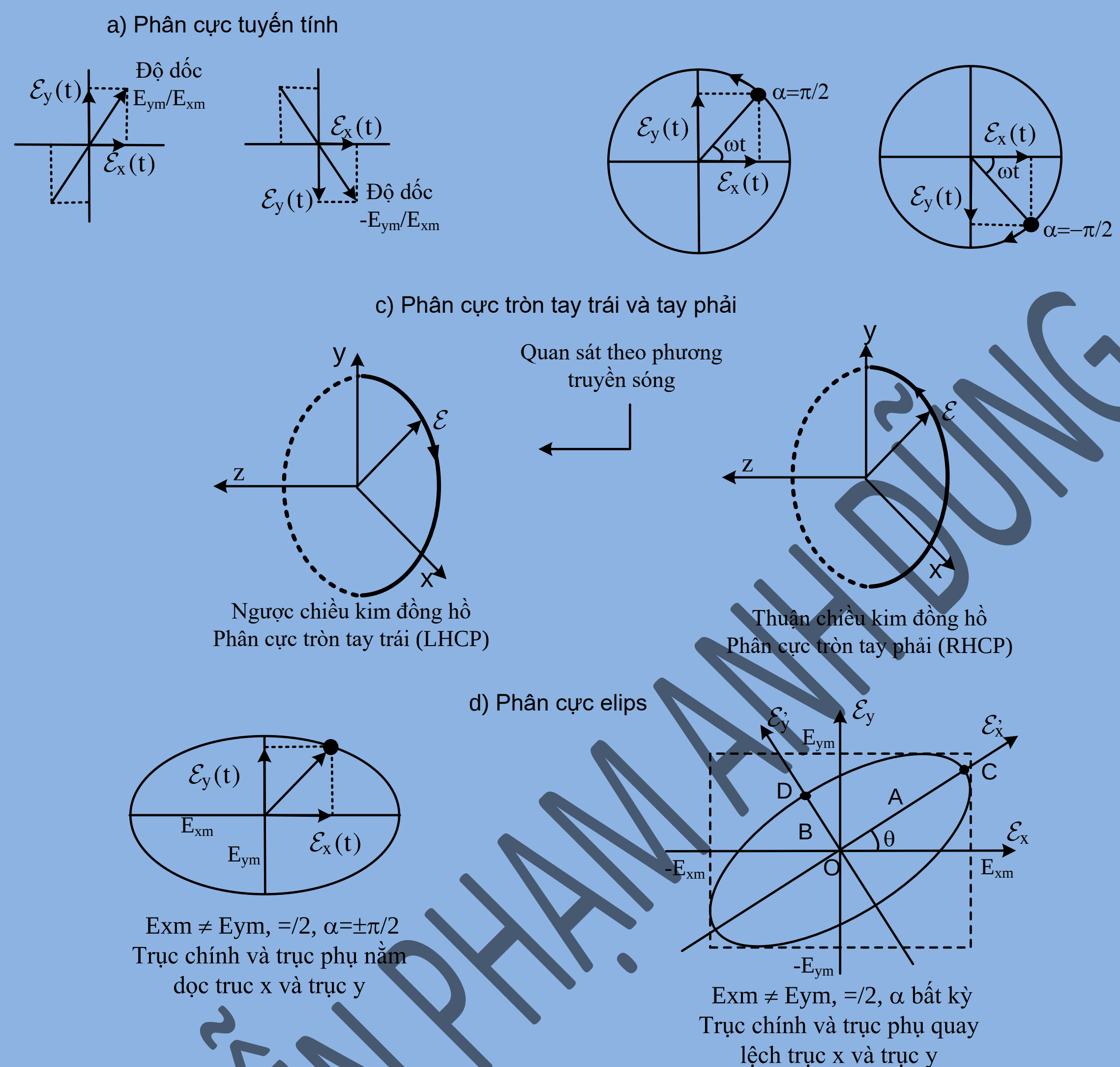
Các bán trục elipse A và B được xác định như sau:

$$A = OC = \sqrt{\frac{1}{2}\left(E_{xm}^2 + E_{ym}^2\right) + \frac{s}{2}\sqrt{\left(E_{xm}^2 - E_{ym}^2\right)^2 + 4E_{xm}^2E_{ym}^2\cos^2\alpha}} \qquad (1.130)$$

$$B = OD = \sqrt{\frac{1}{2}\left(E_{xm}^2 + E_{ym}^2\right) - \frac{s}{2}\sqrt{\left(E_{xm}^2 - E_{ym}^2\right)^2 + 4E_{xm}^2E_{ym}^2\cos^2\alpha}} \qquad (1.131)$$

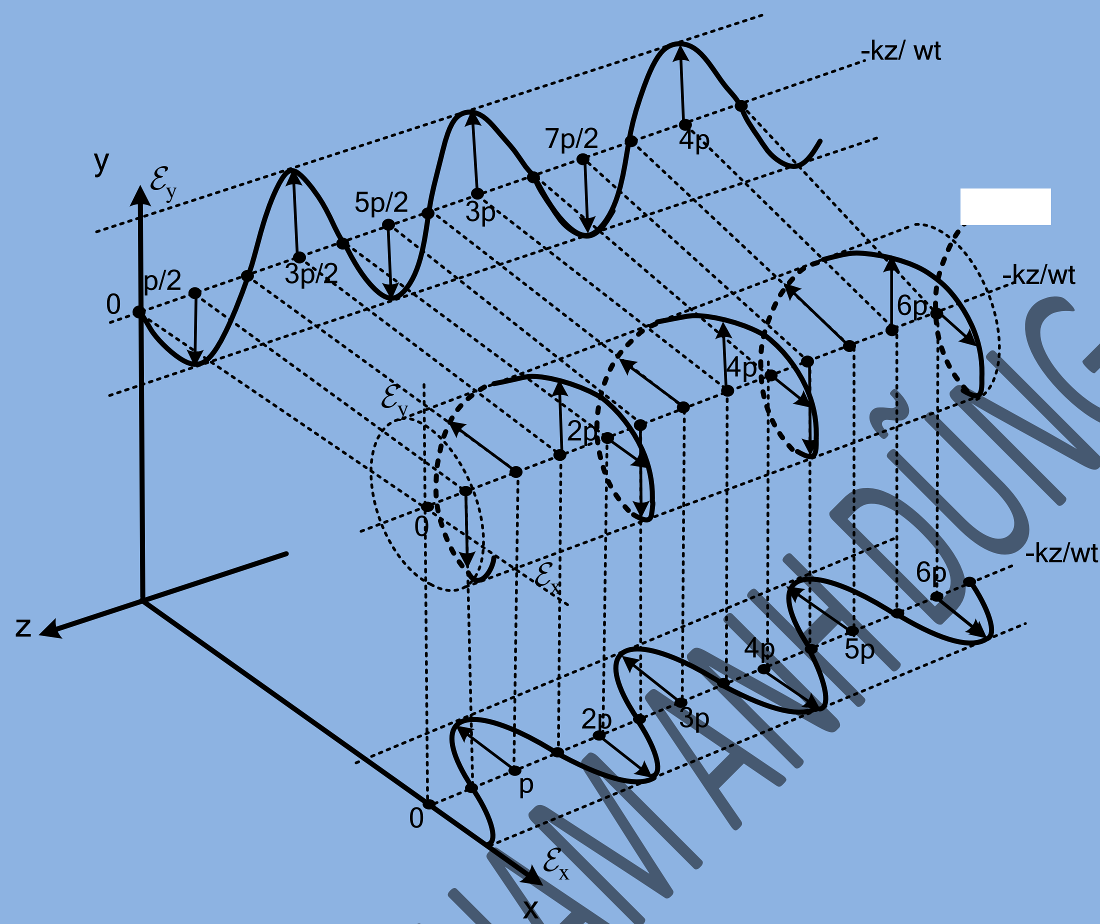
Trong đó $s = \text{sign}\left(E_{xm} - E_{ym}\right)$

Quy tắc để xác định phân cực elipse tay trái hay tay phải cũng giống như đối với phân cực tròn.



Hình 1.22. Các dạng phân cực khác nhau phụ thuộc vào E_{xm}, E_ym và góc α

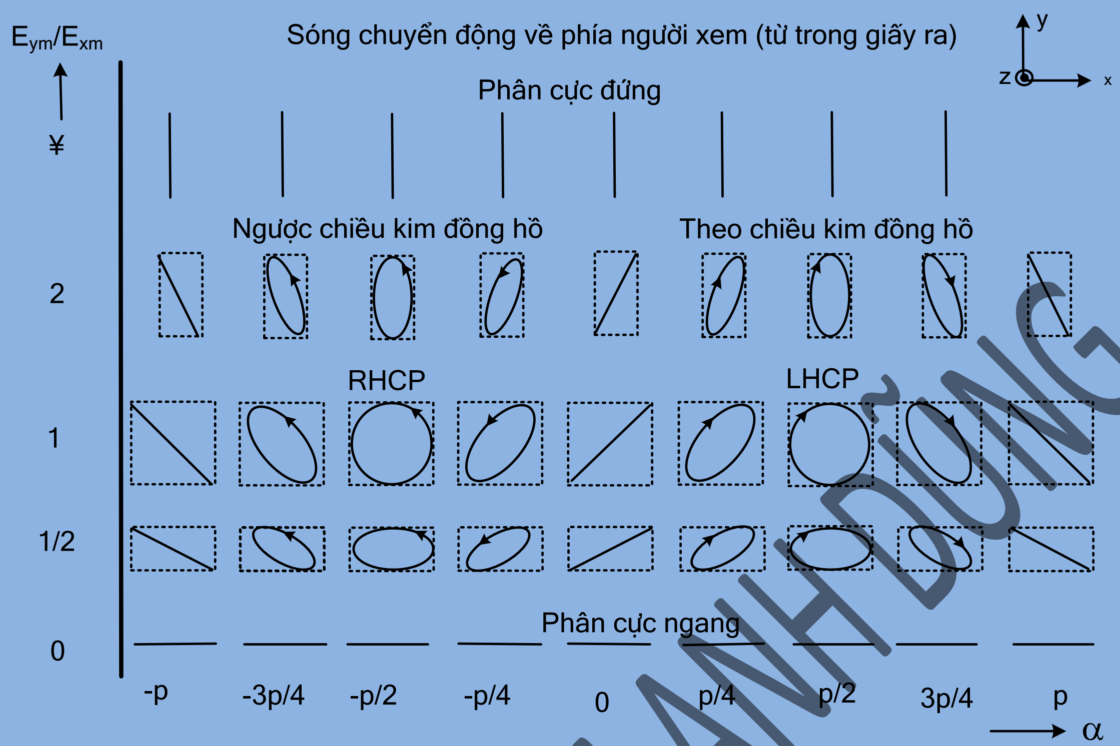
Tổng quát điện trường phụ thuộc vào cả tọa độ quan trắc z và thời gian t. Hình 1.23 cho thấy trường do đầu mút vectơ điện trường E vẽ lên theo quãng đường (phụ thuộc vào –kz) khi quan trắc tại thời điểm t cho trước (ở hình 1.23: ωt=2kπ với k là số nguyên) và theo thời gian (phụ thuộc vào ωt) khi quan trắc tại tọa độ z (ở hình 13: -kz=2kπ với k là số nguyên) khi E_{xm}=E_{ym} và lệch pha α= π/2.



Hình 1.23. Quỹ đạo do đầu mút của vectơ điện trường theo quãng đường (-kz) và theo thời gian (ωt) khi lệch pha α=π/2

Đối vơi trường hợp trên hình 1.23 ta có chiều quay theo chiều kim đồng hồ, vì thế phân cực là tròn quay phải..

Hình 1.24 tổng kết các trường hợp phân cực khác nhau phụ thuộc vào tỷ số (E_{ym}/E_{xm}) và lệch pha α.



Hình 1.24. Tổng kết các trường hợp phân cực khác nhau phụ thuộc vào tỷ số (E_{ym}/E_{xm}) và lệch pha α.

Phân cực anten được định nghĩa là "phân cực sóng phát đi từ anten". Trong trường hợp phương sóng không được đề cập thì phân cực đươc xét theo phương khuếch đại cực đại".

1.10.2. Phân cực anten

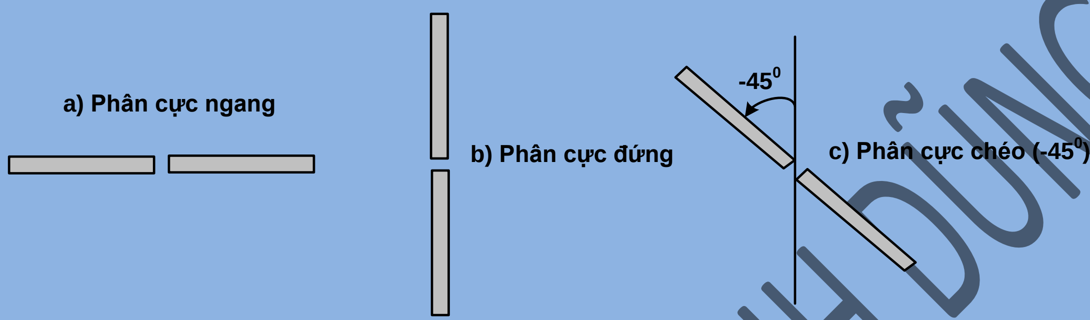
Phân cực anten trong một phương cho trước được định nghĩa là "phân cực của sóng được phát xạ bởi anten". Lưu ý: nếu phương không được đề cập, thì phân cực được xét là phân cực trong phương khuếch đại cực đại. Trong thực tế, phân cực của năng lượng được phát xạ thay đổi theo phương từ tâm anten, vì thế các phần khác nhau của mầu phát xạ có thể có các phân cực khác nhau.

Dưới đây ta xét một số dạng phân cực anten lưỡng cực phổ biến.

1.10.2.1. Phân cực anten lưỡng cực

Đối với lưỡng cực, phân cực hay mặt phẳng phân cực phụ thuộc vào vị trí của nó so với mặt đất (hình 1.25):

- √ Nếu phân cực được đặt song song với mặt đất, thì anten có phân cực ngang (hình 1.25a)
- √ Nếu lưỡng cực được đặt vuông góc với mặt đất thì anten có phân cực đứng (hình 1.25b)
- √ Nếu lưỡng cực được đặt nghiêng 45^0 với mặt đất thì anten có phân cực chéo (hình 1.25c)

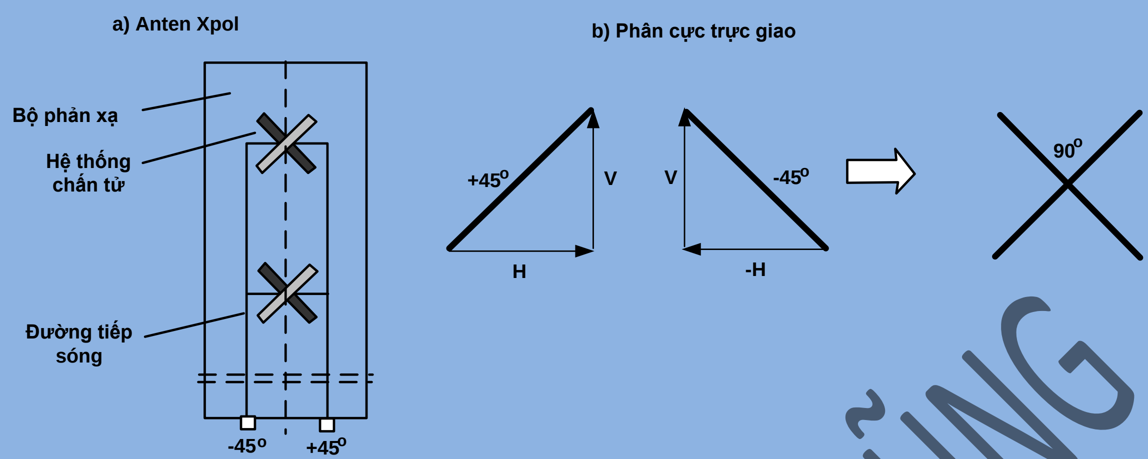


Hình 1.25. Các dạng phân cực khác nhau của anten lưỡng cực

Trong thông tin vô tuyến, các anten phát và thu phải có cùng phân cực thì mới có thể thông tin được với nhau.

1.10.2.2. Anten phân cực chéo, Xpol

Anten phân cực chéo (Xpol: Cross Polarization) được tạo ra từ các lưỡng cực được đặt nghiêng $\pm45^0$ so với trục đứng như trên hình 1.26a. Hình 1.26b cho thấy phân cực nghiêng $\pm45^0$ có thể được phân tích vào các thành phần phân cực ngang (H) và phân cực đứng (V) có biên độ bằng nhau. Hai lưỡng cực phân cực chéo $\pm45^0$ tạo nên trường phân cực trực giao (90^0) và tín hiệu phát xạ (hay thu) của chúng sẽ không tương quan (độc lập) với nhau. Do tính chất độc lập của hệ thống lưỡng cực Xpol, anten phân cực chéo được sử dụng cho phân tập thu hoặc phân tập phát với hai đường thu phát tín hiệu độc lập trong đó một đường từ các lưỡng cực nghiêng $+45^0$ và một đường từ các lưỡng cực nghiêng -45^0.



Hình 1.26. Anten phân cực chéo (Xpol) với các hệ thống lưỡng cực phân cực trực giao

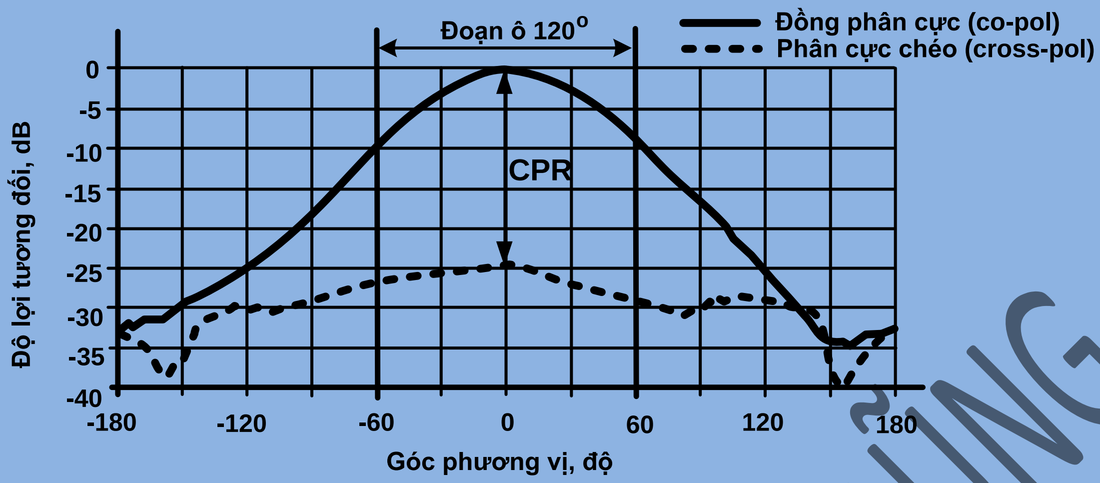
1.10.3. Phân cực chéo

Tổng quát các đặc tính phân cực của một anten được trình bày bằng một mẫu phát xạ phân cực. Mẫu phân cực được định nghĩa là phân bố không gian của các phân cực vectơ trường được bức xạ bởi anten trên quả cầu phát xạ của nó. Khi trình bày các phân cực trên quả cầu phát xạ (hoặc một phần của nó) các đường chuẩn sẽ được đặc tả để đo các góc ngiêng của các elipse phân cực và phương của các phân cực tuyến tính. Các đường chuẩn được chọn là các đường tiếp tuyến tại mỗi điểm trên quả cầu với các đường tọa độ θ hoặc ϕ của hệ tọa độ cầu của quả cầu phát xạ. Tại mỗi điểm của quả cầu phát xạ, phân cực thường được phân giải thành một cặp các phân cực trực giao: đồng phân cực (co-polarization) và phân cực chéo (cross-polarization). Để vậy, đồng phân cực phải được đặc tả. Đồng phân cực thể hiện phân cực mà anten dự định phát (hoặc thu), còn phân cực chéo là phân cực trực giao với đồng phân cực (phân cực đựơc đặc tả).

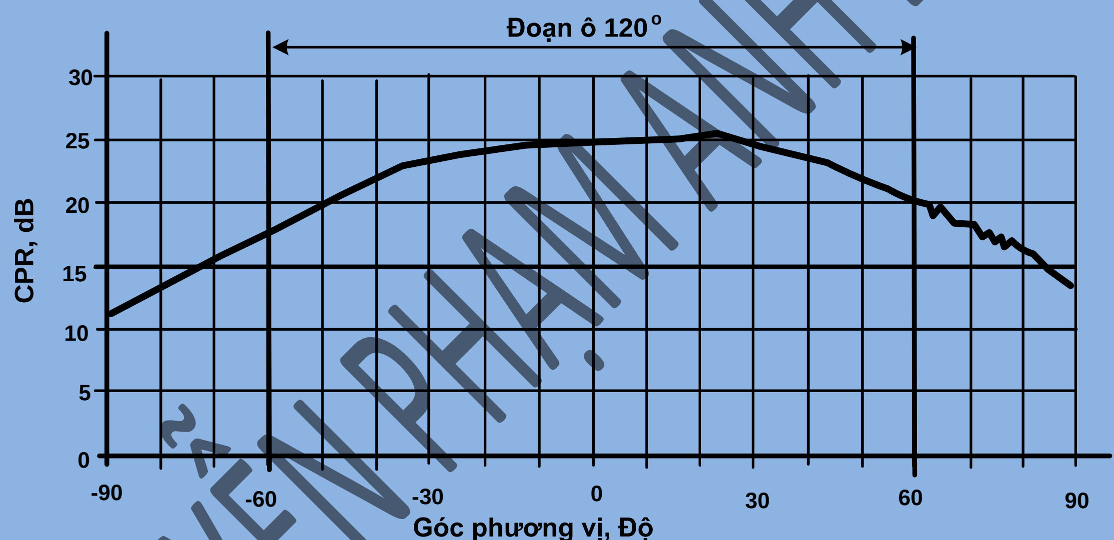
Tỷ số phân cực chéo được (CPR: Cross Polarization Ratio) hay sử dụng để đánh giá tính độc lập cuả hai phân cực nói trên. Đối với anten phân cực chéo xét ở trên, CPR đánh giá tính độc lập của hai đường phát (hoặc thu) hai phân cực trực giao. CPR được định nghĩa là tỷ số giữa hệ số khếch đại tương đối đồng phân cực ($g_{co\text{-}pol}$) với hệ số khuếch đại tương đối phân cực chéo ($g_{cross\text{-}pol}$) và được xác đinh theo dB như sau:

$$CPR\ [dB] = 10\lg g_{co\text{-}pol} - 10\lg g_{cross\text{-}pol} \quad (1.132)$$

Hình 1.27 cho thấy cách xác định CPR cho anten phân cực chéo với $HPBW_H = 65^0$ và G= 17dBi và hình 1.28 cho thấy kết quả đo CPR của anten này.



Hình 1.27. Mẫu phát xạ mặt ngang của anten với HPBW$_H$=65^0, G=17dBi và cách xác định CPR



Hình 1.28. Kết quả đo CPR của anten với HPBW$_H$=65^0 và G=17dBi

Các kết quả nghiên cứu anten Xpol cho thấy nhờ phân cực trực giao anten này đảm bảo tỷ số phân cực chéo cao vì thế cho phép đạt được hiệu năng phân tập rất cao.

1.10.4. Hệ số tổn hao phân cực và hiệu suất phân cực

Nói chung phân cực anten thu không giống phân cực sóng tới. Trường hợp này thường được gọi là không phối hợp phân cực. Do tổn thất phân cực nên lượng công suất anten thu lấy ra từ sóng tới sẽ không cực đại. Giả thết tường điện của sóng tới được biểu diễn như sau:

$$\vec{E}_i = \vec{a}_w E_i \qquad (1.133)$$

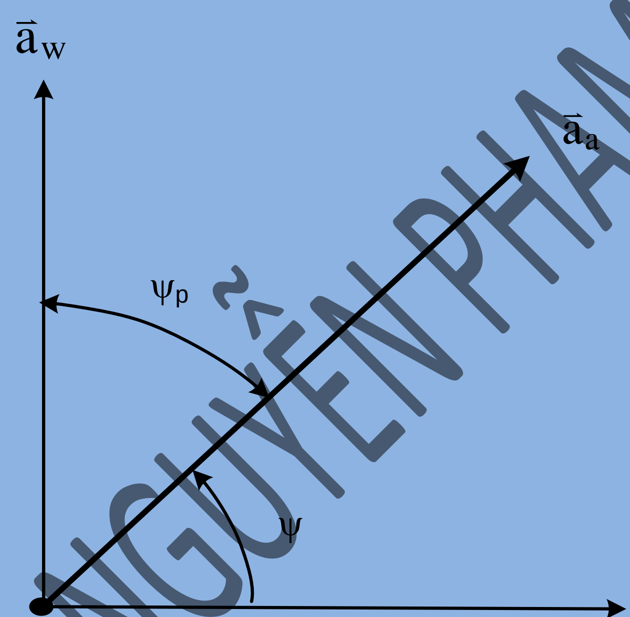
Trong đó $\vec{a}_i$ là vectơ đơn vị của sóng và phân cực của điện trường của anten thu được biểu diễn như sau:

$$\vec{E}_a = \vec{a}_a E_i \qquad (1.134)$$

Trong đó $\vec{a}_a$ là vectơ đơn vị (vectơ phân cực). Hệ số tổn hao phân cực (PLF) được đưa ra để xét đến tổn hao phân cực như sau:

$$PLF = \left|\vec{a}_w.\vec{a}_a\right|^2 = \left|\cos\psi_p\right|^2 \qquad (1.135)$$

Trong đó ψ là góc giữa hai vectơ đơn vị. Tương quan giữa phân cực sóng tới và phân cực anten được thể hiện trên hình 1.29. Nếu anten được phối hợp phân cực, PLF của nó sẽ bằng 1 và anten thu sẽ lấy ra công suất cực đại từ sóng tới.



Hình 1.29. Tương quan giữa phân cực sóng tới và phân cực anten

Một thông số nữa được sử dụng để mô tả đặc tính phân cực của sóng và anten là hiệu suất phân cực (mất phối kháng phân cực hay tổn hao phân cực). Hiệu suất phân cực được định nghĩa là tỷ số giữa công suất thu đươck bởi anten từ một sóng phẳng có phân cực bất kỳ với công suất sẽ thu được bởi chính anten này từ một sóng phẳng có cùng mật độ thông lượng công suất và phương truyền sóng tuy nhiên phân cực được điều chỉnh để thu được công suất cực đại.Thông số này được biểu diễn như sau:

$$p_e = \frac{\left|\vec{\ell}_e.\vec{E}_i\right|^2}{\left|\vec{\ell}_e\right|^2\left|\vec{E}_i\right|^2} \qquad (1.136)$$

Trong đó ℓ_e là vectơ độ dài vectơ hiệu dụng của anten, $\vec{E}_i$ là điện trường sóng tới.

1.11. TRỞ KHÁNG VÀO CỦA ANTEN

1.11.1. Anten trong chế độ phát

Trở kháng vào của anten được định nghĩa là tỷ số giữa điện áp trên dòng điện tại hai điểm đầu cuối hay tỷ số giữa các thành thành điện trường và từ trường tại một điểm. Trên hình 1.30, các điểm đầu cuối là a-b. Tỷ số giữa điện áp trên dòng điện tại hai điểm này khi không có tải được định nghĩa là trở kháng anten như sau:

$$Z_A = R_A + jX_A \qquad (1.137)$$

Trong đó

Z_A là trở kháng anten tại các điểm kết cuối a-b (Ôm)

R_A là điện trở anten tại các điểm kết cuối a-b (Ôm)

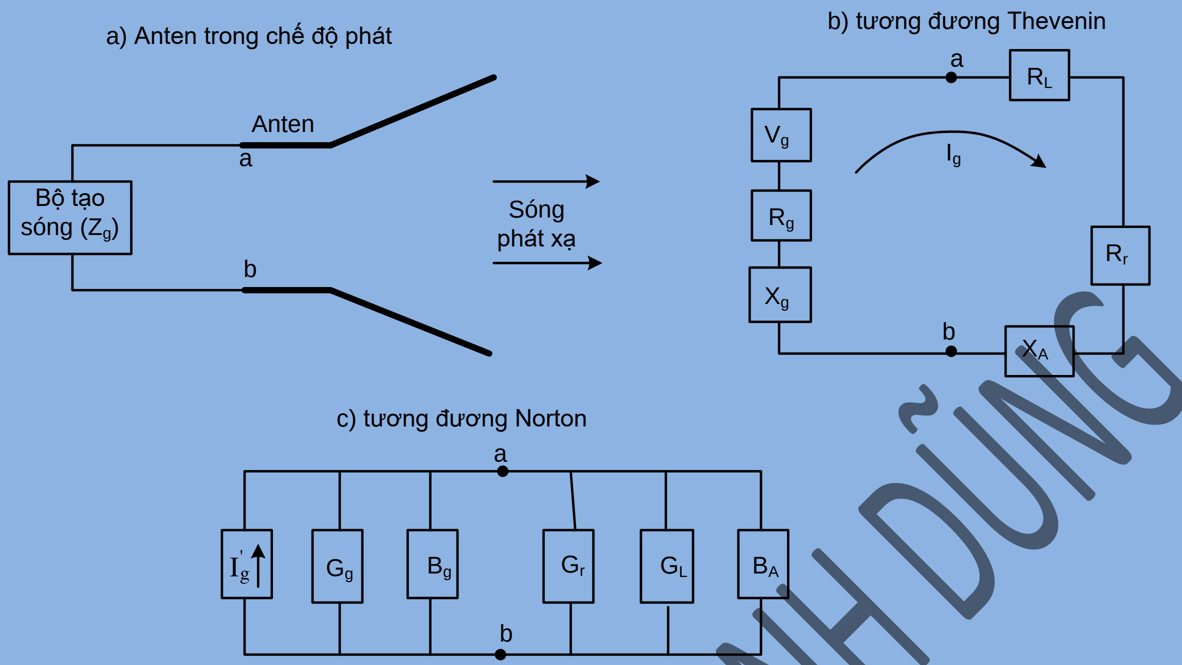
X_A là điện kháng anten tại các điểm kết cuối a-b (Ôm)

Tổng quát thành phần điện trở trong phương trình (1.137) được xác định như sau:

$$R_A = R_r + R_L \qquad (1.138)$$

Trong đó R_r là điện trở phát xạ của anten

R_L là điện trở tổn hao của anten.



Hình 1.30. Anten phát và các mạch tương đương của nó

Nếu ta coi rằng anten được đấu tới một bộ tạo sóng (máy phát) có điện kháng nội:

$$Z_g = R_g + X_g \qquad (1.139)$$

Trong đó

R_g là điện trở của bộ tạo sóng (Ôm)
X_g là điện kháng của bộ tạo sóng (Ôm)

và anten trong chế độ phát, ta có thể biểu diễn anten và bộ tạo sóng bằng một mạch điện tương đương như trên hình (1.30b). Để tìm lượng công suất được chuyển đến R_r cho phát xạ và lượng công suất bị tiêu tán tại R_L ở dạng nhiệt ($I^2R_L/2$), trước hết ta tìm dòng điện được tạo ra trong mạch điện như sau:

$$I_g = \frac{V_g}{Z_t} = \frac{V_g}{Z_A + Z_g} = \frac{V_g}{\left(R_r + R_L + R_g\right) + \left(X_A + X_g\right)} \qquad ((1.140)$$

Biên độ dòng điện:

$$\left|I_g\right| = \frac{\left|V_g\right|}{\left[\left(R_r + R_L + R_g\right)^2 + \left(X_A + X_g\right)^2\right]^{1/2}} \qquad ((1.141)$$

Trong đó V_g là giá trị đỉnh của điện áp của bộ tạo sóng. Công suất cấp cho anten để phát xạ:

$$P = \frac{1}{2}\left|I_g\right|^2 R_r = \frac{\left|V_g\right|^2}{2}\left[\frac{R_r}{\left(R_r + R_L + R_g\right)^2 + \left(X_A + X_g\right)^2}\right] \text{ [W]} \qquad (1.142)$$

Công suất tổn hao nhiệt:

$$P_L = \frac{1}{2}\left|I_g\right|^2 R_L = \frac{\left|V_g\right|^2}{2}\left[\frac{R_L}{\left(R_r + R_L + R_g\right)^2 + \left(X_A + X_g\right)^2}\right] \text{ [W]} \qquad (1.143)$$

Công suất tổn hao nhiệt tại điện trở nôi bô tao sóng R_g:

$$P_g = \frac{1}{2}\left|I_g\right|^2 R_g = \frac{\left|V_g\right|^2}{2}\left[\frac{R_g}{\left(R_r + R_L + R_g\right)^2 + \left(X_A + X_g\right)^2}\right] \text{ [W]} \qquad ((1.144)$$

Công suất cực đại cấp cho anten xảy ra khi có phối kháng liện hiệp phức:

$$R_r + R_L = R_g \qquad (1.145)$$

$$X_A = -X_g \qquad (1.146)$$

Khi này:

$$P = \frac{\left|V_g\right|^2}{2}\left[\frac{R_r}{4\left(R_r + R_L\right)^2}\right] = \frac{\left|V_g\right|^2}{8}\left[\frac{R_r}{\left(R_r + R_L\right)^2}\right] \text{ [W]} \qquad (1.147)$$

$$P_L = \frac{\left|V_g\right|^2}{8}\left[\frac{R_L}{\left(R_r + R_L\right)^2}\right] \text{ [W]} \qquad (1.148)$$

$$P_g = \frac{\left|V_g\right|^2}{8}\left[\frac{R_g}{\left(R_r + R_L\right)^2}\right] = \frac{\left|V_g\right|^2}{8}\left[\frac{1}{R_r + R_L}\right] = \frac{\left|V_g\right|^2}{8R_g} \text{ [W]} \qquad (1.149)$$

Từ các phương trình (1.147) (1.148) và (1.149) ta thấy công suất tổn hao trên điện trở nội bằng tổng cống suất cho phát xạ của anten và công suất tổn hao trên điện trở ngoài:

$$P_g = P + P_L = \frac{|V_g|^2}{8}\left[\frac{R_g}{(R_r + R_L)^2}\right] = \frac{|V_g|^2}{8}\left[\frac{R_r + R_L}{(R_r + R_L)^2}\right] \text{ [W]} \quad (1.150)$$

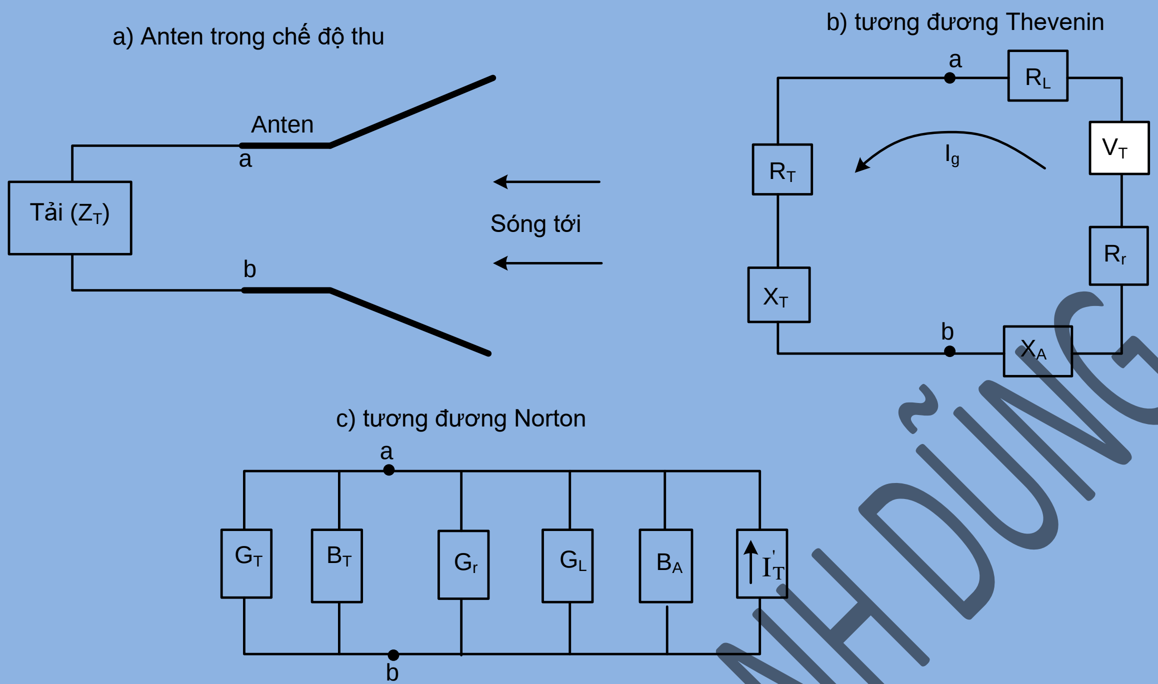
Công suất do bộ tạo sóng tạo ra khi có phối kháng liện hiệp phức:

$$P_s = \frac{1}{2} V_g I_g^* = \frac{V_g}{2}\left[\frac{V_g^*}{2(R_r + R_L)}\right] = \frac{|V_g|^2}{4}\left[\frac{1}{(R_r + R_L)}\right] \text{[W]} \quad (1.151)$$

Khi phối kháng liên hợp phức, một nữa công suất bị tổn hao trên điện trở nổi, nửa còn lại được cấp cho anten. Trong nửa công suất cấp cho anten thì chỉ một phần được cấp cho phát xa (liên quan đến điện trở phát xạ) còn một phần bị tổn hao nhiệt và điều này ảnh hưởng đến hiệu suất anten. Nếu anten không tổn hao và được phối kháng với đường truyền dẫn thì hiệu suất anten e_a=1 và nửa còn lại này hoàn toan được cấp cho phát xạ anten. Khi này Trong toàn bộ cống suất được tạo ra bởi bộ tạo sóng, một nửa công suất bị tổn hao trên điện trở nôi củ bộ tạo soáng và nửa cònglại được cấp cho pơhát xạ của anten. Trên hình 1.30, ta giả thiết rằng bộ tạo sóng được nối trực tiếp đến anten. Tuy nhiên nếu có đường truyền dẫn giưa bộ tạo sóng và anten, thì Z_g sẽ là trở kháng tương đương của bô tạo sóng được chuyển đổi vào hai điểm đầu cuối anten thôngqua phương trình chuyển đổi trở kháng. Hình 1.30c cho thấy sơ đồ tương đương Norton cho trường hợp anten trong chế độ phát.

1.11.2. Anten trong chế độ thu

Sử dụng anten trong chế độ thu được trình bày trên hình 1.31a. Sóng tới đập lân anten và cảm ứng lên nó một điện áp V_T tương tự như V_g trong chế độ phát. Sơ đồ tương đương Thevenin được cho trên hình 1.31b và sơ đồ tương đương Norton được cho trên hình 1.31c.



Hình 1.31. Anten thu và các sơ đồ tương đương.

Trên sơ đồ tương đương 1.31b ta có các thành phần điện áp, điện trở và điện kháng sau: 1) V_T là điện áp thu, 2) R_T và X_T là điện trở và điện kháng tải, 3) R_r là điện trở phát xạ lại hay tán xạ và R_L là điện trở do tổn hao nhiệt gây ra bởi dẫn điện và điện môi và X_A là điện kháng của anten.

Trong chế độ thu công suất tỏa ra trên tải thu R_l được tính như sau::

$$P_T = \frac{|V_T|^2}{2}\left[\frac{R_T}{(R_r+R_L+R_T)^2+(X_A+X_T)^2}\right] \quad [W] \qquad (1.152)$$

Trong chế độ thu khi có phối kháng liên hợp phức (R_r+R_L=R_T, X_A=-X_T), ta được: một nửa công suất được đưa đến tải (P_T) và một nửa công suất tiêu tán bao gồm công suất phát xạ lại hay bị tán xạ(P_r) và công suất tổn hao nhiệu P_L như sau:

$$P_T = \frac{|V_T|^2}{8}\left[\frac{R_T}{(R_r+R_L)^2}\right] = \frac{|V_T|^2}{8}\left[\frac{1}{R_r+R_L}\right] = \frac{|V_T|^2}{8R_T} \quad [W] \qquad (1.153)$$

$$P_r = \frac{|V_T|^2}{2}\left[\frac{R_r}{4(R_r+R_L)^2}\right] = \frac{|V_T|^2}{8}\left[\frac{R_r}{(R_r+R_L)^2}\right] \quad [W] \qquad (1.154)$$

$$P_L = \frac{|V_T|^2}{8}\left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2}\right] \qquad [W] \qquad (1.155)$$

Công suất cảm ứng vào anten (Collected Power: công suất thu của anten) được xác định như sau:

$$P_c = \frac{1}{2}V_T I_T^* = \frac{V_T}{2}\left[\frac{V_T^*}{2(R_r + R_L)}\right] = \frac{|V_T|^2}{4}\left[\frac{1}{R_r + R_L}\right] \quad (1.156)$$

Từ phương trình (1.153) ta thấy một nửa công suất cảm ứng vào anten được đưa đến tải trong trường hợp phốI kháng.

Nói chung, trở kháng vào phụ thuộc vào tần số. Vì thế anten chỉ được phối kháng với đường truyền dẫn và các thiết bị khác kết nối với nó trong một băng thông nhất định, Ngoài ra trở kháng vào của anten phụ thuộc vào nhiều yếu tố nhơ hình học của nó, phương pháp kích thíc nó và các vật thể gần nó. Vì ccs hình học phức tạp cuả các anten, nên chỉ một số ít anten thực tế được nghiên cứu bằng giải tích. Đối với các anten còn lại, trở kháng vào được xác định bằng thực nghệm.

Từ phương trình ((1.152) ta có thể viết lại phương trình (1.108) cho diện tích hiệu dụng của anten như sau:

$$A_e = \frac{P_T}{\prod_{inc}} = \frac{|V_T|^2}{2\prod_{inc}}\left[\frac{R_T}{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2}\right] \qquad (1.157)$$

Trong đó

A_e là diện tích hiệu dụng (m^2)

P_T là công suất đưa đến tải (W)'

$\prod_{inc}$ là mật độ công suất tới

Trong trường hợp phối kháng liên hiệp phức (R_r+R_L=R_T, X_A=X_T) (1.157) trở thành diện tích hiệu dụng cực đại:

$$A_{em} = \frac{|V_T|^2}{8\prod_{inc}}\left[\frac{R_T}{(R_r + R_L)^2}\right] = \frac{|V_T|^2}{8\prod_i}\left[\frac{1}{R_r + R_L}\right] \quad (1.158)$$

Từ hình 1.31 ta thấy không phải tất cả công suất thu được tại anten đều được đưa đến tải. Trong trường hợp phối kháng liên hiệp phức chỉ có một nửa công suất này là được đưa đến tải và nửa công suất còn lại tiêu tán trên tán xạ và làm nóng. Để xét đến các thành phần công suất còn lại này ta đưa ra các diện tích tương đương sau: diện tích tán xạ, diện tích tổn hao (nhiệt) và diện tích thu.

Diện tích tán xạ được định nghĩa là diện tích tương đương mà khi nhân nó với mật độ công suất tới ta được công suất tán xạ (hay công suất phát lại). Trong trường hợp phối kháng liên hiệp, sử dụng (1.154) ta có thể viết diện tích tán xạ như sau:

$$A_s = \frac{P_r}{\prod_{inc}} = \frac{|V_T|^2}{8\prod_{inc}}\left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2}\right] \qquad (1.159)$$

Diện tích tổn hao được định nghĩa là diện tích tương đương mà khi nhân nó với mật độ công suất tới ta được công suất tổn hao. Sử dung phương trình (1.155), ta có thể viết diện tích tổn hao như sau:

$$A_L = \frac{P_L}{\prod_{inc}} = \frac{|V_T|^2}{8\prod_{inc}}\left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2}\right] \qquad (1.160)$$

Diện tích thu được định nghĩa là diện tích tương đương mà khi nhân nó với mật độ công suất tới ta được công suất thu. Trong trường hợp phối kháng liên hiệp, sử dụng phương trình (1.156), ta có thể viết diện tích thu như sau:

$$A_c = \frac{P_c}{\prod_{inc}} = \frac{|V_T|^2}{4\prod_{inc}}\left[\frac{1}{R_r + R_L}\right] \qquad (1.161)$$

Tổng quát trong mọi trường hợp phối kháng và không phối kháng, diện tích thu bằng tổng diện tích hiệu dụng, tán xạ và diện tích tổn hao:

Diện tích thu = Diện tích hiệu dụng + Diện tích tán xạ + Diện tích tổn hao

Dựa trên các diện tích tương đương ở trên, ta có thể định nghĩa hiệu suất hiệu suất miệng mở của một anten là tỷ số giữa diện tích hiệu dụng và diện tích vật lý của anten:

$$e_{ap} = \frac{A_{em}}{A_p} = \frac{\text{Diện tích hiệu dụng cực đại}}{\text{Diện tích vật lý}} \qquad (1.162)$$

Các anten miệng mở (sẽ xét trong chương 5) như ống dẫn sóng, loa hay các bộ phản xạ đều có diện tích hiệu dụng cực đại không lớn hơn diện tích vật lý ($A_{em} \le A_p$) vì thế

$e_{ap} \le 1$. Đối với anten không tổn hao ($R_L=0$), diện tích tán xạ cực đại cũng chỉ bằng một diện tích vật lý. Vì thế mặc dù hiệu suất miệng mở lớn hơn 50%, đối với anten không tổn hao khi có phối kháng cũng chỉ có một nửa công suất thu là được đưa đến tải còn một nửa công suất bị tán xạ.

1.12. HIỆU SUẤT ANTEN

Hiệu suất anten xét đến các tổn hao phản xạ, dẫn điện và điện môi. Hình 1.32 tổng kết các tổn hao này. Các tổn hao này dẫn đến cần định nghĩa một số các hệ số hiệu suất anten. Hệ số tổng hiệu suất của anten e_0 được sử dụng để xét đến các tổn hao quy đổi vào đầu vào trong một cấu trúc anten:

$$e_0=e_r e_c e_d \tag{163}$$

trong đó

e_0 là tổng hiệu suất

e_r là hiệu xuất xét đến tổn hao phản xạ do mất phối kháng $\left(1-|\rho_r|^2\right)$

e_c là tổn hao dẫn điện

e_d là tổn hao điện môi

ρ_r là hệ số phản xạ điện áp tại đầu vào anten, là một số phức thẻ hiện biên độ và pha của phản xạ được xác định như sau:

$$\rho_r=\frac{U_r}{U_f}=\frac{Z_{ant}-Z_c}{Z_{ant}+Z_c} \tag{164}$$

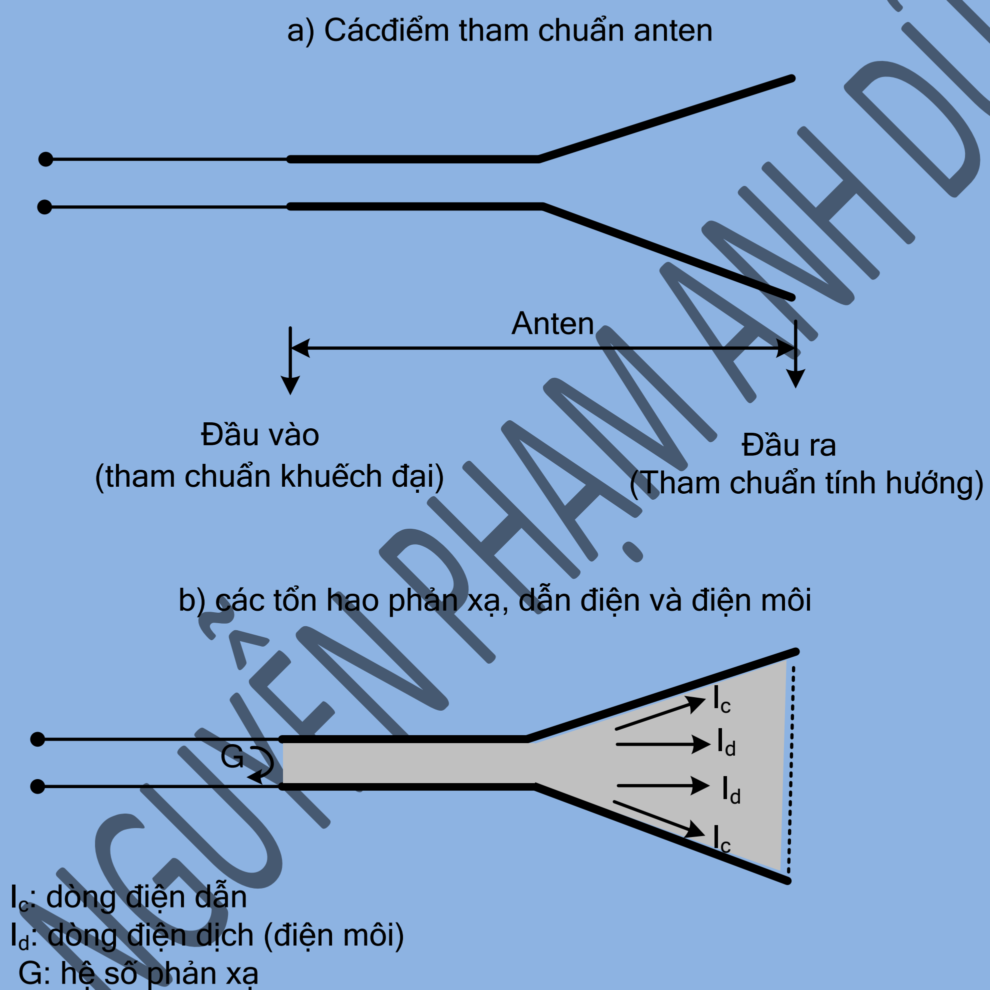
trong đó: U_f là điện áp sóng thẳng, U_r là điện áp sóng phản xạ, Z_{ant}=trở kháng vào của anten, Z_c là trở kháng đặc tính của đường truyền dẫn

VSWR là hệ số sóng đứng được xác định như sau:

$$VSWR=\frac{|U_{max}|}{|U_{min}|}=\frac{|U_f|+|U_r|}{|U_f|-|U_r|}=\frac{1+|\rho_r|}{1-|\rho_r|} \tag{165}$$

Hệ số phản xạ công suất được xác định như sau:

$$\left|\rho_r\right|^2 = \frac{P_r}{P_f} = \frac{\left|Z_{ant} - Z_c\right|^2}{\left|Z_{ant} + Z_c\right|^2} = \left|\frac{VSWR - 1}{VSWR - 1}\right|^2 \qquad (166)$$



Hình 1.32. Các điểm tham chuẩn anten và các tổn hao.

Rất khó tính toán tổn hao dẫn điện và điện môi của anten vì thế phần lớn chúng được đo bằng thực nghiệm. Khi đo rất khó phân tách hai loại tổn hao này vì thế chúng được thể hiện chung bằng một hiệu suất được ký hiệu là e_{cd} và điện trở R_L được sử dụng để thể hiện chung cho cả tổn hao dẫn điện và điện môi.

Hiệu suất dẫn điện-điệm môi e_{cd} được định nghĩa là tỷ số giữa công xuất cấp cho phát xạ và tổng công suất cấp cho phát xạ và công suất tổn hao:

$$e_{cd} = \frac{P}{P + P_L} = \left[\frac{R_r}{R_r + R_L}\right] \qquad (1.167)$$

1.13. HIỆU SUẤT BÚP

Hiệu suất búp là một thông số thường được sử dụng để đánh giá chất lượng của naten phát và anten thu. Đối với các anten có búp chính hương theo trục z (θ=0) như trên hình 1.16, hiệu suất búp (ký hiệu BE) được định nghĩa như sau:

$$BE = \frac{\text{công suất phát (thu) trong góc } \theta_1 \text{ của hình nón}}{\text{công suất phát (thu) bởi anten}} \qquad (1.168)$$

Trong đó θ_1 là nửa góc của hình nón trong đó chứa phần trăm công suất cần tìm.
Ta có thể viết lại phương trình (1.105) như sau:

$$BE = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_1} U(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi} \qquad (1.169)$$

Nếu ta chọn θ_1 là góc không hay cực tiểu đầu tiểu đầu tiên xẩy ra, thì hiệu suất búp sẽ biểu thị lượng công suất trong búp chính so vóid tổng công suất. Các anten sử dụng cho đo lường, thiên văn ra đa và một số ứng dụng thường có hiệu suất búp cao.

1.14. BĂNG THÔNG

Băng thông anten được định nghĩa là dải tần số mà trong dải này hiệu suất anten tuân thủ một số đặc tính được quy định theo tiêu chuẩn. Cũng có thể coi băng thông anten là là dải tần mà tại hai biên của nó so với tần số trung tâm (tần số này thường là tần số cộng hưởng đối với các lưỡng cực) các đặc tính của anten (như: trở kháng vào, mẫu phát xạ, độ rộng búp, phân cực, mức búp bên, hệ số khuếch, đại phương của búp, hiệu suất phát xạ) có giá trị chấp thuận được so với các giá trị tại tần số trung tâm. Đối với các anten băng rộng, băng thông thường được biểu dẫn ở dạng tỷ số giữa tần số biên trên và biên dưới mà tại đó hoạt động của anten chấp nhận được. Chẳng hạn băng thông 10:1 biểu thị tần số biên trên lớn hơn tần số biên dưới 10 lần. Đối với các anten băng hẹp, băng thông được biểu diễn ở dạng phần trăm của hiệu tần số (biên trên trừ biên dưới) chia cho tần số trung tâm của băng thông. Chẳng hạn băng thông 5% cho thấy hiệu tần số biên mà ở đó khai thác chấp nhận được bằng 5% tần số trung tâm của băng thông.

Do các đặc tính (trở kháng vào, mẫu phát xạ, hệ số khuếch đại, phân cực…) của anten không nhất thiết phải thay đổi giống nhau hay thâm chí bị ảnh hưởng quá lớn bởi tần số, nên không có đặc tả băng thông duy nhất. Các đặc tả này được thiết lập cho từng trường hợp để đáp ứng nhu cầu của thừng ứng dụng cụ thể. Thông thường tồn tại phân biệt giữa mẫu phát xạ và các thay đổi của trở kháng vào, vì thế băng thông mẫu phát xạ và băng thông trở kháng vào thường được sử dụng để nhấn mạnh điều này. Đi cùng với băng thông mẫu phát xạ là hệ số khuếch đại, các mức búp bên, băng thông, phân cực và phương búp. Chẳng hạn, mẫu phát xạ của một lưỡng cực tuyến tính có tổng độ dài nhỏ hơn một nửa bước sóng ($\ell<\lambda/2$) ít nhạy cảm tần số. Nhân tố hạn chế đối với anten này là trở kháng của nó, vì thế băng thông được định nghĩa theo Q (hệ số chất lượng). Q của các anten hay các mảng có kích thước lớn so với bước sóng, ngoại trừ các thiết kế siêu định hướng, thường gần bằng 1. Vì thế đối với các anten này, băng thông thường được phát biểu theo băng thông mẫu phát xạ bao gồm: băng thông, mức các búp bên và các đặc tính mẫu phát xạ. Đối với anten có độ dài trung gian băng thông có thể bị giới hạn cả bởi các thay đổi cuả mẫu phát xạ và trở kháng phụ thuộc vào các ứng dung cụ thể. Đối với các anten này, thiết kết tốt chỉ cần băng thông 2:1. Đối với các anten khác có thể cần băng thông lên đến 40:1 hoặc lớn hơn. Các anten laoị này được gọi là không phụ thuộc tần số.

Các vấn đề trên được xét với giả thiết các mạng ghép (biến áp, balun ..) và định cỡ không thay đổi nhiều theo tần số.

1.15. NHIỆT ĐỘ ANTEN

Mọi vật thể có nhiệt độ vật lý lớn hơm không tuyệt đối (0 K= -273°C) đều khát xạ năng lượng. Lượng năng lượng được phát xạ thường được trình bày bằng nhiệt độ tương đương T_B (còn được gọi là nhiệt độ chói) và được định nghĩa như sau:

$$T_B(\theta,\phi) = \varepsilon(\theta,\phi)T_m = \left(1-|\rho_r|^2\right)T_m \qquad (1.170)$$

Trong đó

T_B là nhiệt độ chói (nhiệt độ tương đương; K)

ε là độ bức xạ

T_m là nhiệt độ vật lý hay nhiệt độ phân tử (K)

ρ_r là hệ số phản xạ bề mặt đối với phân cực sóng.

Vì dộ bức xạ $0 \le \varepsilon \le 1$, giá trị cực đại của nhiệt độ tương đương bằng nhiệt độ vật lý. Thông thường độ phát xạ phụ thuộc vào tần số, phân cực của năng lượng được phát xạ và cấu trúc phân tử của vật thể. Tại dải sóng vi va, các vật thể phát xạ tốt hơn: mặt đất có thể phát xạ đến 300K, bầu trời khi nhìn lên đỉnh đầu và 100-150 theo đường chân trời.

Đối với anten thu, các vật thể bức xạ nhiệt độ chói sẽ tạo ra tại đầu cuối của anten này nhiệt độ anten được xác định như sau:

$$T_A = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} T_B(\theta,\phi)G(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} G(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi} \qquad (1.171)$$

Trong đó

T_A là nhiệt độ anten (nhiệt độ tạp âm hiệu dụng của điện trở phát xạ anten; K)

$G(\theta,\phi)$ là hệ số khuếch đại anten.

Giả thiết không có tổn hao giữa anten và máy thu, công suất tạp âm chuyển đến máy thu được xác định như sau:

$$P_r = kT_A\Delta f \qquad (1.172)$$

Trong đó

P_r là công suất tạp âm anten

K là hằng số Boltzman ($1,38.10^{-23}$ W/Hz^{-1}K^{-1})

T_A là nhiệt độ tạp âm anten (K)

Δf là băng thông

Nếu anten và đường truyền dẫn được duy trì tại các nhiệt độ vật lý và đường truyền dẫ giữa anten và máy thu có tổn hao, thì cần thay đổi (1.172) để bao hàm cả các đóng góp khác và của tổn hao đường truyền. Nếu anten được duy trì tại nhiệt độ vật lý T_p

và đường truyền dẫ với chiều dài ℓ được duy trì tại nhiệt độ vật lý không đổi T_0 trên toàn tuyến, ngoài ra bộ suy giảm α (Np/đơn vị độ dài) được sử dụng để kết nối anten với máy thu (xem hình 1.33), nhiệt độ anten hiệu dụng được xác định như sau:

$$T_a = T_A e^{-2\alpha\ell} + T_{AP} e^{-2\varepsilon\ell} + T_0\left(1 - e^{-2\alpha\ell}\right) \qquad (1.173)$$

Trong đó

$$T_{AP} = \left(\frac{1}{e_A} - 1\right) T_p \qquad (1.174)$$

T_a là nhiệt độ anten tại các kết cuối máy thu (K)

T_A là nhiệt độ tạp âm anten tại kết cuối anten do bức xạ bên ngoài (1.171) (K)

T_{AP} là nhiệt độ anten tại các kết cuối anten do nhiệt độ vật lý anten T_p (1.174) (K)

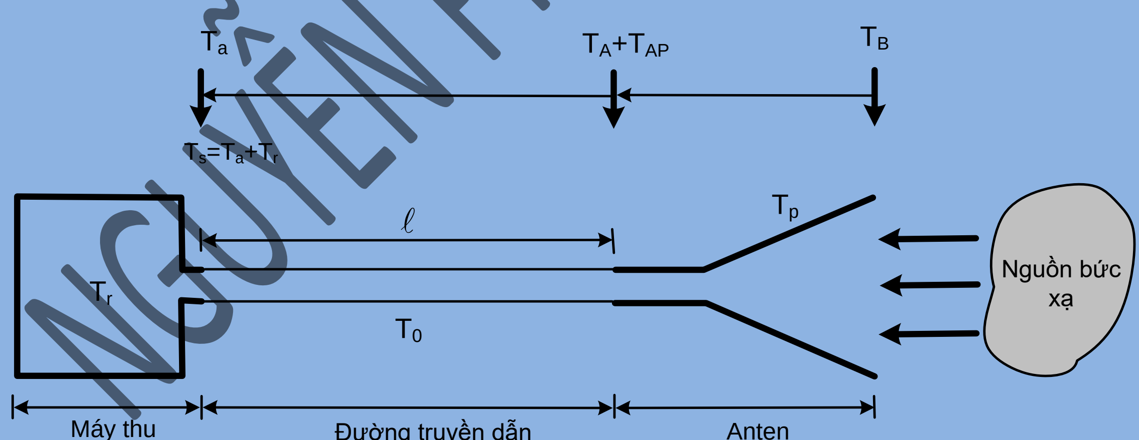
T_p là nhiệt độ vật lý anten (K)

α là hệ số suy hao đường truyền dẫn (Np/m)

E_A hiệu suất nhiệt anten

ℓ độ dài đường truyền dẫn (m)

T_0 là nhiệt độ vật lý của đường truyền dẫn.



Hình 1.33. Sơ đồ tính toán công suất tạp âm hệ thống bao gồm: anten, đường truyền dẫn và máy thu.

Ta cần viết lại phương trình (1.173) cho công suất tạp âm anten như sau:

P_r=k$T_a\Delta$f (1.175)

Trong đó T_a là nhiệt độ tạp âm anten tại đầu vào máy thu xác định theo (1.173).

Nếu bản thân máy thu cũng có nhiệt độ tạp âm T_r (do tạp âm nhiệt của các thành phần máy thu), thì công suất tạp âm tại các kết cuối máy thu được xqcs iinh như sau:

P_s=k(T_a + T_r)Δf= P_r=k$T_s\Delta$f (1.176)

Trong đó

P_s là công suất tạp âm hệ thống (tại các kết cuối máy thu)

T_a là nhiệt độ tạpam anten (tại các kết cuối máy thu)

T_r la fnhiệt độ tạp âm máy thu (tại các kêt cuối máy thu)

T_s= T_a + T_r là nhiệt độ tạp âm hệ thống hiệu dụng (tại các kết cuối máy thu).

Suy hao theo Np (Neper) được tính như sau:

$$\alpha(\text{Np}) = \frac{1}{2}\ln\frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = e^{2\alpha(\text{Np})}$$

Trong đó P_1 là công suất đầu vào cnf P_2 là công suất đầu ra đường truyền. Suy hao thường xuyên hơn được biểu thị ở dB như sau:

$$\alpha(\text{dB}) = 10\log_{10}\frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 10^{\alpha(\text{dB})/10}$$

Để chuyển suy hao theo Neper và dB ta tiến hành như sau:

$$\alpha(\text{dB}) = 10\log_{10}\frac{P_1}{P_2} = 10\log_{10}\left(e^{2\alpha(\text{Np})}\right) = 20\alpha(\text{Np})\log_{10}e \quad (1.177)$$

Thí dụ

Cho nhiệt độ anten hiêu dụng của một đối tượng tại đầu vào anten là 150K. Giả thiết là anten được duy trì tại nhiệt độ vật lý 300K và có hiệu suất nhiệt 99%. Anten được nối bởi ông dẫn sóng chữ nhật dài 10 tại băng tần 8,2-12,4 GHz với tổn hao 0,13db/m tại nhiệt độ 300K. Tìm nhiệt độ anten hiệu dụng tại đầu vào máy thu.

Giải

Trươc tiên ta chuyển đổi hệ số suy giảm từ dB vào Np theo (1.177);

$$\alpha(\text{dB/m}) = 20\alpha(\text{Np/m})\log_{10}e = 20.0,434\alpha(\text{Np/m}) = 8,68\alpha(\text{Np/m})$$

Hay:

α(Np/m)= α(dB/m)/8,58=0,13/8,68=0,00149.
Sử dụngcác phương trình (1.174) và (1.173), ta tính được:

$$T_{AP}=\left(\frac{1}{e_A}-1\right)T_p=\left(\frac{1}{0,99}-1\right).300=3,03K$$

$$T_a=T_A e^{-2\alpha\ell}+T_{AP}e^{-2\varepsilon\ell}+T_0\left(1-e^{-2\alpha\ell}\right)$$

$$=150e^{-0,149(2)}+3,03e^{-0,149(2)}+300\left(1-e^{-0,149(2)}\right)$$

$$=111,345+2,249+77,31=190,904K$$

1.16. THẾ TRỄ VÔ HƯỚNG VÀ THẾ TRỄ VECTƠ

1.16.1. Thế trễ vô hướng và thế trễ vectơ đối với nguồn dòng điện $\vec{J}$

Các chứng minh cho thấy để nghiên cứu quá trình sóng điện từ, sử dụng các thế vectơ (Vector Potential) và thế vô hướng (Scalarr Potential) sẽ thuận tiện hơn. Từ hai phương trình Maxwell thứ (2) và thứ (4) trong bảng 1.1 vào dạng các vectơ trường phức tức thời như sau:

$$(2)\,\nabla\times\tilde{E}=-\frac{\partial\tilde{B}}{\partial t},\quad (4)\,\nabla.\tilde{B}=0$$

Ta thấy có thể biểu diễn điện trường và từ trường qua thế vô hướng φ(r,t) và thế vectơ điện tức thời $\tilde{A}(r,t)$ như sau:

$$\nabla\times\tilde{E}=-\nabla\tilde{\varphi}-\frac{\partial\tilde{A}}{\partial t} \qquad (1.178)$$

$$\tilde{B}=\mu\tilde{H}=\nabla\times\tilde{A}\Rightarrow\tilde{H}=\frac{1}{\mu}\nabla\times\tilde{A} \qquad (1.179)$$

Trong đó

$\tilde{\varphi},\tilde{A}$ là thế vô hướng và thế vectơ tức thời

Ta có thể chứng minh rằng biểu thức trên hoàn toàn phù hợp với hai phương trình Maxwel nói trên như sau.

$$\nabla.\tilde{B}=\nabla.\nabla\times\tilde{A}=0\Rightarrow\tilde{B}=\nabla\times\tilde{A}$$

$$\nabla\times\tilde{E}=-\frac{\partial\tilde{B}}{\partial t}=-\nabla\times\frac{\partial\tilde{A}}{\partial t}\Rightarrow\nabla\times\left(\tilde{E}+\frac{\partial\tilde{A}}{\partial t}\right)=0$$

Vì $\nabla\times\nabla\tilde{\varphi}=0$ nên

$$\tilde{E}+\frac{\partial\tilde{A}}{\partial t}=-\nabla\tilde{\varphi}\Rightarrow\tilde{E}=-\nabla\tilde{\varphi}-\frac{\partial\tilde{A}}{\partial t} \qquad (1.180)$$

Ta có thể biến đổi các phương trình Maxwell $(1)\nabla\times\tilde{H}=\tilde{J}+\frac{\partial\tilde{D}}{\partial t}$; $(3)\ \nabla.\tilde{D}=\tilde{\rho}$ trong bảng 1.1 ở dạng các giá trị phức tức thời vào các phương trình sóng sau đây

$$\begin{aligned}&\frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial t^2}-\nabla^2\tilde{\varphi}=\frac{1}{\varepsilon}\tilde{\rho}\\&\frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial t^2}-\nabla^2\tilde{A}=\mu\tilde{J}\end{aligned} \qquad (1.181)$$

Trong đó $v_0=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ là tốc độ ánh sáng trong môi trường.

Giải các phương trình trên ta được

$$\tilde{\varphi}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V\frac{\tilde{\rho}\left(x',y',z',t'-\frac{R}{v_0}\right)}{R}dV \qquad (1.182)$$

$$\tilde{A}=\frac{\mu}{4\pi}\int_V\frac{\tilde{J}\left(x',y',z',t'-\frac{R}{v_0}\right)}{R}dV=\vec{a}_x\tilde{A}_x+\vec{a}_y\tilde{A}_y+\vec{a}_z\tilde{A}_z; \qquad (1.183)$$

Đối với trường đơn sắc ta có:

$$\tilde{\varphi}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V\frac{\rho(x',y',z').e^{j\omega t}.e^{-jkR}}{R}dV=\varphi.e^{j\omega t} \qquad (1.186)$$

$$\tilde{A}=\frac{\mu}{4\pi}\int_V\frac{\vec{J}(x',y',z').e^{j\omega t}.e^{-jkR}}{R}dV=\vec{A}.e^{j\omega t} \qquad (1.187)$$

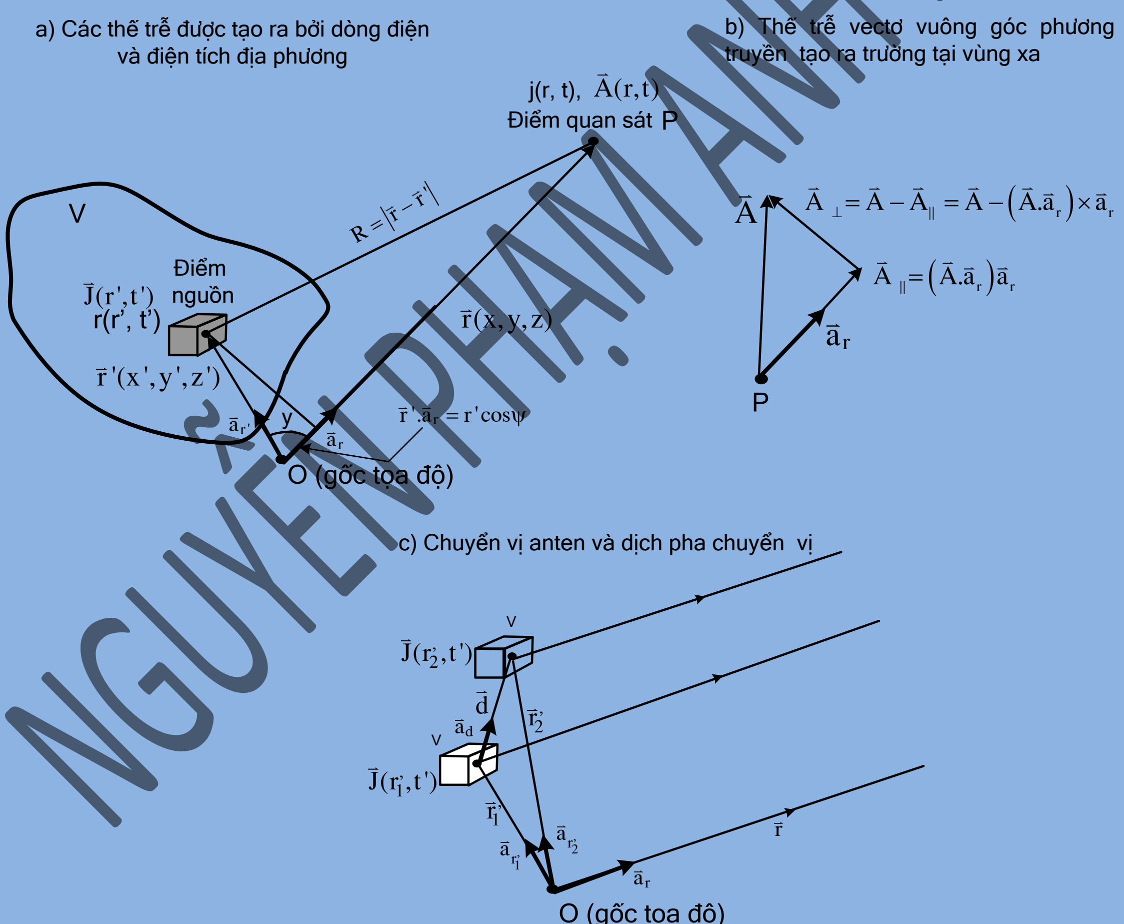
Trong đó φ, $\vec{A}$ là các giá trị biên độ và vectơ biên độ phức.

$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$ là độ thẩm điện môi tuyệt đối, ε_0 là hằng số điện môi trong không gian tự do và ε_r là độ thẩm điện môi tương đối.

$\mu=\mu_0\mu_r$ là độ thẩm từ tuyệt đối, μ_0 hằng số từ và μ_r là độ thẩm từ tương đối.

$v_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ là tốc độ ánh sáng trong môi trường, trong không gian tự do tốc độ ánh sang bằng $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ = 3.10^8m/s.

x’,y’,z’ là toạ độ của phần tử điện tích và dòng điện phát xạ được xét; ρ là mật độ điện tích và J là mật độ dòng điện; $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 - (z-z')^2}$ là khoảng cách từ phần tử phát xạ đến điểm quan xát P và x,y,z là tọa độ của điểm quan sát P (hình 1.34a). t’ là thời điểm xét điện tích và dòng điện còn t=t’-R/v_0 là thời gian quan sát tại điểm P . Nói một cách khác ảnh hường của nguồn phát xạ tại điểm quan sát P bị trễ một khoảng thời gian bằng R/v_0. Vì thế các thế vô hướng và thế trong các công thức trên là các thế trễ.



Hình 1.34. Các thế trễ được tạo ra bởi phân bố dòng điện/ điện tích địa phương (a), Trường vùng xạ được tạo bởi thành phần vectơ trễ vuông góc (b), chuyển vị anten dẫn đến dịch pha chuyển vị (c).

Đối với trường điện từ trường đơn sắc (đơn tần), ta có thể biểu diên điện tich và mật độ dòng điện ở dạng đại lượng giá trị phức và vectơ giá trị phức như sau:

$$\tilde{\rho}(r')=\rho(r',t')=\rho(x',y',z').e^{j\omega t} \qquad (1.184)$$

$$\tilde{\vec{J}}(r')=\vec{J}(r',t')=\vec{J}(x',y',z').e^{j\omega t} \qquad (1.185)$$

Trong đó: $\tilde{\rho}(r'),\tilde{\vec{J}}(r')$ điện tích giá trị phức tức thời và vectơ mật độ dòng điện giá trị phức tức thời; $\rho(x',y',z')$, $\vec{J}(x',y',z')$ ký hiệu cho biên độ điện tích giá trị phức và biên độ vectơ dòng điện giá trị phức phụ thuộc vào tọa độ.

Thế điện vô hướng tức thời và thế vectơ điện tức thời có dạng:

$$\tilde{\varphi}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V\frac{\rho(x',y',z').e^{j\omega t}.e^{-jkR}}{R}dV=\varphi.e^{j\omega t} \qquad (1.186)$$

$$\tilde{\vec{A}}=\frac{\mu}{4\pi}\int_V\frac{\vec{J}(x',y',z').e^{j\omega t}.e^{-jkR}}{R}dV=\vec{A}.e^{j\omega t} \qquad (1.187)$$

tronh đó $\tilde{\varphi},\tilde{\vec{A}}$ là thế điện vô hướng tức thời giá trị phức và thế vectơ điện tức thời giá trị phức; φ, $\vec{A}$ là biên độ thế điện vô hướng và biên độ thế vectơ điện được xác định như sau:

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V\frac{\rho(x',y',z').e^{jkR}}{R}dV \qquad (1.188)$$

$$\vec{A}=\frac{\mu}{4\pi}\int_V\frac{\vec{J}(x',y',z')e^{-jkR}}{R}dV \qquad (1.189)$$

Trong đó

$R=|\vec{r}-\vec{r}'|$ và $k=\omega\sqrt{\varepsilon\mu}=\dfrac{2\pi}{\lambda}$ là hằng số số sóng (wave number)

Tại vùng trường xa r>>r', nên $R=|\vec{r}-\vec{r}'|\simeq r-r'\cos\psi=r-\vec{r}'.\vec{a}_r$. Ngoài ra đối với R tại mẫu số có thể xấp xỉ hóa R≈ r, nên ta có thể viết lại các phương trình (1.188) và (1.189) như sau:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V \frac{\rho(x',y',z').e^{jk(r-\vec{r}'.\vec{a}_r)}}{r}dV = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\varepsilon r}\int_V \rho(x',y',z').e^{j\vec{k}\vec{r}'}dV \qquad (1.190)$$

$$\vec{A} \simeq \frac{\mu}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J}(x',y',z').e^{jk(r-\vec{r}'.\vec{a}_r)}}{r}dV = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\int_V \vec{J}(x',y',z').e^{j\vec{k}\vec{r}'}dV \qquad (1.191)$$

Trong đó $\vec{k} = k\vec{a}_r$ là vectơ hằng số sóng, $\vec{r}' = r'\vec{a}_{r'}$

Trong các biểu thức này, sự phụ thuộc vào r thường được tách ra khỏi sự phụ thuộc vào góc (θ,ϕ) bằng cách sử dụng các hệ số tích phân: hệ số dạng điện tích và hệ số phát xạ sau đây:

$$Q = \int_V \rho(x',y',z').e^{j\vec{k}.\vec{r}'}dV \qquad (1.192)$$

$$\vec{F} = \int_V \vec{J}(x',y',z')e^{j\vec{k}\vec{r}'}dV \qquad (1.193)$$

Trong đó $\vec{k} = k\vec{a}_r$ là vectơ hằng số sóng.
Các hệ số này phụ thuộc vào k và vào góc (θ,ϕ).
Sử dụng cac hệ số này ta có thể viết lại các phương trình (1.190) và (1.191) với giá trị gần đúng ở mẫu số tại trường xa như sau:

$$\varphi = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\varepsilon r}Q \qquad (1.194)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\vec{F} \qquad (1.195)$$

$$\nabla\times\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \qquad (1.196)$$

Ta có thể viết lại các phương trình (1.178) , (1.1179) ở dạng giá trị cực đại như sau đối với trường đơn sắc:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}\nabla x\vec{A} \qquad (1.197)$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi\text{-}j\omega\vec{A} \qquad (1.198)$$

Đối với trường đơn sắc ta có thể loại bỏ thế vô hướng φ bằng các sử dụng điều kiện hiệu chỉnh Lorenz :

$$\nabla.\vec{A}+\varepsilon\mu\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0\Rightarrow\nabla.\vec{A}+j\omega\varepsilon\mu\varphi=0$$

$$\Rightarrow\varphi=-\frac{\nabla.\vec{A}}{j\omega\varepsilon\mu}$$

Ta có thể viết lại các phương trình (1.197) và (1.198) chỉ theo thế vectơ như sau:

$$\vec{H}=\frac{1}{\mu}\nabla x\vec{A} \qquad (1.199)$$

$$\vec{E}=\frac{1}{j\omega\mu\varepsilon}\nabla(\nabla.\vec{A})\text{-}j\omega\vec{A} \qquad (1.200)$$

Tại vùng xa, chủ yếu thành phần trễ vectơ vuông góc với phương truyền $\vec{A}_\perp$ sẽ tạo ra trường (hình 1.34b) và trường có dạng sau:

$$\vec{E}=\text{-}j\omega\vec{A}_\perp=\text{-}j\omega\vec{A}-\left(\text{-}j\omega\vec{A}.\vec{a}_r\right)\vec{a}_r=\text{-}j\omega\left(A_\theta\vec{a}_\theta+A_\phi\vec{a}_\phi\right) \qquad (1.201a)$$

$$\vec{E}_{\theta/\phi}\simeq-j\omega\vec{A}_{\theta/\phi},\ \vec{E}_r\simeq0 \qquad (1.\ 201b)$$

$$\vec{H}\simeq\frac{\vec{a}_r}{Z_W}\times\vec{E}=\frac{1}{Z_W}\left(-\vec{a}_\theta E_\phi+\vec{a}_\phi E_\theta\right)$$

$$=-j\frac{\omega}{Z_W}\vec{a}_r\times\vec{A}_\perp=\frac{j\omega}{Z_W}\left(\vec{a}_\theta A_\phi-\vec{a}_\phi A_\theta\right) \qquad (1.\ 201c)$$

$$\vec{H}_\theta\simeq-\vec{a}_\theta\frac{E_\phi}{Z_W}=\vec{a}_\theta\frac{j\omega A_\phi}{Z_W},\ \vec{H}_\phi\simeq\vec{a}_\phi\frac{E_\theta}{Z_W}=-\vec{a}_\phi\frac{j\omega A_\theta}{Z_W},\ \vec{H}_r\simeq0 \qquad (1.\ 201d)$$

Từ phương trình (1.62) ta có thể biểu diễn mật độ công suất (vectơ Poynting) như sau:

$$\vec{\Pi}(\theta,\phi)=\frac{1}{2}\text{Re}\left[\vec{E}(\theta,\phi)\times\vec{H}^*(\theta,\phi)\right]=\vec{a}_r\frac{1}{2Z_W}\left|\vec{E}(\theta,\phi)\right|^2 \qquad (1.202)$$

Trong đó chỉ số θ/ϕ ký hiệu cho thành phần vectơ θ hoặc ϕ và $Z_W=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ là trở kháng sóng.

Hay:

$$\vec{E} = -jkZ_w \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\left(\vec{a}_\theta \vec{F}_\theta + \vec{a}_\phi \vec{F}_\phi\right) \quad (1.203)$$

$$\vec{H} = -jk \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\left(\vec{a}_\phi \vec{F}_\theta - \vec{a}_\theta \vec{F}_\phi\right) \quad (1.204)$$

`Hình 1.34 c cho thấy dịch chuyển vị trí cuả một phần tử phát xạ (anten) từ $\vec{r}_1'$ vào $\vec{r}_2'$ bởi $\vec{d}$. Từ (1.191) ta co thể xác định thế vecto của anten được chuyển vị như sau:

$$\vec{A} = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\int_V \vec{J}\left(\vec{r}_2'\right).e^{j\vec{k}.\vec{r}_2'}dV = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\int_V \vec{J}\left(\vec{r}_1' + \vec{d}\right).e^{j\vec{k}.\left(\vec{r}_1' + \vec{d}\right)}dV$$
$$= \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\vec{k}.\vec{d}}\int_V \vec{J}\left(\vec{r}_1'\right).e^{j\vec{k}.\vec{r}_1'}dV \quad (1.205)$$

Từ phương trình (1.205) ta thấy thế vecto của anten được chuyển vị bằng thế vecto của anten gốc nhưng dịch pha một lượng bằng $\vec{k}.\vec{d} = kd\vec{a}_r.\vec{a}_d$ được gọi là dịch pha chuyển vị.

1.16.2. Nguyên lý tương đương trường và thế từ vô hướng trễ , thế vecto từ trễ đối với nguồn dòng từ $\vec{J}_M$

1.16.2.1. Dòng từ, điện từ và nguyên lý tương đương trường

Mặc dù không thể thực hiện được về mặt vật lý, các dòng từ và điện tích từ là khái niệm hữu ích để tìm trường phát của một số anten.

Dạng tổng quát của các phương trình Maxwell khi xét đến các dòng điện, điện tích và dòng từ, điện từ như sau:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\times\vec{H} &= \vec{J} + j\omega\varepsilon\vec{E}\\ \Delta.\vec{E} &= \frac{1}{\varepsilon}\rho\end{aligned}\right\}\text{ đối với nguồn dòng điện} \quad (1.206)$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta\times\vec{E} &= -\vec{J}_M - j\omega\mu\vec{H}\\ \Delta.\vec{H} &= \frac{1}{\mu}\rho_M\end{aligned}\right\}\text{đối với nguồn dòng từ} \quad (1.207)$$

Từ các phương trình trên ta rút ra nguyên lý tương đương trường hay tính đối ngẫu giữa các đại lượng điện và từ như trong bảng 1.2.

Bảng 1.2. Các đại lượng đối ngẫu (tương đương) giữa các nguồn dòng điện ($\vec{J}$) và các nguồn dòng từ ($\vec{J}_M$)

Các nguồn dòng điện ($\vec{J} \neq 0, \vec{J}_M = 0$)	Các nguồn dòng từ ($\vec{J}_M \neq 0, \vec{J} = 0$)
$\vec{E}$	$\vec{H}$
$\vec{H}$	$-\vec{E}$
$\vec{J}$	$\vec{J}_M$
ρ	ρ_M
$\vec{A}$	A_M
ε	μ
μ	ε
k	k
Z_W	$1/Z_W$
$1/Z_W$	Z_W

Trong đó $\vec{A}_M$ và φ_M là thế vectơ và thế vô hướng.

Giải phương trình Maxwell hoặc sử dụng nguyên lý đối ngẫu ta có thể xác định được điện trường và từ trường như sau:

$$\tilde{E} = \frac{1}{\varepsilon}\Delta \times \tilde{A}_M \quad (1.208)$$

$$\tilde{H} = -\Delta\tilde{\varphi}_M - j\omega\tilde{A}_M \quad (1.209)$$

Trong đó $\tilde{A}_M, \tilde{\varphi}_M$ là các thế vectơ từ và thế vô hướng từ được xác định như sau:

$$\tilde{A}_M = \frac{\varepsilon}{4\pi}\int_V \vec{J}_m \frac{e^{-jkR}}{R} dv = \frac{\varepsilon}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J}_m(x',y',z').e^{j\omega t}.e^{-jkR}}{R} dV = \vec{A}_M.e^{j\omega t} \quad (1.210)$$

$$\tilde{\varphi}_M = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V \frac{\rho_M(x',y',z').e^{j\omega t}.e^{jkR}}{R} dV = \varphi_M.e^{j\omega t} \quad (1.211)$$

Và $\vec{A}_M$, φ_M là thế vectơ từ và thế vô hướng từ được xác định như sau:

$$\vec{A}_M = \varepsilon\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\vec{F}_M,\ \vec{F}_M = \int_V \vec{J}_M(x',y',z')e^{j\vec{k}.\vec{r}'} dV \quad (1.212)$$

$$\varphi_M = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V \frac{\rho_M(x',y',z').e^{jkR}}{R}dV \qquad (1.213)$$

Trong đó $\vec{k} = k\vec{a}_r$ là vectơ hằng số sóng và $\vec{F}_M$ là hệ số phát xạ..

Sử dụng các phương trình (1.132) và nguyên lý trường tương đương trong bảng 1.2, ta có thể xác định được trường do dòng từ tạo ra tại vùng xa như sau:

$$\vec{H} = -j\omega\vec{A}_{M\perp} = -j\omega\left(A_{M\theta}\vec{a}_\theta + A_{M\phi}\vec{a}_\phi\right) \qquad (1.214a)$$

$$\vec{H}_{\theta/\phi} \simeq -j\omega\vec{A}_{M\theta/\phi},\ \vec{H}_r \simeq 0 \qquad (1.214b)$$

$$\begin{aligned}\vec{E} &\simeq -Z_W\vec{a}_r \times \vec{H} = Z_W\left(\vec{a}_\theta H_\phi - \vec{a}_\phi H_\theta\right)\\ &= j\omega Z_W\vec{a}_r \times \vec{A}_{M\perp} = -j\omega Z_W\left(\vec{a}_\theta A_{M\phi} - \vec{a}_\phi A_{M\theta}\right)\end{aligned} \qquad (1.214c)$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_\theta &\simeq \vec{a}_\theta Z_W H_\phi = -\vec{a}_\theta j\omega Z_W A_{M\phi},\\ \vec{E}_\phi &\simeq -\vec{a}_\phi Z_W H_\theta = \vec{a}_\phi j\omega Z_W A_{M\theta},\ \vec{E}_r \simeq 0\end{aligned} \qquad (1.214d)$$

Từ nguyên lý tương đương trường trong bảng 1.2 và các phương trình từ (1.39) đến (1.42) ta có thể rút ra được điều kiện biên cho dòng từ như sau.

$$\mu_1 H_{1n} - \mu_2 H_{2n} = \rho_{Ms} \Rightarrow \left(\mu_1\vec{H}_1 - \mu_2\vec{H}_2\right).\vec{n} = \rho_{Ms} \qquad (1.215)$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} - \varepsilon_2 E_n = 0 \Rightarrow \left(\varepsilon_1\vec{E}_1 - \varepsilon_2\vec{E}_2\right).\vec{n} = 0 \qquad (1.216)$$

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = 0 \Rightarrow \vec{n}\times\left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = 0 \qquad (1.217)$$

$$\vec{E}_{1\tau} - \vec{E}_{2\tau} = -\vec{J}_{MS}\times\vec{n} \Rightarrow \vec{n}\times\left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = -\vec{J}_{MS} \qquad (1.218)$$

Trên bề mặt dẫn từ lý tưởng ta có:

$$\mu_1 H_{1n} = \rho_{Ms} \Rightarrow \mu_1\vec{H}_1.\vec{n} = \rho_{Ms} \qquad (1.219)$$

$$E_{1n} = 0 \Rightarrow \varepsilon_1\vec{E}_1.\vec{n} = 0 \qquad (1.220)$$

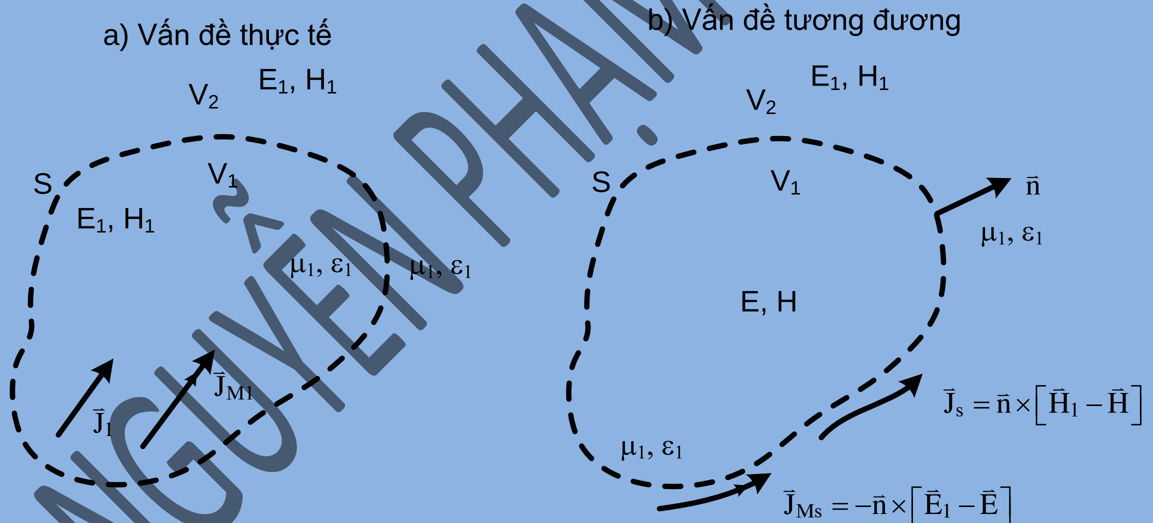
$$H_{1\tau} = 0 \Rightarrow \vec{n}\times\vec{H}_1 = 0 \qquad (1.221)$$

$$\vec{E}_{1\tau} = -\vec{J}_{MS}\times\vec{n} \Rightarrow \vec{n}\times\vec{E}_1 = -\vec{J}_{MS} \qquad (1.222)$$

1.17. NGUYÊN LÝ TƯƠNG ĐƯƠNG

Nguồn phát xạ sóng điện từ từ anten là các dòng điện, điện tích hay giả định dòng từ, từ tích. Nhiệm vụ chính của lý thuyết anten là xác định các vecto $\vec{E}$ và $\vec{H}$ của điện từ trường do anten tạo ra tại một điểm bất kỳ trong không gian. Giải bài toán này là nhiệm vụ vô cùng khó ngoại trừ một số trường hợp đơn giản bởi vì phân bố dòng điện và điện tích trong không gian thường chưa biết. Trường tìm được phải thỏa mãn các phương trình Maxwell, điều kiện biên trên các mặt phân chia hai môi trường (không khí-kim loại, không khí điện môi …) và điều kiện phát xạ. Điều khiện phát xạ chỉ ra rằng tại khoảng cách r lớn, trường phải có dạng sóng chay và suy giảm nhanh hơn 1/rr.

Như vậy lời giải cho bài toán anten chỉ nhận được chặt chẽ cho một số trường hợp còn trong nhiều trường hợp chỉ gần đúng. Trong các trường hợp này để giải bài toán anhten ta hoặc phải giả định phân bố dòng điện hoặc phải chuyển đổi các thành phần trường vào phân bố dòng. Trong trường hợp thứ hai ta sử dụng nguyên lý tương đương trường, theo đó có thể nhận được trường bên ngoài một mặt kín tưởng tượng bằng cách đặt lên các mặt kín này các mật độ dòng điện và dòng từ thỏa mãn điều kiện biên như trên hình 1.35.



Hình 1.35. Giải thích nguyên lý tương đương: chuyển vấn đề thực thế (a) thành vấn đề tương đương (b)

Từ hình 1.35 ta thấy, các nguồn dòng điện và từ $\vec{J}_1$ và $\vec{J}_{M1}$ được thay thế bằng các nguồn dòng bề mặt $\vec{J}_s$ và $\vec{J}_{Ms}$ với giả thiết là E, H là trường bên trong còn E_1, H_1 là trường bên ngòai mặt S theo các phương trình sau:

$$\vec{J}_s = \vec{n} \times \left[\vec{H}_1 - \vec{H} \right] \tag{1.123}$$

$$\vec{J}_{Ms} = -\vec{n} \times \left[\vec{E}_1 - \vec{E} \right] \tag{1.124}$$

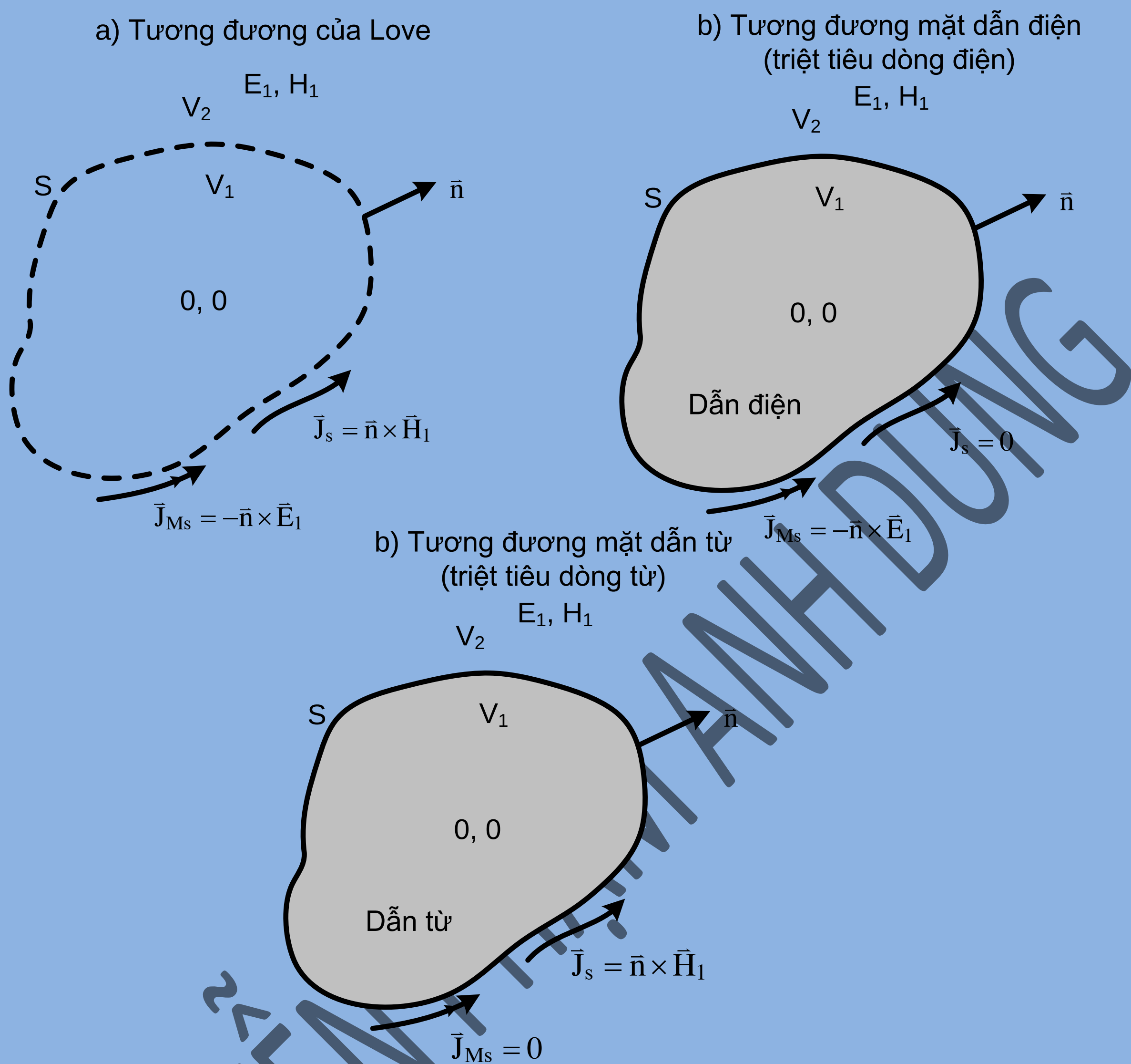
Vì trường tương đương bên trong có thể bất kỳ nên được cho bằng không và ta có thể viết lại các phương tình trên như sau:

$$\vec{J}_s = \vec{n} \times \left[\vec{H}_1 - \vec{H} \right]_{\vec{H}=0} = \vec{n} \times \vec{H}_1 \tag{1.125}$$

$$\vec{J}_{Ms} = -\vec{n} \times \left[\vec{E}_1 - \vec{E} \right]_{\vec{E}} = -\vec{n} \times \vec{E}_1 \tag{1.126}$$

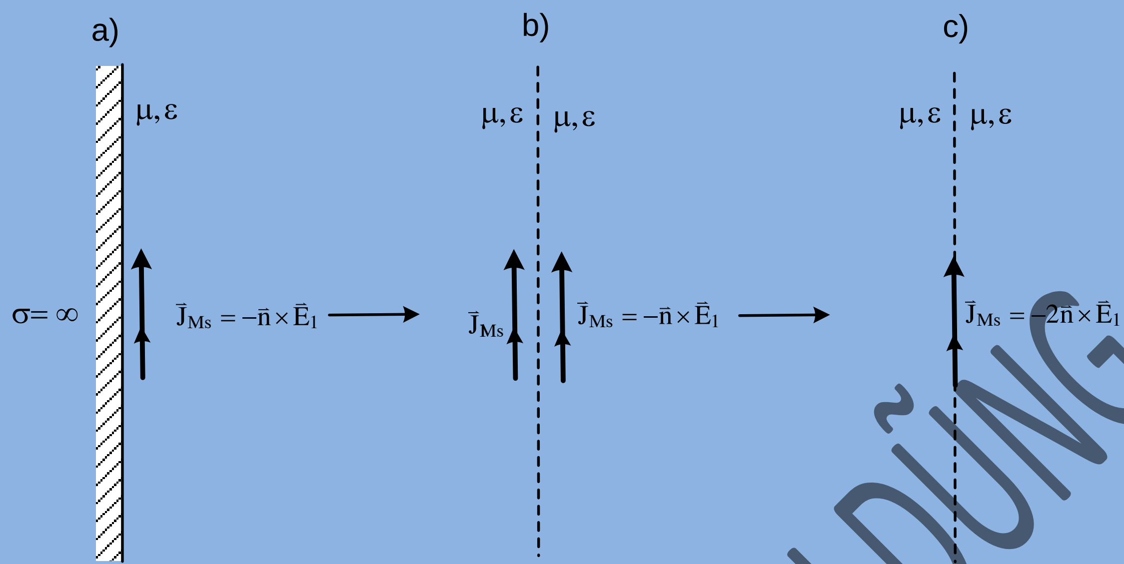
Các phương trình trên được gọi là nguyên lý tương đương của Love hay Huyghen. Khả năng thay thế các thành phần điện và từ trường tiếp tuyến trên mặt S thành các nguồn điện trường và từ trường chính là nguyên lý tương đương. Nguyên lý này phát biểu như sau: trường trong không gian bên ngoài các nguồn phát xạ bị giới hạn bởi mặt S có thể được tạo ra bởi các dòng điện và dòng từ phân bố trên bề mặt S.

Vì trường bên trong S là bất kỳ nên ta có thể đặt $\vec{E} = \vec{H} = 0$ và thay đổi mặt S bằng mặt dẫn điện hoặc dẫn từ lý tưởng (hình 1.36) dẫn đến triệt tiêu dòng điện và vấn đề được đơn giản như hình 1.36b hoặc triệt tiêu dòng từ và vấn đề được đơn giản như hình 1.36c.



Hình 1.369. Các mô hình của nguyên lý tương đương.

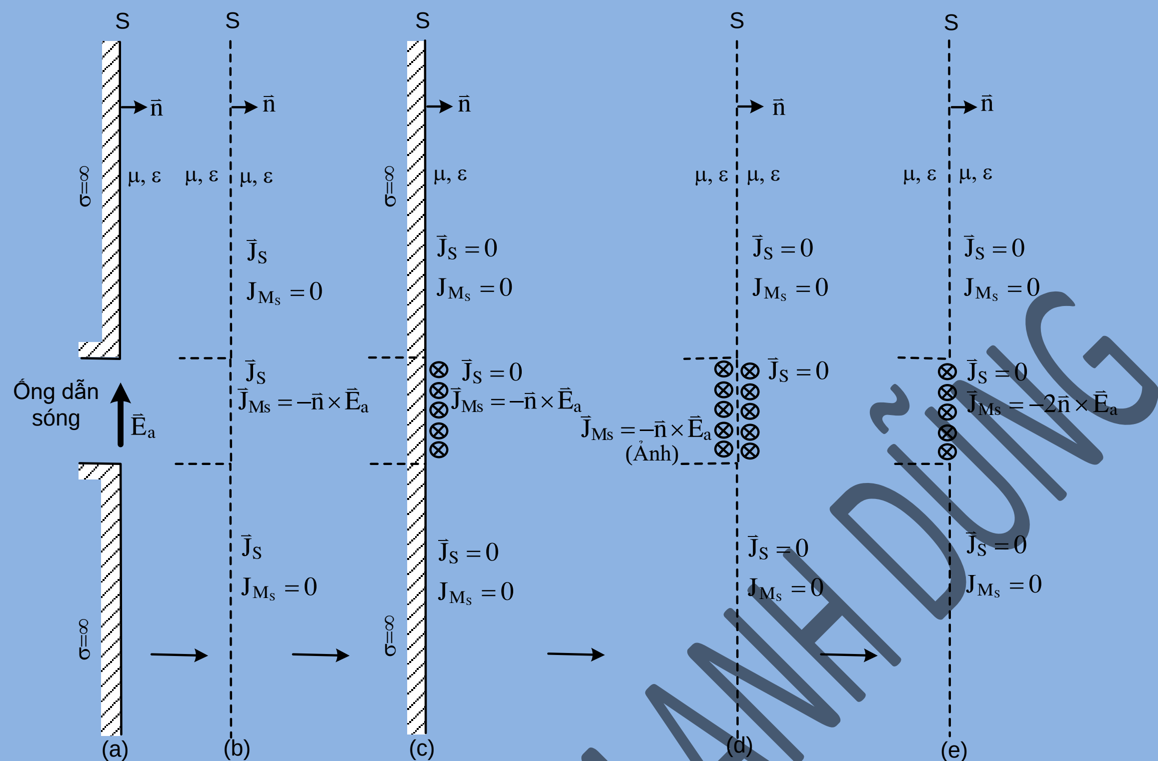
Trong các trường hợp đặc biệt, chẳng hạn như trên hình 1.30a với mặt dẫn điện là một mặt phẳng vô hạn ta có thể sử dụng các phương trình cho dòng từ mặt để tìm được trường phát xạ. Hình 1.37a chuyển vào hình 1.37b bằng cách áp dụng nguyên lý ảnh gương. Hình 1.37c thay cho hình 1.37b bằng mật độ dòng từ được nhân đôi.



Hình 1.37. Mô hình cho phát xạ dòng từ gần một mặt phẳng dẫn điện lý tưởng

Đối với miệng mở của ống dẫn sóng trên mặt dẫn điện lý tưởng lớn vô hạn như thình 1.38 ta có thể áp dụng nguyên lý tương đương như sau.

Trước hết ta chọn một mặt phẳng kín S giả tưởng lớn vô cùng (hình 1.38b). Trên mặt phẳng này hình thành các mật độ dòng điện và dòng từ: $\vec{J}_S$ và $\vec{J}_{M_S}$. Vì không có điện trường $\vec{E}$ tiếp tuyến bên ngoài miệng mở do triệt tiêu điều kiện bờ nên chỉ có $\vec{J}_{M_S}$ bằng không tại miệng mở. Mật độ dòng điện $\vec{J}_S$ khác không hay không vẫn chưa biết. Bây giờ giả thiết rằng một mặt phẳng dẫn điện giả tưởng được đến vị trí mặt phẳng S và nó ngắt mật độ dòng điện mọi nơi $\vec{J}_S$, $\vec{J}_{M_S}$ chỉ tồn tại trên miệng mở và nó phát xạ khi có mặt mặt dẫn điện này (1.38c). Theo lý thuyết ảnh gương ta có thể loại bỏ mặt phẳng kim loại và thay vào đó ảnh cuả $\vec{J}_{M_S}$ (hình 1.31d). Cuối cùng ta được hình 1.31e là tương đương của vấn đề cần xét với mật độ dòng từ được nhân đôi còn mật độ dòng diện bằng không ở mọi nơi.



Hình 1.38. Áp dụng nguyên lý tương đương cho miệng mở ống dẫn sóng trên mặt phẳng kím loại dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng.

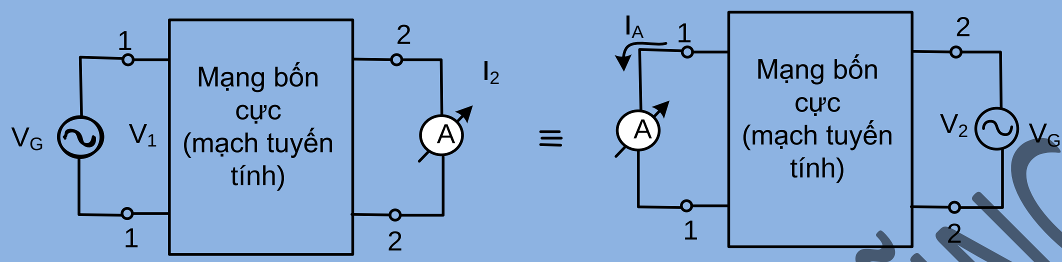
1.18. ĐỊNH LÝ ĐỔI LẪN VÀ CÁC TÍNH CHẤT CỦA ANTEN THU

1.18.1. Định lý đổi lẫn

1.18.1.1. Định lý đổi lẫn trong lý thuyết mạch điện

Định lý đổi lẫn được áp dụng cho các mạch điện và được phát biểu như sau: Nếu đặt lên đầu vào của một mạng bốn cực (hay mạng hai cửa, trong đó dòng điện đi vào một cửa sẽ phải bằng dòng điện đi ra cổng này) thụ động tuyến tính (hình 1.39) bộ tạo điện áp $V_1= V_G$ và đầu ra của mạng bốn cực đo được dòng điện là $I_1= I_A$. Nếu đổi vị trí đặt bộ tạo điện áp vào đầu ra của mạng bốn cực $V_2=V_G$, thì dòng điện đo được tại đầu vào mạng bốn cực cũng là $I_2= I_A$.. Nếu tăng điện áp đầu ra n lầ $V_2=nV_G$, thì dòng điện đo được tại đầu vào chũng tăng n lầ $I_2= nI_A$. Tổng quát định lý đổi lẫn mạch điện được viết vào dạng sau:

$$\frac{V_1}{I_2} = \frac{V_2}{I_1}$$



Hình 1.39. định lý đổi lẫn trong mạch điện tuyến tính

1.18.1.2. Định lý đổi lẫn trong lý thuyết trường (định lý đổi lẫn Lorenz)

Giả sử trong một môi trường tuyến tính và đẳng hướng tồn tại hai tập nguồn $\vec{J}_1, \vec{J}_{M1}$ và $\vec{J}_2, \vec{J}_{M2}$ được phát xạ đồng thời nhưng độc lập trong cùng môi trường và tại cùng một tần số.. Phát xạ của chúng tạo ra các trường $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ và $\vec{E}_2, \vec{H}_2$ tương ứng. Định lý đổi lẫn Lorenz dạng vi phân phát biểu thể hiện quan hệ giữa các nguồn và các trường này như sau:

$$-\nabla.\left(\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1\right) = \vec{E}_1.\vec{J}_2 + \vec{H}_2.\vec{J}_{M1} - \vec{E}_2.\vec{J}_1 - \vec{H}_1.\vec{J}_{M2} \quad (1.127)$$

Giả sử V là thể tích giới hạn trong diện tích S bao quanh cặp nguồn $\vec{J}_1, \vec{J}_{M1}$ và $\vec{J}_2, \vec{J}_{M2}$. Lấy tích phân (1.127) cho cả hai vế và sử dụng định lý vi phân cho vế trái ta được định lý đổi lẫn Lorenz dạng tích phân:

$$\begin{aligned} -\oint\!\!\!\oint_S \left(\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1\right).d\vec{s} \\ = \iiint_V \left(\vec{E}_1.\vec{J}_2 + \vec{H}_2.\vec{J}_{M1} - \vec{E}_2.\vec{J}_1 - \vec{H}_1.\vec{J}_{M2}\right)dv \end{aligned} \quad (1.128)$$

Giả sử các nguồn phát xạ được đặt trong một vùng hữu hạn và các trường được quan sát tại vùng xa. Tại vùng xa các vectơ trường vuông góc với phương truyền sóng và vì thế chúng trực giao với với dS, nên ta có:

$$\oiint_S \left(\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1\right).d\vec{s}$$

$$= \oiint_S \left(\frac{|\vec{E}_1||\vec{E}_2|}{Z_W}\cos\gamma - \frac{|\vec{E}_1||\vec{E}_2|}{Z_W}\cos\gamma\right)ds = 0 \qquad (1.129)$$

Trong đó γ là góc giữa các vectơ $\vec{E}_1$ và $\vec{E}_2$.

Vì thế

$$\iiint_V \left(\vec{E}_1.\vec{J}_2 + \vec{H}_2.\vec{J}_{M1} - \vec{E}_2.\vec{J}_1 - \vec{H}_1.\vec{J}_{M2}\right)dv \Rightarrow$$

$$\iiint_V \left(\vec{E}_1.\vec{J}_2 - \vec{H}_1.\vec{J}_{M2}\right)dv = \iiint_V \left(\vec{E}_2.\vec{J}_1 - \vec{H}_2.\vec{J}_{M1}\right)dv \qquad (1.130)$$

Từng tích phân trong mỗi vế của phương trình (1.130) có thể được coi là năng lượng ghép giữa trường được tạo ra bởi các nguồn nào đó và một tập các nguồn khác tạo ra các trường khác. Đại lượng :

$$\langle 1,2\rangle = \iiint_V \left(\vec{E}_1.\vec{J}_2 - \vec{H}_1.\vec{J}_{M2}\right)dv \qquad (1.31)$$

được gọi là phản ứng của trường $\left(\vec{E}_1, \vec{H}_1\right)$ lên các nguồn $\left(\vec{J}_2, \vec{J}_{M2}\right)$. Tương tự :

$$\langle 2,1\rangle = \iiint_V \left(\vec{E}_2.\vec{J}_1 - \vec{H}_2.\vec{J}_{M1}\right)dv \qquad (1.32)$$

được gọi là phản ứng của trường $\left(\vec{E}_2, \vec{H}_2\right)$ lên các nguồn $\left(\vec{J}_1, \vec{J}_{M1}\right)$.

Có thể viết gọn lại phương trình (1.130) như sau:

$$(1.2)=(2,1) \qquad (1.133)$$

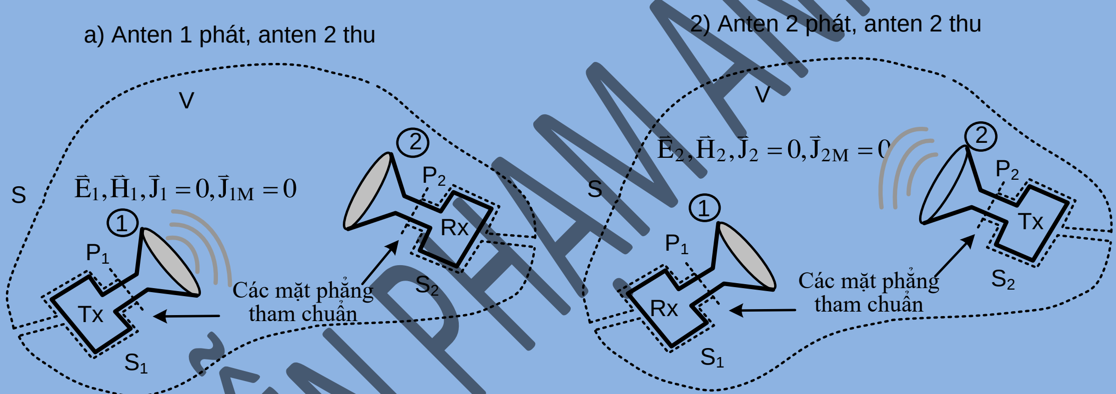
Định lý đổi lẫn Lorenz là dạng đổi lẫn tổng quát nhất trong các hệ thống điện từ tuyến tính. Đổi lẫn trong lý thuyêt mạch là một trường hợp đặc biệt của các nguồn phân tử và các đáp ứng (điện áp địa phương và các kết quả đo dòng điện).

1.18.2. Quan hệ giữa các tính chất của phát và thu của anten

1.18.2.1. Tính đảo lẫn đảm bảo tỷ số giữa công suất phát trên công suất thu trong một hệ thống hai anten không phụ thuộc vào anten nào phát anten nào thu

A. Theo lý thuyết trường

Vì các anten cấu thành từ các các vật liệu dẫn điện, ta có thể thiết lập quan hệ tổng quát giữa các tính chất phát thu của anten. Để vậy ta xét hai hệ thống anten trên hình 1.40a và 1.40b như là hai cửa của của mạng thông tin. Cửa 1 (P1) nối đến anten 1 còn cửa 2 (P2) nối đến anten 2. Phụ thuộc vào anten anten phát hay thu, đầu cuối của nó hoặc được nối vào máy phát hoặc được nối vào máy thu. Ta xét hai sơ đồ đó: (1) sơ đồ trên hình 1.40a trong đó anten 1 phát còn anten 2 thu, (2) sơ đồ trên hình 1.40b trong đó anten 2 phát anten 1 thu.



Hình 1.40. Hệ thống thông tin điển hình. a) Anten 1 phát, anten 2 thu. b) Anten 2 phát, anten 1 thu.

Sử dụng định lý đảo lẫn, dưới đây ta sẽ chứng minh rằng tỷ số công suất thu trên công suất phát không phụ thuộc vào anten 1 phát, anten 2 thu hay ngược lại. Cần nhắc lại rằng định lý đảo lẫn chỉ đúng khi toàn bộ hệ thống (anten + môi trường truyền sóng) là đẳng hướng và đồng nhất.

Thể tích V trong hai sơ đồ trên đều loại ra các nguồn công suất trong máy phát, vì thế chúng không có các nguồn dòng, nghĩa là $\vec{J}_1 = J_2 = 0$ và $\vec{J}_{1M} = J_{2M} = 0$. Tích phân (1.129) có dạng:

$$\oiint_{S_V} \left(\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1 \right) . d\vec{s} = 0 \qquad (1.134)$$

Mặt phẳng S_v mở rộng từ anten đến vô tận , tuy nhiên nó đi qua P_1 và P_2. Tại vô hạn tích phân (1.134) bằng không, tuy nhiên tại các mặt cắt S_1 và S_2 của các cửa P_1 và P_2 các thành phần của nó khác không. Khi này:

$$\iint_{S_1}\left(\vec{E}_1\times\vec{H}_2-\vec{E}_2\times\vec{H}_1\right).d\vec{s}+\iint_{S_2}\left(\vec{E}_1\times\vec{H}_2-\vec{E}_2\times\vec{H}_1\right).d\vec{s}=0 \qquad (1.135)$$

Bây giờ giả sử ta coi rằng công suất phát được thiết lập bằng 1. Ta ký hiệu trường trong các dường truyền dẫn tại các cửa P_1 và P_2 tương ứng với công suất được chuyển đến 1W là $\left(\vec{e}_{P1},\vec{h}_{P1}\right)$ và $\left(\vec{e}_{P2},\vec{h}_{P2}\right)$. Ta coi rằng các vetơ này tương ứng với chuyển công suất từ máy phát bên ngoài V (phản xạ từ anten đến máy phát Tx hoặc từ anten đến máy thu Rx). Khi công suất được chuyển đến anten (từ Tx hoặc phản xạ từ Rx), do phương truyền đảo chiều, nên ta sẽ thay đổi dấu của hoặc vectơ $\vec{e}$ hoặc vectơ $\vec{h}$, chẳng hạn $\vec{h}\Rightarrow-\vec{h}$.

Trong sơ đồ 1.40a, tại P1, trường 1W từ Tx1 đến anten sẽ là $\left(\vec{e}_{P1},-\vec{h}_{P1}\right)$, còn trường phản xạ từ anten (do mất phối kháng) sẽ là $\Gamma_1\left(\vec{e}_{P1},\vec{h}_{P1}\right)$, trong đó Γ_1 biểu thị cho phản xạ). Trong sơ đồ 1.40b, tại P1, có mặt trường $\left(\vec{E}_2,\vec{H}_2\right)$ phát đi từ Anten 2.

Tương tự trong sơ đồ 1.40b, tại P2, trường 1W từ Tx2 đến anten sẽ là $\left(\vec{e}_{P2},-\vec{h}_{P2}\right)$, còn trường phản xạ từ anten (do mất phối kháng) sẽ là $\Gamma_2\left(\vec{e}_{P2},\vec{h}_{P2}\right)$, trong đó Γ_1 biểu thị cho phản xạ. Trong sơ đồ 1.40a, tại P2, có mặt trường $\left(\vec{E}_1,\vec{H}_1\right)$ phát đi từ Anten 1.

Phương trình (1.135) trở thành:

$$\begin{aligned}&\iint_{S_1}\left[\left(\vec{e}_{P1}\times\vec{H}_2+\vec{E}_2\times\vec{h}_{P1}\right)+\Gamma_1\left(\left(\vec{e}_{P1}\times\vec{H}_2-\vec{E}_2\times\vec{h}_{P1}\right)\right)\right].d\vec{s}+\\&\iint_{S_2}\left[\left(-\vec{E}_1\times\vec{h}_{P2}-\vec{e}_{P2}\times\vec{H}_1\right)+\Gamma_2\left(\vec{E}_1\times\vec{h}_{P2}-\vec{e}_{P2}\times\vec{H}_1\right)\right].d\vec{s}=0\end{aligned} \qquad (1.136)$$

Tiếp theo ta biểu diễn trường thu được tại các cửa như sau:

$$\begin{aligned}&P1:\ \left(\vec{E}_2,\vec{H}_2\right)\Rightarrow R_{1,2}\left(\vec{e}_{P1},\vec{h}_{P1}\right)\\&P2:\ \left(\vec{E}_1,\vec{H}_1\right)\Rightarrow R_{2,1}\left(\vec{e}_{P2},\vec{h}_{P2}\right)\end{aligned} \qquad (1.137)$$

Trong đó $\left(\vec{e}_1,\vec{h}_1\right)$ và $\left(\vec{e}_2,\vec{h}_2\right)$ tương ứng với trường 1W,

R_{12} và R_{21} tương ứng với tỷ số giữa công suất thu trên công suất phát trong các hình 1.40a và 1.40b như sau:

$$P_{r1}/P_{t1} = R_{2,1}^2 \qquad (1.138)$$

$$P_{r2}/P_t = R_{1,2}^2 \qquad (1.139)$$

Đặt (1.137) vào (1.136) ta được:

$$\begin{aligned} &R_{1,2}\iint_{S_1}\left[\underbrace{\left(\vec{e}_{P1}\times\vec{h}_{P1}+\vec{e}_1\times\vec{h}_{P1}\right)}_{=4}+\Gamma_1\underbrace{\left(\vec{e}_{P1}\times\vec{h}_{P1}-\vec{e}_1\times\vec{h}_{P1}\right)}_{=0}\right].d\vec{s}+ \\ &R_{2,1}\iint_{S_2}\left[\underbrace{\left(-\vec{e}_{P2}\times\vec{h}_{P2}-\vec{e}_{P2}\times\vec{h}_{P2}\right)}_{=-4}+\Gamma_2\underbrace{\left(\vec{e}_{P2}\times\vec{h}_{P2}-\vec{e}_{P2}\times\vec{h}_{P2}\right)}_{=0}\right].d\vec{s}=0 \end{aligned} \qquad (1.140)$$

Từ (1.140) ta được:

$$R_{1,2}=R_{2,1}\Rightarrow P_{r1}/P_{t1}=P_{r2}/P_{t2}\ \ R_{1,2}=R_{2,1} \qquad (1.141)$$

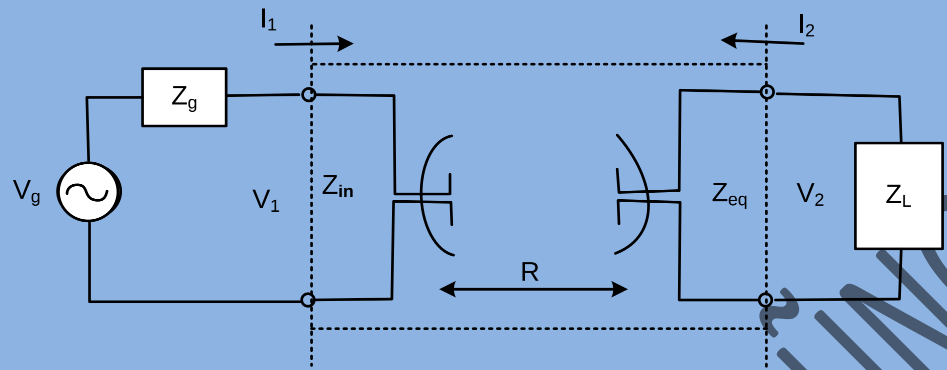
Như vậy tỷ số giữa công suất phát trên công suất thu không phụ thuộc vào anten nào phát anten nào thu.

Vì các trường $\left(\vec{e}_{P1},\vec{h}_{P1}\right)$ và $\left(\vec{e}_{P2},\vec{h}_{P2}\right)$, n=1,2, tương ứng với công suất 1W được chuyển, nên tích phân trên các tiết diện cửa (tích phân trên vectơ poynting) có cùng giá trị:

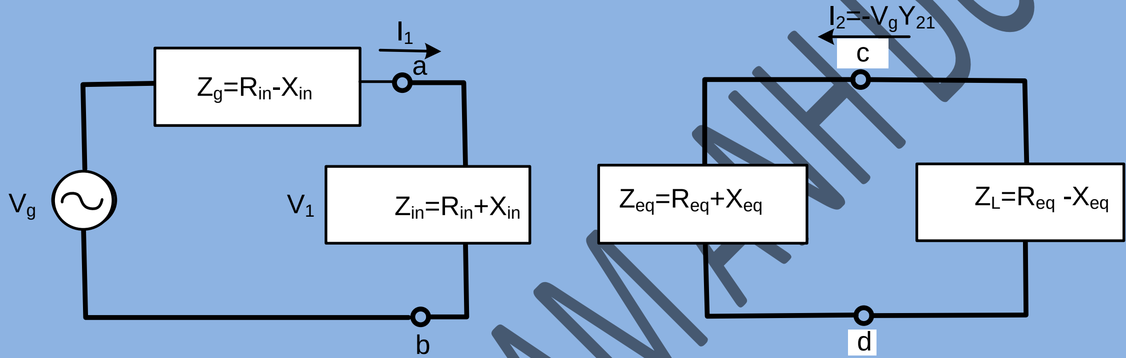
$$\frac{1}{2}\iint_{S_n}\left(\vec{e}_{Pn},\vec{h}_{Pn}\right).d\vec{S}=1,\quad n=1,2 \qquad (1.142)$$

B. Theo lý thuyết mạch

Ta xét hai anten có trở kháng vào Z_{in} và Z_{eq}, phân cách nhau bởi môi trường tuyến tính và đẳng hướng như trên hình 1.41a.



b) Hệ thống hai antencó tải liên hiệp phức



Hình 1.41. a) Hệ thống hai anten phát thu có trở kháng vào Z_1 và Z_2 đặt cách nhau R trong môi trường tuyến tính và đẳng hướng, b) Hệ thống hai anten có tải liên hiệp phức.

Anten 1 được sử dụng cho phát và anten 2 được sử dụng cho thu. Mạng tương đương của hai anten được cho trên hình 1.41b. Trở kháng nội của bộ tạo sóng Zg được coi là liên hiệp phức với trở kháng vào của anten 1 ($Z_g = Z_{in}^* = R_{in} - X_{in}$), còn trở kháng tải bằng liên hiệp phức của trở kháng anten 2 ($Z_L = Z_{eq}^* = R_{eq} - X_{eq}$).

Công suất được bộ phát sóng chuyển đế anten 1 được xác định như sau:

$$P_1 = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V_1 I_{in}^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\left(\frac{V_g Z_{in}}{Z_{in}+Z_g}\right)\frac{V_g^*}{\left(Z_{in}+Z_g\right)}\right] = \frac{|V_g|^2}{8R_{in}} \quad (1.143)$$

Nếu điện kháng truyền đạt của mạng kết hợp gồm trở kháng của bộ phát sóng, các anten và trở kháng tải là Y_{12}, thì dòng điện quan tải là $V_g Y_{21}$ và công suất được đa] đến tải là:

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[Z_L\left(-V_gY_{12}\right)\left(-V_gY_{12}\right)^*\right] \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[Z_{eq}\left(V_gY_{12}\right)\left(V_gY_{12}\right)^*\right] = \frac{1}{2}\left[R_{eq}\left|V_g\right|^2\left|Y_{12}\right|^2\right] \end{aligned} \qquad (1.144)$$

Và tỷ số giữa công suất thu trên công suất phát như sau:

$$\frac{P_2}{P_1} = 4R_{in}R_{eq}\left|Y_{12}\right|^2 \qquad (1.145)$$

Tương tự ta có thể chỉ ra rằng khi anten 2 phát còn anten 1 thu, ta được tỷ số giữa công suất thu và công suất phát như sau:

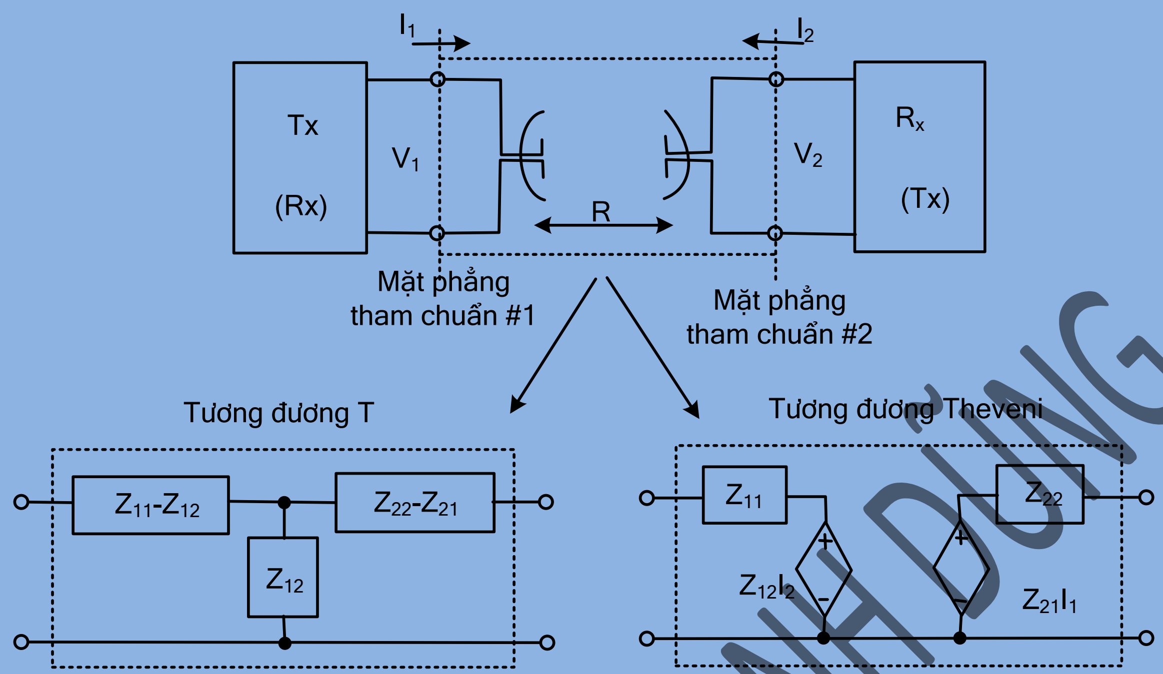
$$\frac{P_1}{P_2} = 4R_{eq}R_{in}\left|Y_{21}\right|^2 \qquad (1.146)$$

Trong điều kiện đảo lẫn (Y_{12}=Y_{21}), công suất được chuyển đi theo hai chiều đều như nhau.

1.18.2.2. Mạch tương đương và tính đảo lẫn đối với các mẫu anten

A. Mạch tương đương

Sơ đồ mạch điện tương đương cho hệ thống hai anten có thể đượctrình bày theo hai cách: 1) mạch điện hai cửa như trên hình 1.41 và 2) mạch điện tương đương cho đường truyền điển hình 1.42.



Hình 1.42. Mô hình tương đương theo mạch điện hai cửa cho hệ thống anten

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{1.147}$$

Trong đó

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} \tag{1.148a}$$

là trở kháng vào của anten 1 khi anten 2 hở mạch (OC: Open Circuit)

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0} \tag{1.149b}$$

là trở kháng tương hỗ (hay truyền đạt) từ anten 1 vào anten 2 khi anten 1 hở mạch (OC)

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0} \tag{1.149c}$$

là trở kháng tương đương của anten 2 khi anten 1 hở mạch (OC: Open Circuit)

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\bigg|_{I_2=0}$$

Các trở kháng truyền đạt Z_{12}, Z_{21} chịu trách nhiệm ghép giữa hai anten.

Các thông số Z của hệ thống hai anten độc lập với cấu hình máy phát và máy thu và chỉ phụ thuộc vào bản thân các anten, phân cách và môi trường giữa chúng.

Nếu môi trường giữa hai anten là tuyến tính, thụ động, đẳng hướng và sóng đơn săc và nếu $I_1 = I_2$, thì do tính đổi lẫn ta có:

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} \Rightarrow V_1 = V_2 \qquad (1.149)$$

Trở kháng truyền đạt phụ thuộc vào R (khoảngcách giữa hai anten. Khi R=∞, sẽ không còn ghép và:

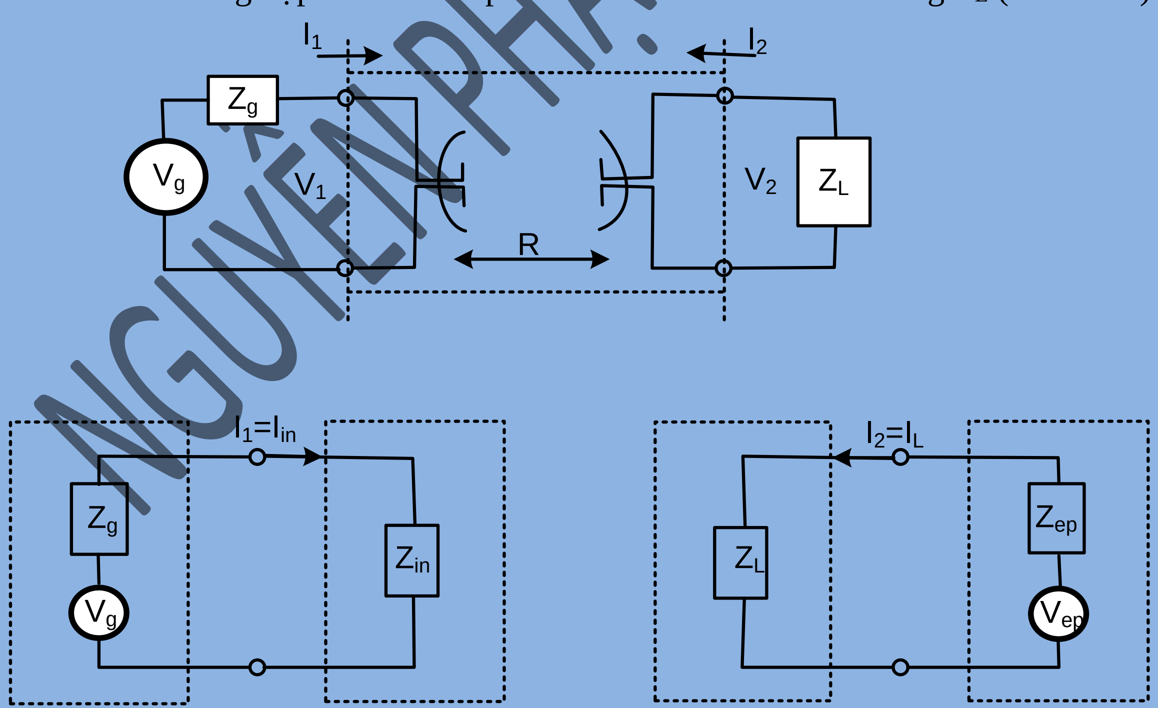
$$\lim_{R\to\infty} Z_{12} = 0$$

Trong trường hợp này

$$\lim_{R\to\infty} \frac{V_1}{I_1} \approx Z_{11} = Z_{A1} \qquad \lim_{R\to\infty} \frac{V_2}{I_2} \approx Z_{22} = Z_{A2}$$

Trong đó Z_{A1} và Z_{A2} là trở kháng của anten đó được khi cách ly.

Xét trường hợp khi anten 1 phát và anten 2 thu với trở kháng Z_L (hình 1.43).



Hình 1.43. Sơ đồ mạchđiện tương đương cho một hệ thống thống tin hai anten

Trong trường hợp này V_2=-I_2Z_L, vì thế (từ (1.147) ta có:

$$I_2 = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}+Z_L}I_1 \quad (1.150)$$

Và vì thế:

$$V_1 = I_1\left[Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}+Z_L}\right] \quad (1.151)$$

Điện áp tại đầu cuối 1 có hai thành phần: 1) dòng kích I_1 và điện áp cảm ứng do phát xạ từ anten 2 (đôi khi được gọi là ghép tương hỗ). Vì thê nhìn từ phía máy phát, ta có thể thay thê đườngtruyền bằng một trở kháng tương đương Z_{in}:

$$Z_{in} = Z_{A1} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}+Z_L} \quad (1.152)$$

Khi các anten gần nhau, thành phần ghép có thể đóng góp đáng kể và trở kháng vào. Trái lại khi các anten xa nhau, Z_{12} nhỏ, và:

$$Z_{in} \approx Z_{A1} \quad (1.153)$$

Vì thế khi các anten xa nhau, chúng hầu như không ghép nối và chỉ cần xét Z_{A1} khi thiết kế mạng phối hợptrở kháng đối với máy phát.

Tương tự nhìn từ phía máy thu, ta có thể thay thế đường truyền bởi mạch tương đương Thevenin (hình 1.43), trong đó V_{eq} và Z_{eq} được xác đinmhj như sau:

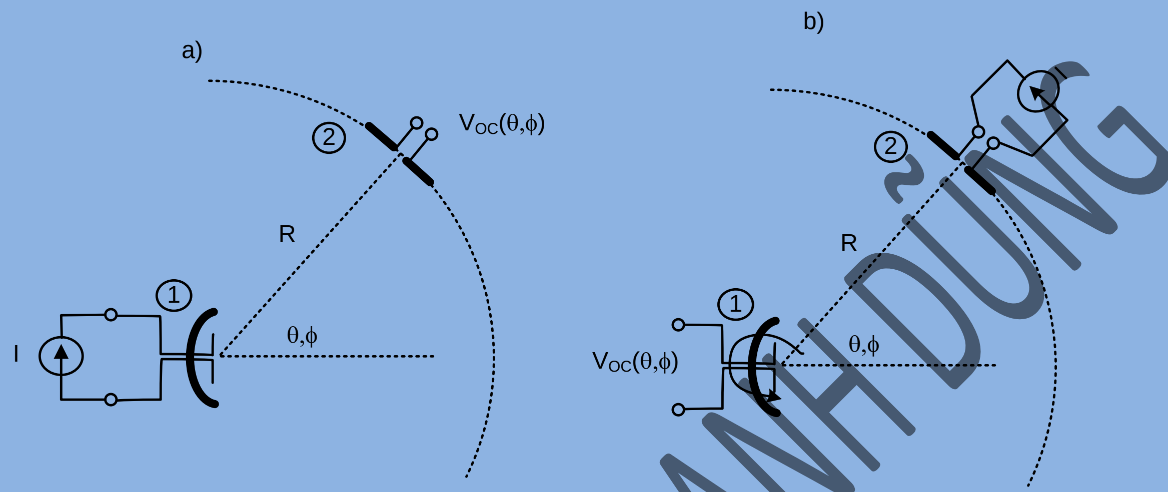
$$V_{eq} = Z_{12}I_1 = V_g\frac{Z_{12}}{Z_g+Z_{in}}, \quad Z_{eq} = Z_{A2} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{A1}+Z_g} \quad (1.154)$$

Khi cá anten cách xa nhau, các thông số mạch tương đương trở thành:

$$V_{eq} = V_g\frac{Z_{12}}{Z_g+Z_{A1}}, \quad Z_{eq} = Z_{A2} \quad (1.156)$$

B. Tính đổi lẫn mẫu phát xạ

Ta xét tính đổi lẫn cho hai chế độ khai thác. Trong chế độ thứ nhất ta xét anten 1 cố định còn anten 2 được di chuyển trên một mặt có bán kính không đổi như trên hình 1.44a. Trong chế độ thứ hai ra xét anten hai cố định còn anten 1 quay xung quanh trục của nó như trên hình 1.44b.



Hình 1.44. Bố trí anten để đo mẫu phát xạ và định lý đổi lẫn.

Trong chế độ trên hình 1.44 a, anten 1 có thể được sử dụng hoặc là anten phát hoặc là anten thu,, còn anten 2 dịch chuyển trên mặt cầu bán kính R. Trong chế độ phát, anten 2 hở mạch và điện áp đầu cuối hở mạch V_{OC} được đo. Trái lại trong chế độ thu, điện áp đầu cuối hở mạch V_{OC1} được đo (không được thể hiện trên hình vẽ). Tương tự đo được thực hiện trên hình 1.44b chỉ khác là anten 1 sẽ được quay xung quanh trục của nó, còn anten 2 cố định.

Các điều kiện đảo lẫn được đảm bảo không phụ thuộc vào anten nào phát và anten nào thu.

Để đo anten mẫu phát xạ anten, chế độ thu trên hình 1.44b thường được sử dụng, vì trong nhiều trường hợp thiết bị phát cồng kền và nặng nề, trong khi đó máy thu nhỏ và nhẹ. Trong một số trường hợp máy thu đơn giản chỉ là một bộ tách sóng điod. Máy phát thường bao gồm nguồn phát và các bộ khuếch đại. Để đo chính xác tại các tần số vi ba, cần đảm bảo nguồn điện và tần số ổn định. Vì thế thiết bị phải được đặt trên bệ đỡ không bị rung. Đây cũng là lý do cần giữ máy phát cố định và quay máy thu.

1.19. TỔNG KẾT CÁC BƯỚC ĐỂ XÁC ĐỊNH ĐẶC TÍNH TRƯỜNG TẠI VÙNG XA CỦA MỘT ANTEN

1. Đặc tả phân bố dòng điện J
2. Xác định vectơ thế $\vec{A}$ (A_θ, A_ϕ)
3. Tìm các vectơ trường vùng xa $\vec{E}$ và $\vec{H}$ (E_θ, E_ϕ; H_θ, H_ϕ)

4. Tìm vectơ Poynting trung bình (mật độ công suất phát xạ): $\vec{\Pi} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right]$

5. Tìm cường độ phát xạ : $U = r^2 \Pi$

6. Tìm công suất phát xạ: $P = \oiint_S \vec{\Pi}.\vec{a}_n dS = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \Pi r^2 \sin\theta d\theta d\phi$ hay

$$P == \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U.\sin\theta d\theta d\phi$$

7. Tìm tính hướng $D(\theta,\phi) = \frac{U}{U_I} = \frac{4\pi U}{P} = \frac{4\pi}{P}\frac{dP}{d\Omega}$, $D_{max} = \frac{4\pi U_{max}}{P}$

8. Tìm mẫu phát xạ chuẩn hóa theo công suất

$$g(\theta,\phi) = \frac{U}{U_{max}} = \frac{D(\theta,\phi)}{G_{max}} = \frac{G(\theta,\phi)}{G_{max}}$$

9. Xác định điện trở phát xạ và điện trở vào: $R_r = \frac{2P}{|I|^2}, R_{in} = \frac{2P}{I_{in}^2}$

10. Xác định diện tích hiệu dụng của anten

$$A_e = \frac{P_T}{\Pi_{inc}} = \frac{|I_T|^2 R_T / 2}{\Pi_{inc}}$$

1.20. PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN DẪN FRIIS VÀ PHƯƠNG TRÌNH RADAR

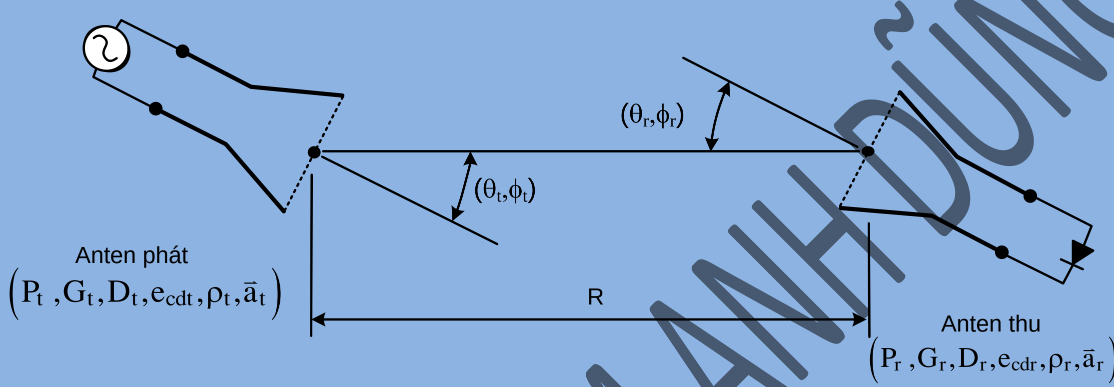
Phương trình truyền dẫn Friis được sử dụng trong kỹ thuật viễn thông. Nó đưa ra công suất thu bởi một anten từ một anten phát trong các điều kiện lý tưởng. Phương trình này được sử dụng để phân tích và thiết kế các hệ thống thông tin.

1.20.1. Phương trình truyền dẫn Friis

Phương trình Friis thiết lập quan hệ giữa công suất thu và công suất phát của một hệ thống hai anten tại khoảng cách $R > \frac{2D^2}{\lambda}$, trong đó D là kích thước lớn nhất của một trong hai anten. Ta xét hình 1.45. Gỉa thiết anten phát lúc đầu đẳng hướng. Nếu công suất tại đầu cuối của anten phát là P_t, thì mật độ công suất đẳng hướng của nó $\prod_I$ tại khoảng cách R được xác định như sau:

$$\prod_I = e_t \frac{P_t}{4\pi R^2} \qquad (1.157)$$

trong đó e_t là hiệu suất phát xạ của anten phát.



Hình 1.45. Bố trí hình học anten phát và anten thu cho phương trình truyền dẫn Friis.

Đối với anten phát không đẳng hướng, mật độ công suất trong hướng θ_t, ϕ_t được xác định như sau:

$$\prod_t = \frac{P_t G_t(\theta_t,\phi_t)}{4\pi R^2} = e_t \frac{P_t D_t(\theta_t,\phi_t)}{4\pi R^2} \qquad (1.158)$$

Trong đó $G_t(\theta_t, \phi_t)$ là hệ số khuếch đai và $D_t(\theta_t, \phi_t)$ là tính hướng của anten phát trong phương (θ_t, ϕ_t). Vì diện tích hiệu dụng A_r của anten thu liên quan đến hiệu suất e_r và tính hướng D_r của nó như sau:

$$A_r = e_r D_r(\theta_t,\phi_t)\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right) \qquad (1.159)$$

Nên từ các phương trình (1.158) và 1.159) ta được công suất P_r thu tại anten thu như sau:

$$
\begin{aligned}
P_r &= e_r D_r(\theta_r,\phi_r)\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)\Pi_t \\
&= e_t e_r \frac{\lambda^2 D_t(\theta_t,\phi_t) D_r(\theta_r,\phi_r) P_t}{(4\pi R)^2}\left|\vec{a}_t.\vec{a}_r\right|^2
\end{aligned}
\qquad (1.160)
$$

Trong đó $\vec{a}_t$ và $\vec{a}_r$ là các vectơ phân cực đơn vị cửa sóng tới và của anten thu.
Đối với các anten được phói hợp phân cực và được đồng chỉnh theo phương cực đại ta được phương trình truyền dẫn Friis:

$$
P_r = \frac{P_t G_{tm} G_{rm} \lambda^2}{(4\pi R)^2} \qquad (1.161)
$$

Ảnh hưởng của đường truyền sóng dẫn đến tổn hao công suất phát tỷ lệ với bình phương với khoảng cách R được gọi là suy hao trong không gian tự do. Ta ký hiệu tổn hao này như sau:

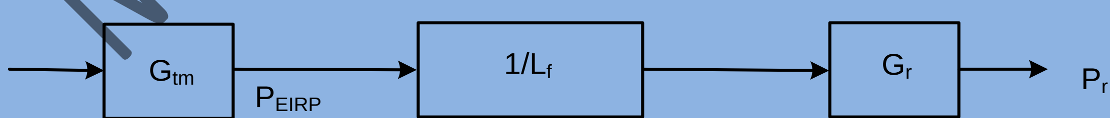
$$
L_f = \left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2 \qquad (1.162)
$$

Sử dụng (1.162) ta có thể viết lại (1.162) như sau:

$$
P_r = \frac{P_t G_{tm} G_{rm}}{L_f} = \frac{P_{EIRP} G_{rm}}{L_f} \qquad (1.163)
$$

Trong đó P_{EIRP} được gọi là công suất phát xạ đẳng hương tương đương (EIRP: Equivalent Isotropic Radiated Power).

Mô hình hệ thống thông tin hai anten này được thể hiện trên hình 1.46.



Hình 1.46. Mô hình hệ thống thông tin hai anten.

Trong thực thế tổn hao của môi trường giữa hai anten có thể gồm nhiều thành phần và phức tạp hơn tổn hao trong không gian tự do.

Phương trình (1.163) thường được biểu diễn trong dạng dB như sau:

$$P_r[\text{dBm}] = 10\log_{10}\left(\frac{P_t G_{tm} G_{rm}}{L_f}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{P_{EIRP} G_{rm}}{L_f}\right)$$
$$= P_t[\text{dBm}] + G_{tm}[\text{dB}] + G_{rm}[\text{dB}] - L_f[\text{dB}] \qquad (1.164)$$
$$= P_{EIRP}[\text{dBW}] + G_{rm}[\text{dB}] - L_f[\text{dB}]$$

Hay

$$P_r[\text{dBW}] = 10\log_{10}\left(\frac{P_t G_{tm} G_{rm}}{L_f}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{P_{EIRP} G_{rm}}{L_f}\right)$$
$$= P_t[\text{dBW}] + G_{tm}[\text{dB}] + G_{rm}[\text{dB}] - L_f[\text{dB}] \qquad (1.165)$$
$$= P_{EIRP}[\text{dBW}] + G_{rm}[\text{dB}] - L_f[\text{dB}]$$

Trong đó:

$$P_t[\text{dBW}] = 10\log_{10}\left(\frac{P_r}{1\text{W}}\right),\ P_t[\text{dBm}] = 10\log_{10}\left(\frac{P_t}{1\text{mW}}\right) \qquad (1.166)$$

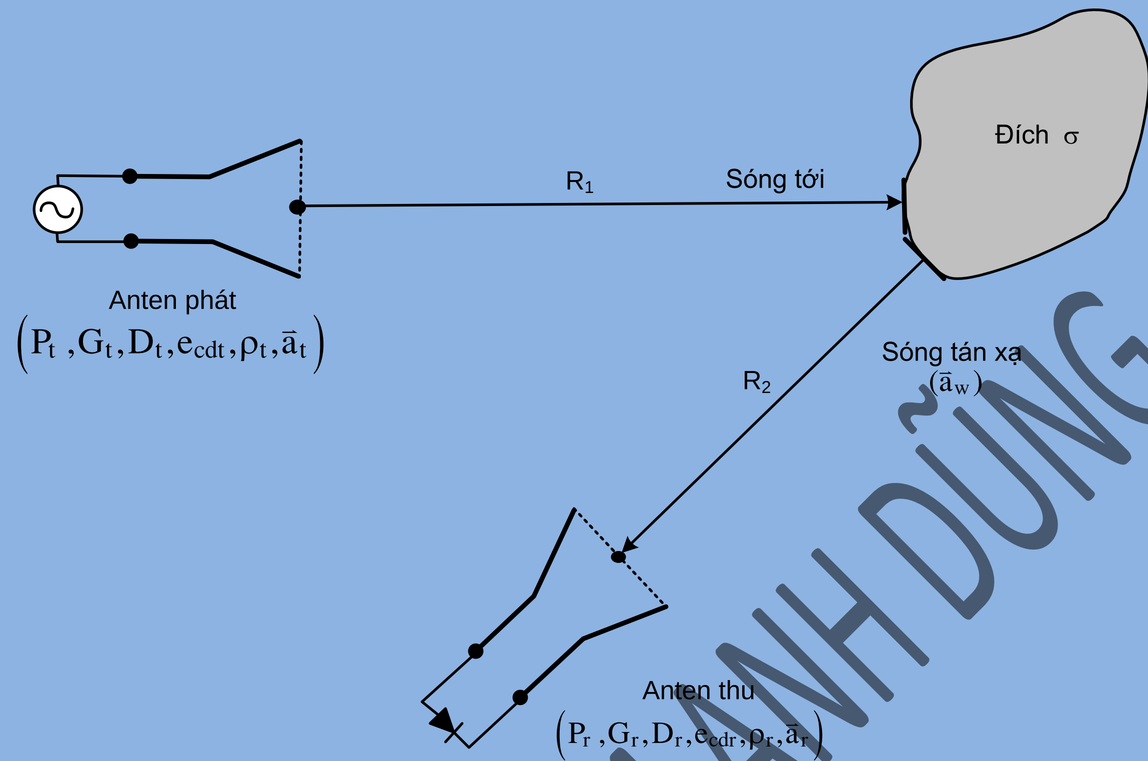
$$P_r[\text{dBW}] = 10\log_{10}\left(\frac{P_r}{1\text{W}}\right),\ P_r[\text{dBm}] = 10\log_{10}\left(\frac{P_r}{1\text{mW}}\right) \qquad (1.167)$$

$$G_{tm}[\text{dB}] = 10\log_{10} G_{tm},\quad G_{rm}[\text{dB}] = 10\log_{10} G_{rm} \qquad (1.168)$$

$$L_f[\text{dB}] = 10\log_{10} L_f \qquad (1.169)$$

1.20.2. Phương trình radar

Ta xét mô hình gồm một anten phát đến một mục tiêu và một anten thu tín hiệu tán xạ từ mục tiêu như trên hình 1.47.



Hình 1.47. Bố trí hình học mô hình anten phát, mục tiêu và anten thu cho phương trình radar.

Ta định nghĩa mặt cắt radar hay vùng dội sóng (σ) của một mục tiêu là diện tích tiếp nhận một lượng công suất mà nếu tán xạ đẳng hướng nó sẽ tạo ra tại máy thu một mật độ bằng với mật độ tán xạ bởi mục tiêu thực tế. Mặt cắt hiệu cho phép ta đánh giá diện tích hiệu dụng của mục tiêu và công suất được phát lại.

Từ định nghĩa mặt cắt radar ta có thể viết công suất tiếp nhận P_c như sau :

$$P_c = \sigma \prod_t = \sigma \frac{P_t G_t\left(\theta_t, \phi_t\right)}{4\pi R_1^2} = e_{cdt} \sigma \frac{P_t D_t\left(\theta_t, \phi_t\right)}{4\pi R_1^2} \quad (1.167)$$

Công suất này được phát xạ lại với mật độ công suất tán xạ như sau:

$$\prod_s = \frac{P_c}{4\pi R_2^2} = e_{cdt} \sigma \frac{P_t D_t\left(\theta_t, \phi_t\right)}{\left(4\pi R_1 R_2\right)^2}$$

Lượng công suất chuyển đến tải máy thu như sau:

$$P_r = A_r \prod_s = e_{cdt} e_{cdr} \sigma \frac{P_t D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2}\right)^2 \quad (1.168a)$$

Trường hợp không phối kháng và phối hợp phân cực tại máy mát và máy thu, ta có phương trình tổng quát sau:

$$P_r = e_{cdt} e_{cdr} \left(1 - |\rho_t|^2\right)\left(1 - |\rho_t|^2\right) \sigma \frac{P_t D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi}$$
$$\times \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2}\right)^2 |\vec{a}_w . \vec{a}_r|^2 \quad (1.168b)$$

Trong đó $\vec{a}_w$ và $\vec{a}_r$ là các vectơ phân cực đơn vị của sóng tán xạ và anten thu, $|\rho_t|$ là biên độ hệ số phản xạ cảu đường truyền dẫn anten phát.

Đối với trường hợp các anten phối hợp trở kháng, phân cực và được điều chỉnh theo phương cực đại ta có:

$$P_r = \sigma \frac{P_t G_{tm} G_{rm}}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2}\right)^2 \quad (1.168c)$$

Các phương trình (1.168a,b,c) được gọi là phương trình rađar.
Trong trường hợp anten phát và anten thulà cùng một anyen, ta có: $R_1=R_2=R$, $G_{tm} = G_{rm}$, ta có thể viết lại phương trình (1.168c) như sau R:

$$P_r = \sigma \frac{P_t G_{tm}^2}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{4\pi R^2}\right)^2$$
$$= \sigma P_t G_{tm}^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R^2}\right)\left(\frac{\lambda}{4\pi R^2}\right) = \frac{P_t G_{tm}^2 G_\sigma}{L_f^2} \quad (1.169)$$

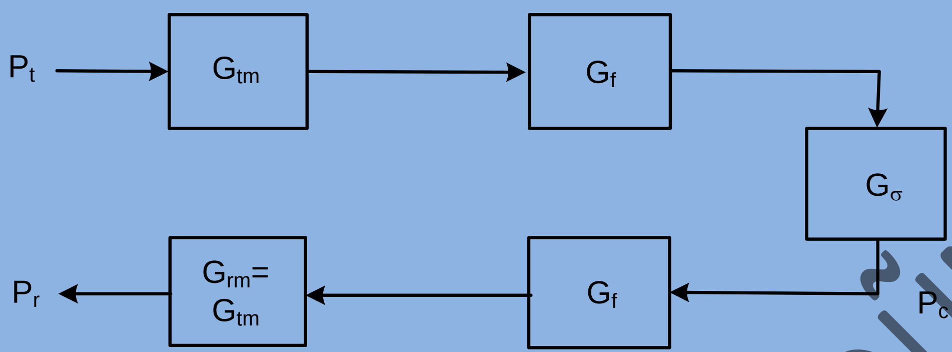
Trong đó

$G_\sigma = \sigma$ là hệ số khuếch đại tán xạ của mục tiêu, $L_f = \left(\frac{\lambda}{4\pi R^2}\right)$ là tổn hao trong không gian tự do.

Ta có thể biểu diễn phương trình (1.169) vào dạng dB như sau:

$P_r[dBW]=P_t[dBW]+2G_{tm}[dB]+G_\sigma[dB]+2L_f[dB]$ (1.170)

Và mô hình truyền dẫn cho phương trình rađar có thể được biểu diễn như trên hình 1.48.



Hình 1.48. Mô hình truyền dẫn cho phương trình rađar.

Từ phương trình (1.169) ta có thể tìm được cự ly cực đại từ anten đến mục tiêu như sau:

$$R_{max} = \left[\frac{P_t G_{tm}^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 P_{r\,min}} \right]^{1/4} \qquad (1.171)$$

Trong đó

P_{rmin} là công suất thu cực tiểu.

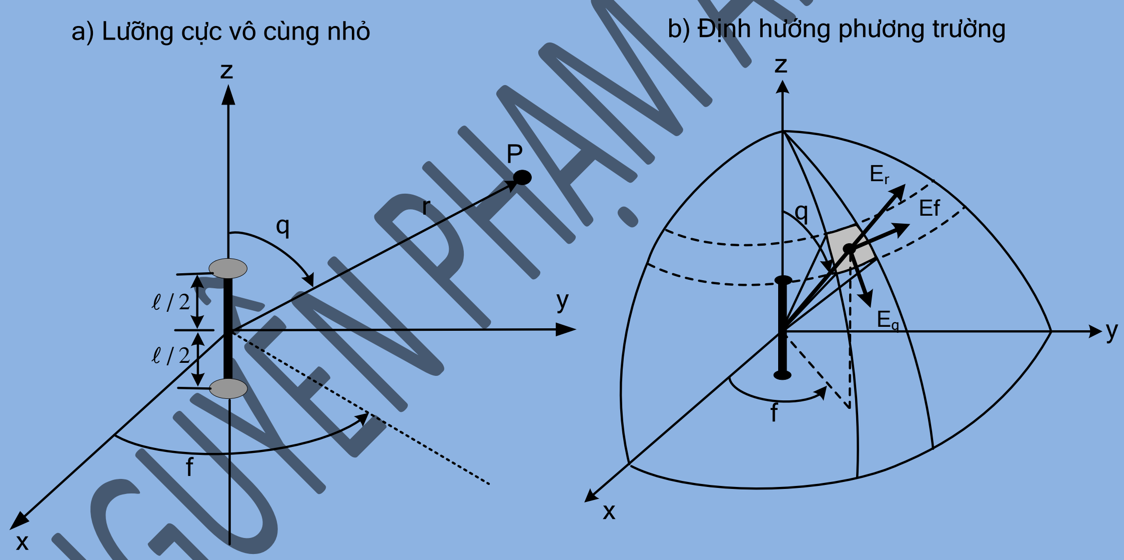
Chương 2

CÁC NGUYÊN TỐ PHÁT XẠ

Các nguyên tố phát xạ là các anten có kích thước nhỏ vô cùng so bước sóng. Có thể coi cac nguyên tố này là phần ử nhỏ nhất cấu thành lên một anten thự thế. Trong chương này ta sẽ phân tích các nguyên tố lưỡng cực điện, nguyên tố lưỡng cực từ và nguyên tố khe.

2.1. TRƯỜNG PHÁT XẠ BỞI MỘT LƯƠNG CỰC ĐIỆN NGUYÊN TỐ

Lưỡng cực điện nguyên tố hay lưỡng cực Herz là một dây dẫn có kích thước ℓ $<<\lambda$, có dòng điện chảy trên nó với biên và pha như nhau tại mọi điểm trên lưỡng cực. Ta đặt lưỡng cực này theo trục z đối xứng qua gốc toạ độ (hình 2.1a) và xét trường phát xạ theo phương như trên hình 2.1b.



Hình 2.1. Vị trí lưỡng cực vô cùng nhỏ và các thành phần điện trường của nó trong hệ toạ độ cầu.

Do kích thước vô cùng nhỏ, dòng điện nguồn không đổi trong không gian, nên dòng chảy qua tiết diện lưỡng cực:

$$\int_S \vec{J}(x',y',z').e^{j\omega t}ds = \vec{a}_z I e^{j\omega t} \qquad (2.1)$$

Trong đó I là biên độ của dòng điện được xác định như sau:

$$\vec{a}_z I = \int_S \vec{J}(x',y',z')ds \qquad (2.2)$$

Phân tích tích phân theo V trong phương trình (2.2) thành theo dS và ℓ của lưỡng cực ta có thể viết lại biểu thức này cho thế vectơ như sau:

$$\vec{A}(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J}\left(x',y',z'\right).e^{-jkR}}{R} dsd\ell \qquad (2.3)$$

Vì lưỡng cực vô cùng nhỏ, có thể coi R≈r =const, nên ta có thể viết lại phương trình (2.3) như sau:

$$\vec{A}(x,y,z) = \vec{a}_z \frac{\mu I}{4\pi}\int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{e^{jkR}}{R} dz' = \vec{a}_z \frac{\mu I\ell}{4\pi}\frac{e^{jkr}}{r} \qquad (2.4)$$

Trong hệ tọa độ cầu:

$$\vec{a}_z = \vec{a}_r \cos\theta - \vec{a}_\theta \sin\theta$$

Nên $\vec{A} = \vec{a}_z \frac{\mu I\ell}{4\pi}\frac{e^{jkr}}{r} = \vec{a}_r \frac{\mu I\ell}{4\pi}\cos\theta\frac{e^{jkr}}{r} - \vec{a}_\theta \frac{\mu I\ell}{4\pi}\sin\theta\frac{e^{jkr}}{r}$

Áp dụng thế vectơ cho các phương trình (1.132) ta tìm được các vectơ trường như sau:

$$H_r = H_\theta = 0 \qquad (2.5)$$

$$H_\phi = j\frac{I\ell}{2\lambda r}\left[1+\frac{1}{jkr}\right]\sin\theta.e^{-jkr} \qquad (2.6)$$

$$\vec{H} = \vec{a}_\phi H_\phi \qquad (2.7)$$

$$E_r = Z_W \frac{I\ell}{2\pi r^2}\left[1+\frac{1}{jkr}\right]\cos\theta e^{-jkr} \qquad (2.8)$$

$$E_\theta = jZ_W \frac{I\ell}{2\lambda r}\left[1+\frac{1}{jkr}-\frac{1}{(kr)^2}\right]\sin\theta e^{-jkr} \qquad (2.9)$$

$$E_\phi = 0 \tag{2.10}$$

$$\vec{E} = \vec{a}_r E_r + \vec{a}_\theta E_\theta \tag{2.11}$$

Trong đó $Z_W = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ là trở kháng sóng của môi trường. trong không gian tự do

$$Z_W = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\Omega.$$

Ta thường quan tâm đến trường tại vùng xa r>>λ hay kr>>λ, khi này chỉ còn hai thành phần trường sau:

$$E_\theta = jZ_W \frac{I\,\ell}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr} \tag{2.12}$$

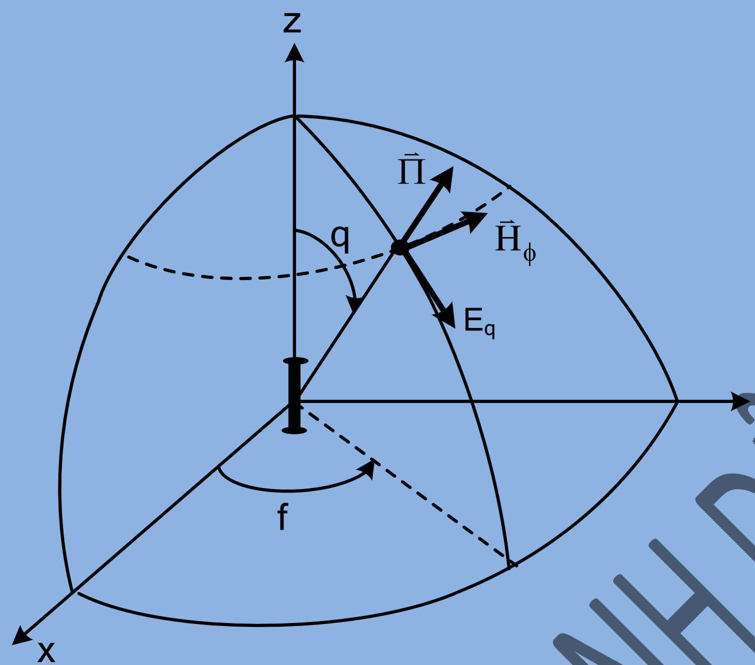
$$H_\phi = j\frac{I\ell}{2\lambda r} \sin\theta . e^{-jkr} \tag{2.13}$$

Mật độ công suất phát xạ trung bình (vectơ Poynting) tại vùng xa được xác định như sau:

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]$$

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right] = \frac{1}{2}\vec{a}_r \mathrm{Re}\left(E_\theta H_\phi^*\right)$$
$$= \vec{a}_r \frac{\left|E_\theta\right|^2}{2Z_W} = \frac{1}{2}\vec{a}_r Z_w \left(\frac{|I|\ell}{2\lambda r}\right)^2 \sin^2\theta \tag{2.14}$$

Quan hệ giữa vectơ Poynting và các vectơ trường tại vùng xa được thể hiện trên hình 2.2.



Hình 2.2. Quan hệ giữa vectơ Poynting và các vectơ trường

Cường độ phát xạ của lưỡng cực Herz:

$$U = r^2 \prod = \frac{1}{2} Z_w \left(\frac{I\ell}{2\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta \qquad (2.15)$$

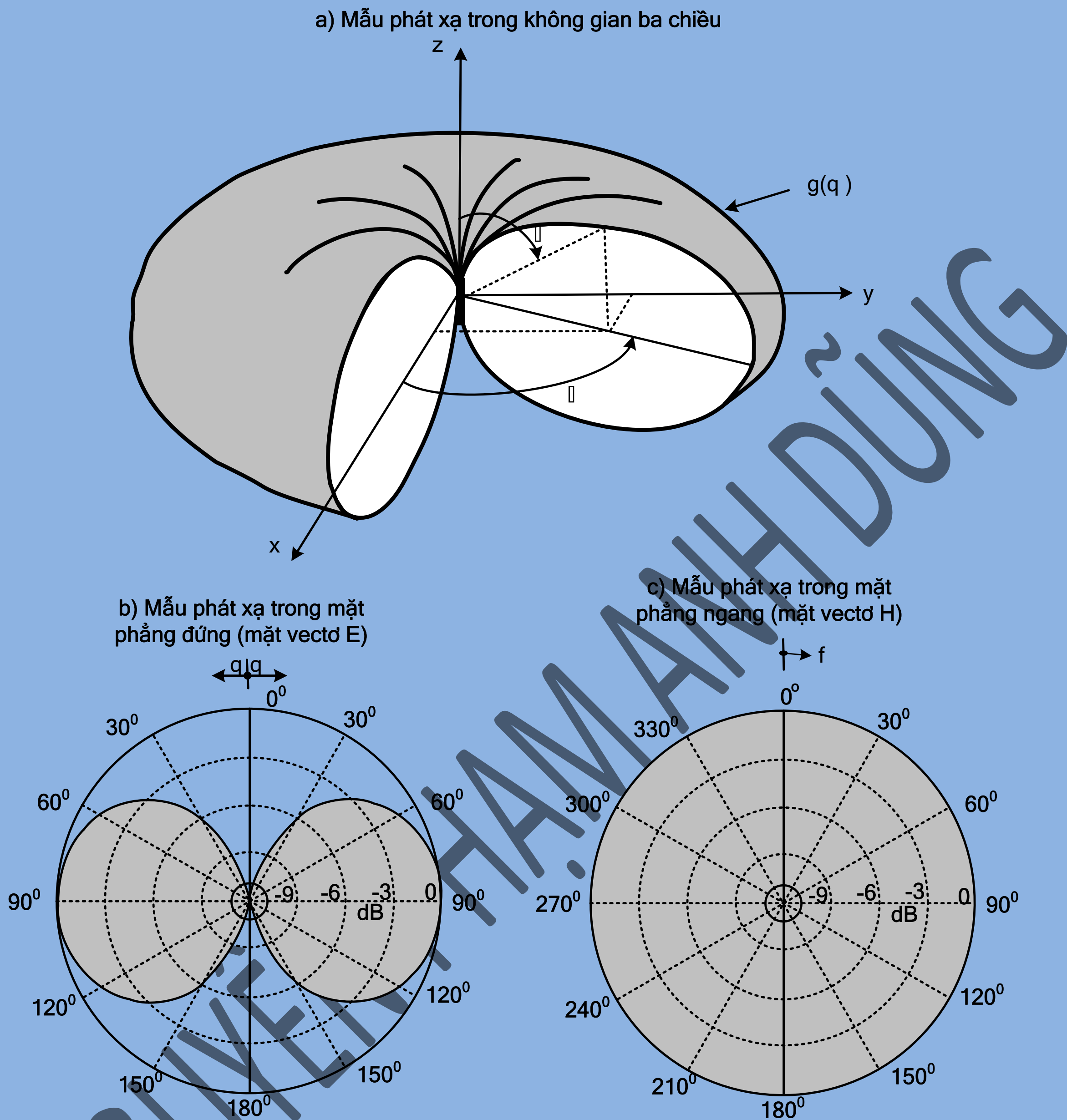
Tại phương θ=π/2, cường độ phát xạ cực đại:

$$U_{max} = r^2 \prod = \frac{1}{2} Z_w \left(\frac{I\ell}{2\lambda} \right)^2 \qquad (2.16)$$

Vì thế khuếch đại chuẩn hóa sẽ là:

$$g(\theta) = \frac{U}{U_{max}} = \sin^2 \theta \qquad (2.17)$$

Hình 2.3 cho thấy mẫu phát xạ theo khuếch đại g(θ) [dB].



Hình 2.3. Mẫu phát xạ theo khuếch đại g(θ) [dB]

Công suất phát xạ lưỡng cực Herz:

$$P = \oiint \vec{\Pi}.d\vec{s} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2}\vec{a}_r Z_w \left(\frac{|I|\ell}{2\lambda r}\right)^2 \sin^2\theta\right).\vec{a}_r r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$
$$= \frac{Z_w}{8}\left(\frac{|I|\ell}{\lambda}\right)^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin^3\theta d\theta d\phi \tag{2.18}$$

Phân tích $\sin^3\theta=(1+\cos^2\theta)\sin\theta$, ta được:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta d\phi = \int_0^{2\pi}\left(-\cos\theta + \frac{1}{3}\cos^3\theta\right)_0^{\pi} d\phi = \frac{8\pi}{3}$$

Vì thế:

$$P = Z_w \frac{\pi}{3}\left(\frac{|I|\ell}{\lambda}\right)^2 \tag{2.19}$$

Tính hướng được tính theo các công thức (1.71), (2.16) và (2.19) như sau:

$$D_{max} = \frac{U_{max}}{U_I} = \frac{4\pi U_{max}}{P} = \frac{3}{2} \Rightarrow 1,76dBi \tag{2.20}$$

Từ công suất phát xạ ta tính được điện trở phát xạ như sau:

$$P = \frac{1}{2}|I|^2 R_r \Rightarrow R_r = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{2\pi Z_W}{3}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \tag{2.21}$$

Điện trở vào được xác định như sau:

$$P = \frac{1}{2}I_{in}^2 R_{in}, I_{in}^2 = |I|^2 \Rightarrow R_{in} = R_r = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{2\pi Z_W}{3}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \tag{2.22}$$

Phân tích công thức (1.167) ta thấy trường vùng xa bao gồm ba thành phần:

1. không phụ thuộc vào phương đến điểm quan sát: $jZ_W \dfrac{|I|e^{j\beta}\ell}{2\lambda} = C|I|e^{j\beta}$, trong đó |I| là biên độ dòng điện và β là pha dòng điện của lưỡng cực

2. f(θ)= cosθ phụ thuộc vào phương đến điểm quan sát và

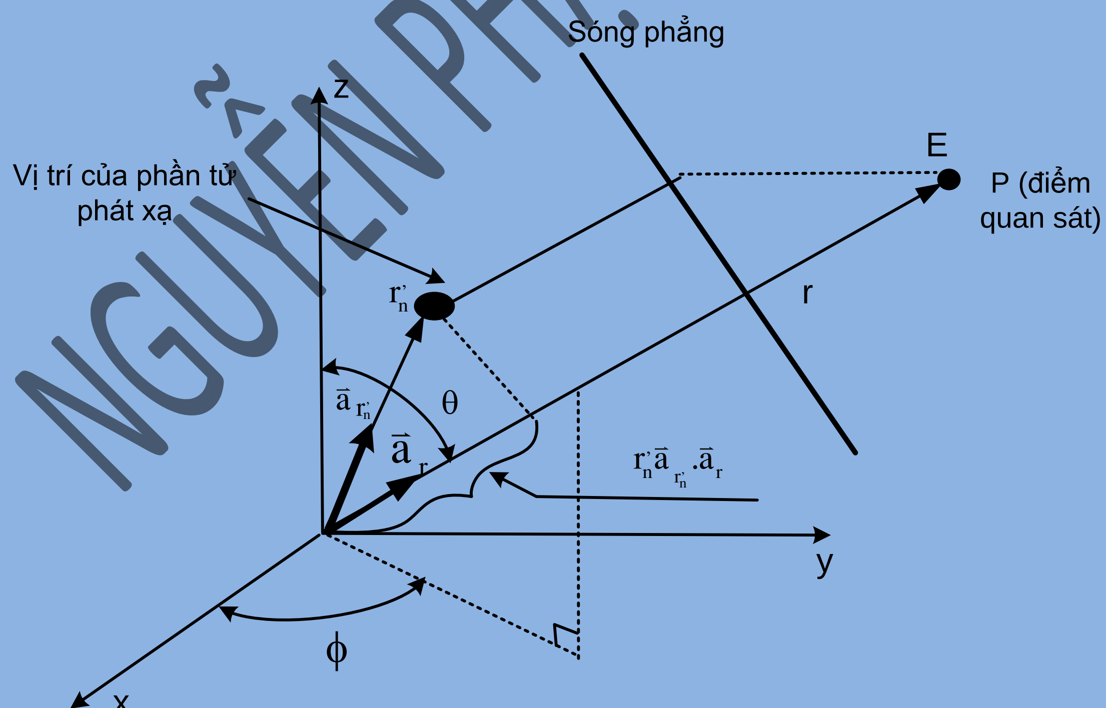
3. $\dfrac{e^{-jkr}}{r}$ thể hiện trễ truyền sóng và suy giảm biên độ theo khoảng cách đến điểm tquan sát

Tổng quát hóa đối với mọi phần tử phát xạ, ta có thể viết:

$$E = C|I|e^{j\beta}f(\theta,\phi)e^{j\Psi(\theta,\phi)}\frac{e^{-jkr}}{r} \qquad (2.23)$$

Trong trường hợp điểm phát xạ không nằm trên gốc tọa độ (hình 2.4), ta có thể viết lại phương trình (2.23) như sau:

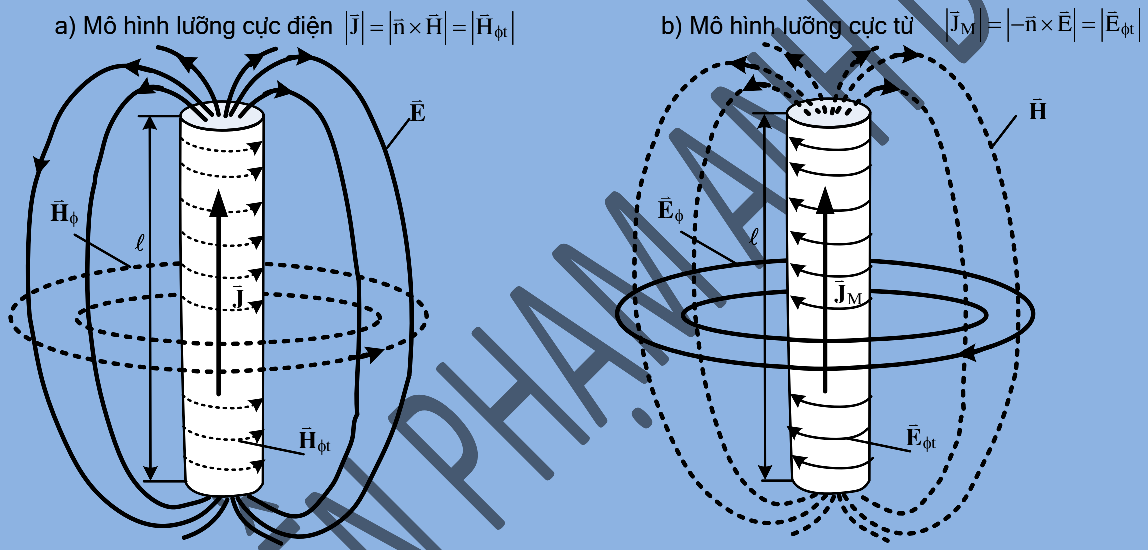
$$E = Ce^{j\beta}f(\theta,\phi)e^{j\Psi(\theta,\phi)}\frac{e^{-jkr}}{r}e^{jr'_n\bar{a}_{r'_i}\bar{a}_r} \qquad (2.24)$$



Hình 2.4. Mô hình sóng phẳng trong hệ tọa độ Đecart

2.2. TRƯỜNG PHÁT XẠ BỞI LƯỠNG CỰC TỪ NGUYÊN TỐ

Lưỡng cực từ nguyên tố có kích thước vô cùng nhỏ so với bước sóng và phân bố dòng từ (biên độ và pha) đồng đều trên toàn bộ chiều dài. Theo nguyên lý tương đương hay tính đối ngẫu giữa các đại lượng điện và từ ta có thể nói rằng cấu trúc trường do lưỡng cực từ tạo ra chỉ khác cấu trúc trường do lưỡng cực điện tạo ra ở chỗ vị trí của các đại lượng điện và từ được hoán đổi theo bảng 1.2. Hình 2.5a và 2.5b so sánh quan hệ giữa dòng điện và dòng từ trên bề mặt S của lưỡng cực điện và lưỡng cực từ với từ trường và điện trường dựa trên nguyên lý trường tương đương.



Hình 2.5. Mô hình lưỡng cực điện và từ theo nguyên lý trường đương đương

Theo nguyên lý trường tương đương ta có thể nhận được các biểu thức trường do lưỡng cực từ tạo ra từ các phương trình 2.5) đến (2.11) bằng các hoán đổi các đại lượng điện và từ tương ứng theo bảng 1.2 như sau:

$$E_r = E_\theta = 0 \tag{2.25}$$

$$E_\phi = -j\frac{I_M \ell}{2\lambda r}\left[1 + \frac{1}{jkr}\right]\sin\theta . e^{-jkr} \tag{2.26}$$

$$\vec{E} = -\vec{a}_\phi E_\phi \tag{2.27}$$

$$H_r = \frac{I_M \ell}{2\pi Z_W r^2}\left[1+\frac{1}{jkr}\right]\cos\theta e^{-jkr} \tag{2.28}$$

$$H_\theta = j\frac{I_M \ell}{2\lambda Z_W r}\left[1+\frac{1}{jkr}-\frac{1}{(kr)^2}\right]\sin\theta e^{-jkr} \tag{2.29}$$

$$H_\phi = 0 \tag{2.30}$$

$$\vec{H} = \vec{a}_r H_r + \vec{a}_\theta H_\theta \tag{2.31}$$

Trong đó từ phương trình (1.155) ta có

$$\vec{n}\times\vec{E}_1 = -\vec{J}_{MS} \Rightarrow J_M = -E_{\phi\tau} \Rightarrow I_M = LJ_M = -LE_{\phi\tau} \tag{2.32}$$

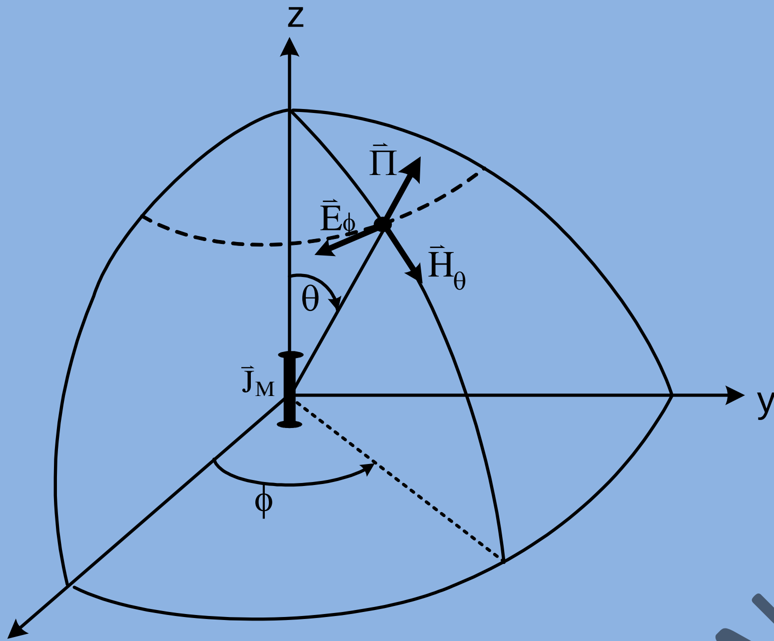
Trong đó L là chu vi của lưỡng cực từ. Trường hợp lưỡng cực từ là một phiến mỏng dẹt có độ rộng là b và độ dầy vô cùng nhỏ ta có: L=2b.

Trường tại vùng xa được xác định như sau:

$$E_\phi = -j\frac{I_M \ell}{2\lambda r}\sin\theta.e^{-jkr} \tag{2.33}$$

$$H_\theta = j\frac{I_M \ell}{2Z_W \lambda r}\sin\theta e^{-jkr} \tag{2.34}$$

Hình 2.6 cho thấy các thành phần trường của lưỡng cực từ trong không gian toạ độ cầu tại vùng xa.



Hình 2.6. Các thành phần trường của lưỡng cực từ trong không gian toạ độ cầu.

Mật độ công suất phát xạ trung bình (vectơ Poynting) tại vùng xa được xác định như sau:

$$\begin{aligned}\vec{\Pi} &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right] = \frac{1}{2}\vec{a}_r\,\mathrm{Re}\left(-E_\phi H_\theta^*\right)\\ &= \vec{a}_r\frac{\left|E_\phi\right|^2}{2Z_w} = \frac{1}{2Z_w}\vec{a}_r\left(\frac{\left|I_M\right|\ell}{2\lambda r}\right)^2\sin^2\theta\end{aligned} \quad (2.35)$$

Công suất phát xạ được tính như sau:

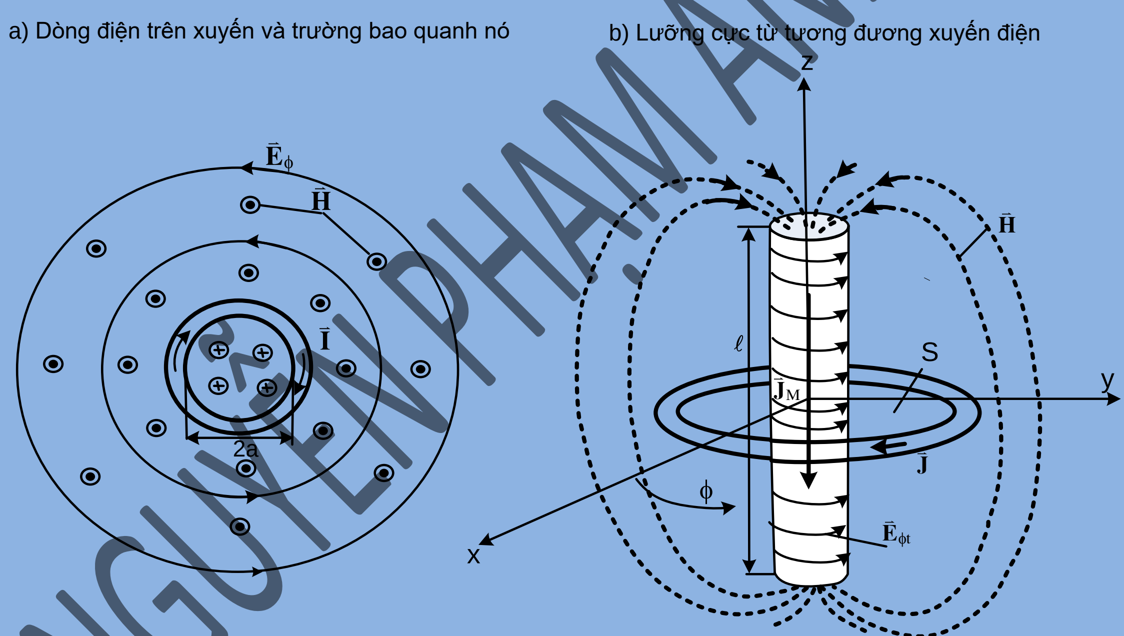
$$\begin{aligned}P &= \oiint \vec{\Pi}.d\vec{s} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2Z_w}\vec{a}_r\left(\frac{|I|_M\,\ell}{2\lambda r}\right)^2\sin^2\theta\right).\vec{a}_r\,r^2\sin\theta d\theta d\phi\\ &= \frac{1}{8Z_w}\left(\frac{|I|\ell}{\lambda}\right)^2\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta d\phi = \frac{\pi}{3Z_w}\left(\frac{|I|_M\,\ell}{\lambda}\right)^2\end{aligned} \quad (2.36)$$

Vì dòng từ có kích thước của điện áp, nên công suất phát xạ ta tính được tho điện kháng phát xạ như sau:

$$P = \frac{1}{2}|I_M|^2 G_r \Rightarrow G_r = \frac{2P}{|I_M|^2} = \frac{2\pi}{3Z_W}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \qquad (2.37)$$

2.3. XUYẾN NGUYÊN TỐ

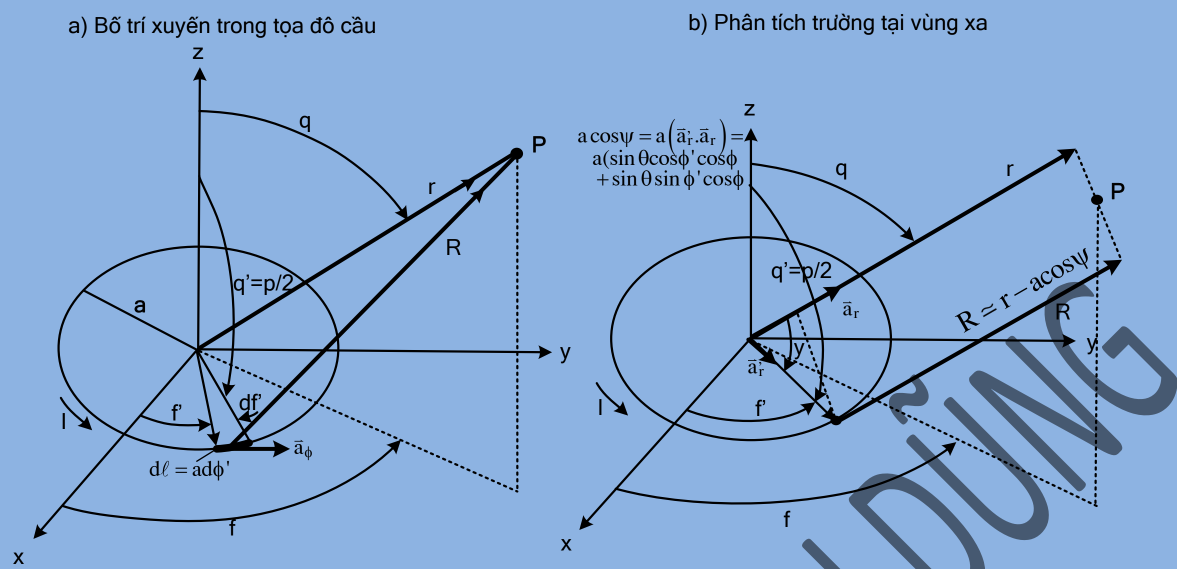
Ta xét một xuyến tròn nguyên tố có dòng điện xoay chiều chảy trên nó như trên hình 1.36. Kích thước xuyên nguyên tố vô cùng nhỏ so với bước sóng để thỏa mãn các điều kiện sau: ka<<1, a<<λ, S<<λ^2, trong đó k=2π/λ, a là bán kính xuyến và S là diện tích xuyến. Dòng điện trên xuyến vô nguyên tố được coi là có biên độ và pha không đổi. Hình 2.7a cho thấy quan hệ giữa dòng điện và trường bao quanh nó. Chuều của của các đường sức từ trường và từ trường được xác đinh theo phương trình Maxwell thứ nhất và thứ hai như đã xét ở trên. Hình 2.7b cho thấy mô hình lưỡng cực từ tương đương xuyến điện.



Hình 2.7. Xuyến nguyên tố và lưỡng cực từ tương đương

Trường của xuyến nguyên tố theo mô hình dòng từ được xác định theo các phương trình từ (2.35) đến (2.31).

Dưới đây ta sẽ xác định trường của xuyến nguyên tố theo dòng điện. Bố trí xuyền nguyên tố trong hệ tọa độ cầu được thể hiện trên hình 2.8.



Hình 2.8. Bố trí xuyến điện trong hệ tọa độ cầu

Vì dòng điện trên xuyến không đổi và xuyến rất nhỏ nên ta có thể coi vectơ mật độ dòng điện của phần tử được xét tiếp tuyến với xuyến tại điểm xét như sau:

$$\vec{J}(x',y',z') = \vec{a}_{\phi'}J \qquad (2.38)$$

Vectơ dòng điện tại điểm được xét trên xuyến được xác định như sau:

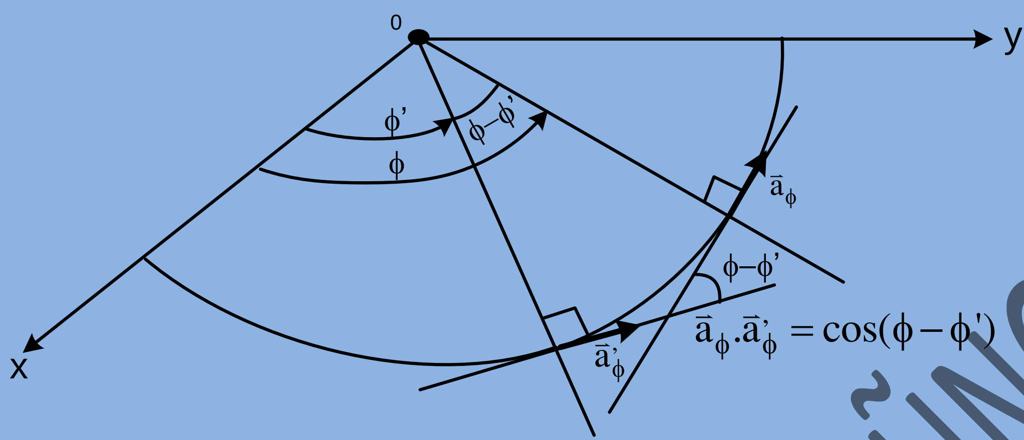
$$\int_S \vec{J}(x',y',z').ds = \vec{a}_{\phi'}I \qquad (2.39)$$

Trong đó I là biên độ dòng điện không đổi trên toàn xuyến.

Do tính đối xứng trụ cảu xuyến, nên nên thế vectơ sẽ có thành phần $\vec{A} = \vec{a}_\phi A_\phi$ được tạo bởi thành phần dòng điện (hình 2.9) :

:

$$\vec{I}_\phi = \vec{a}_\phi(\vec{a}_\phi.\vec{a}_{\phi'})I = \vec{a}_\phi I\cos(\phi - \phi') \qquad (2.40)$$



Hình 2.9. Giải thich hình chiếu của dòng điện $\vec{I}$ lên $\vec{a}_\phi$

Từ phương trình (1.121) ta được thế vectơ trong trường hợp này như sau:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{a}_\phi \frac{\mu}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J}(x',y',z').e^{-jkR}}{R} ds d\ell \\ &= \vec{a}_\phi \frac{\mu}{4\pi}\oint \frac{I\cos(\phi-\phi')e^{-jkR}}{R} ad\phi' = \vec{a}_\phi A_\phi\end{aligned} \quad (2.41)$$

Trong đó: $d\ell = ad\phi'$

$$I(x',y',z') = \int_S \vec{J}(x',y',z') dS = \vec{a}_\phi I_\phi = I\cos(\phi-\phi') \quad (2.42)$$

$$A_\phi = \frac{\mu}{4\pi}\oint \frac{I\cos(\phi-\phi')e^{-jkR}}{R} ad\phi' \quad (2.43)$$

Khoảng cách R từ phần tử xuyến đến điểm quan sát P được xác định như sau:

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (2.44)$$

Vì:

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\phi \\ y = r\sin\theta\sin\phi \\ z = r\cos\theta \end{cases}$$

$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$
$x'^2 + y'^2 + z'^2 = a^2$

$$\begin{cases} x' = a\cos\phi \\ y' = a\sin\phi \\ z' = 0 \end{cases}$$

Nên:

$$R = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos(\phi - \phi')} \qquad (2.45)$$

Ta có thể viết:

$$A_\phi = \frac{\mu}{4\pi}\oint I\cos\left(\phi - \phi'\right)\frac{e^{-jk\sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos(\phi-\phi')}}}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos(\phi - \phi')}}ad\phi' \qquad (2.46)$$

Do tính đối xứng của xuyến, A_ϕ không phụ thuộc vào ϕ, nên ta có thể đặt ϕ=0. Khi này ta có:

$$A_\phi = \frac{\mu}{4\pi}\oint I\cos\phi'\frac{e^{-jk\sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos\phi'}}}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos\phi'}}ad\phi' \qquad (2.47)$$

Dưới đây ta sẽ tìm công thức gần đúng.
Đặt:

$$f = \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos\phi'}}}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos\phi'}}$$

Phân tích f vào chuỗi Maclorine:

$$f = f(0) + f'(0)a + \frac{1}{2!}f''(0)a^2 + \ldots + \frac{1}{(n-1)!}f^{(n-1)}(0)a^{(n-1)} + \ldots$$

và chỉ giữ lại hai thành phần đầu, ta được :

$$f \simeq \left[\frac{1}{r} + a\left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2}\right)\sin\theta\cos\phi'\right]e^{-jkr}$$

Từ đây ta tính được :

$$A_\phi \simeq \frac{a\mu I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\cos\phi'\left[\frac{1}{r}+a\left(\frac{jk}{r}+\frac{1}{r^2}\right)\sin\theta\cos\phi'\right]e^{-jkr}d\phi' \qquad (2.48)$$

$$A_\phi \simeq \frac{a^2\mu I}{4}\left(\frac{jk}{r}+\frac{1}{r^2}\right)\sin\theta e^{-jkr} \qquad (2.49)$$

Sử dụng phương trình (1.130) ta có thể xác định được các thành phần của vectơ từ trường như sau :

$$H_r = j\frac{ka^2 I}{2r^2}\left[1+\frac{1}{jkr}\right]\cos\theta e^{-jkr} \qquad (2.50)$$

$$H_\theta = -\frac{(ka)^2 I}{4r}\left[1+\frac{1}{jkr}-\frac{1}{(kr)^2}\right]\sin\theta e^{-jkr} \qquad (2.51)$$

$$H_\phi = 0 \qquad (2.52)$$

$$\vec{H} = \vec{a}_r H_r + \vec{a}_\theta H_\theta \qquad (2.53)$$

Sử dụng phương trình (1.131) ta tìm được các vectơ điện trường :

$$E_r = E_\theta = 0 \qquad (2.54)$$

$$E_\phi = Z_W\frac{(ka)^2 I}{4r}\left[1+\frac{1}{jkr}\right]\sin\theta . e^{-jkr} \qquad (2.55)$$

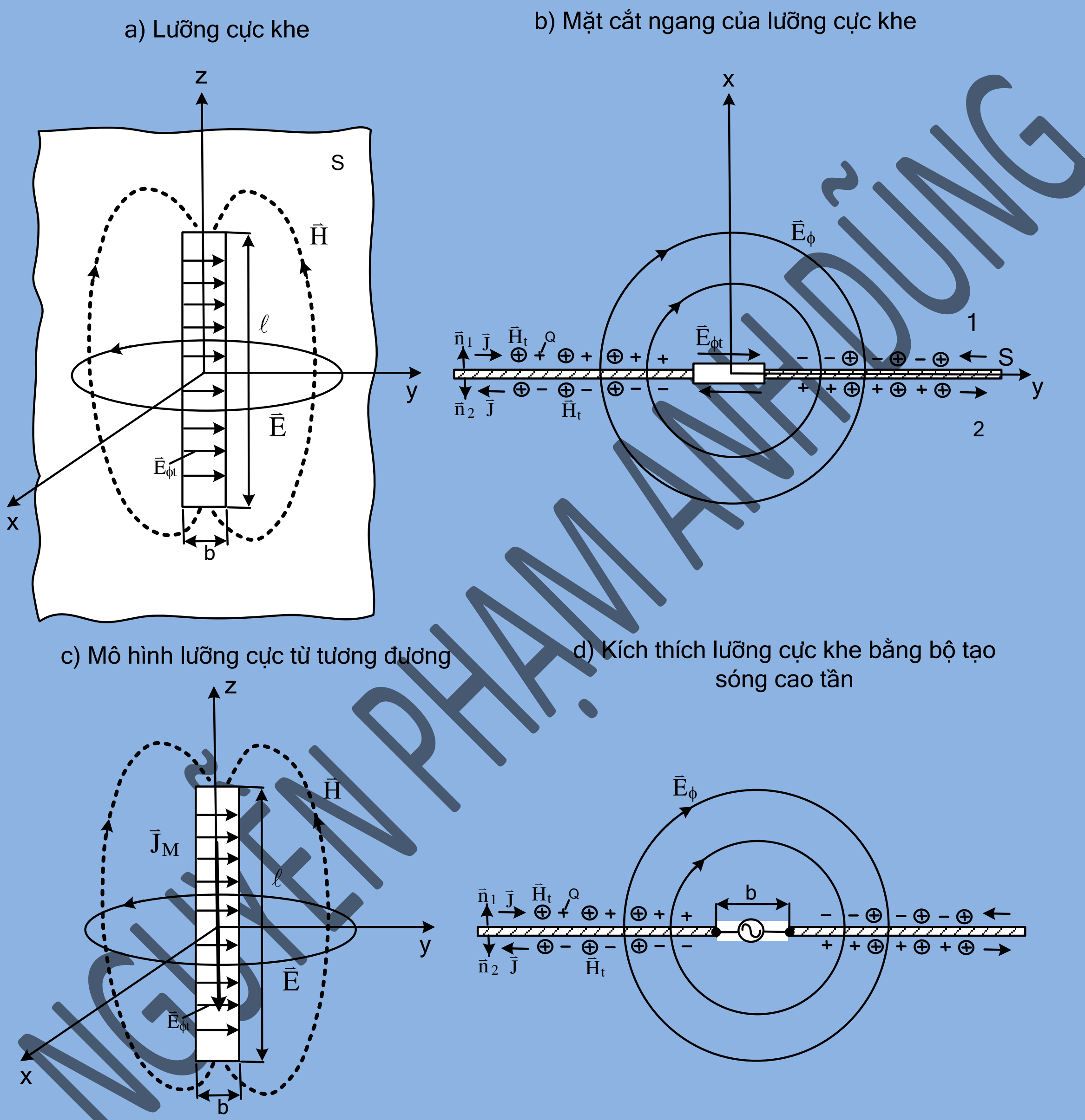
$$\vec{E} = \vec{a}_\phi E_\phi \qquad (2.56)$$

So sánh các phương trình trên với các phương trình nhận được từ mô hình lưỡng cực từ ta thấy lưỡng cự từ với mô ment từ $I_M\ell$ sẽ tương với xuyến nguyên tố bán kính a với dòng I không đổi nếu:

$$I_M\ell = jS\mu\omega I \qquad (2.57)$$

2.4. LƯỠNG CỰC KHE NGUYÊN TỐ

Ta xét một khe hở chữ nhật kích thước ℓxb trên một mặt phẳng kim loại dẫn điện lý tưởng có kích thước lớn vô cùng và được kích thích bởi điện từ trường như trên hình 2.10a. Khe nàyy được gọi là lưỡng cực khe nguyên tố



Hình 2.10. Lưỡng cực khe nguyển tố và lưỡng cực từ nguyên tố tương đương

Khi xét khe nguyên tố như một lưỡng cực từ ta có dòng từ bằng:

$$I_M = -2bE_{\phi\tau} = -2U,\ I_{slot} = I_M/2 = -U \qquad (2.58)$$

Trong đó U=b $E_{\phi\tau}$ là điện áp giữa hai mép khe.

Sử dụng các phương trình phương trình (2.33) và (2.34) ta được trường ở vùng xa như sau:

$$E_\phi = j\frac{U\ell}{\lambda r}\sin\theta . e^{-jkr} \tag{2.57}$$

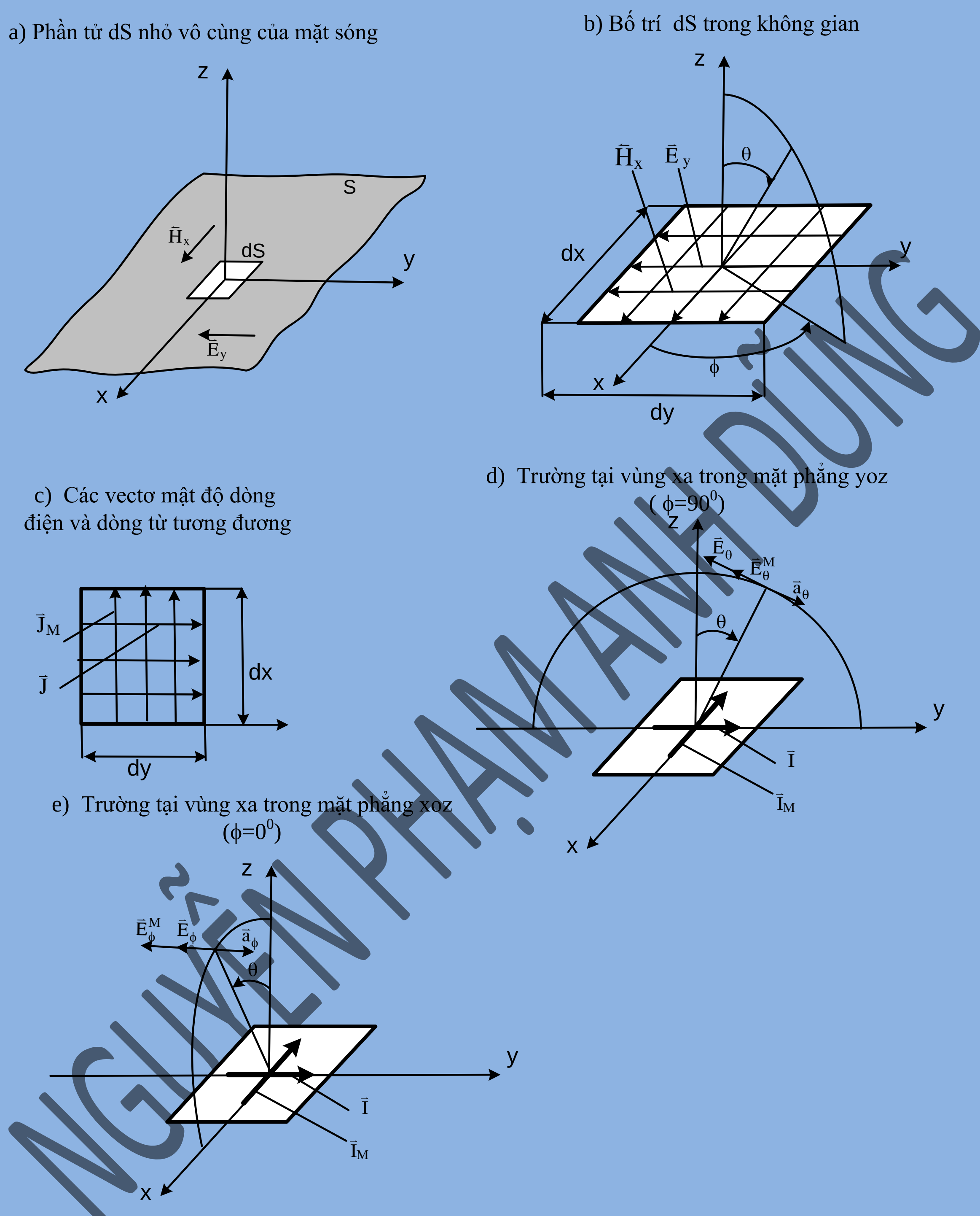
$$H_\theta = j\frac{U\ell}{Z_W \lambda r}\sin\theta e^{-jkr} \tag{2.58}$$

Vì dòng từ có kích thước của điện áp, nên công suất phát xạ ta tính được độ điện dẫn phát xạ như sau:

$$P = \frac{1}{2}\left|I_{slot}\right|^2 G_r = \frac{1}{8}\left|I_M\right|^2 G_r \Rightarrow G_r = \frac{8P}{\left|I_M\right|^2} = \frac{8\pi}{3Z_W}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \tag{2.59}$$

2.5. NGUYÊN TỐ HUYGHEN

Giả sử mặt phẳng S trên hình 2.11a là một bộ phận của mặt sóng chuyển động theo chiều dương của trục z. Ta xét một diện tích vô cùng nhỏ dS=dxdy trên mặt phẳng này. dS được gọi là nguyên tố Huyghen. Hình 2.11b cho thấy bố trí cuả nguyên tố huyghen trong không gian tọa độ.



Hình 2.11. Phân tích nguyên tố Huyghen.

Từ các phương trình (1.154) và (1.155) của nguyên lý tương đương ta có thể thay thế các vectơ điện trường và từ trường trên nguyên tố Huyghen bằng các dòng điện và dòng từ của các lưỡng cực điện và lưỡng cực từ tương ứng như sau (xem hình 2.11b):

$$\vec{J} = \vec{n}\times\vec{H}_x \Rightarrow \vec{I} = \vec{n}\times\vec{H}_x dx \Rightarrow I = H_x dx \qquad (2.60)$$

$$\vec{J}_M = -\vec{n}\times\vec{E}_y \Rightarrow \vec{I}_M = -\vec{n}\times\vec{E}_y dy \Rightarrow I_M = -E_y dy \qquad (2.61)$$

Trong đó $\vec{E}_y$ và $\vec{H}_x$ là các vectơ điện trường và từ trường của mặt sóng, E_y và H_x là biên độ cầu các vectơ trương điện và từ trường trên mặt sóng, $\vec{J}$ và $\vec{J}_M$ là các vectơ mật độ dòng điện và dòng từ tương đương, $\vec{I}$ và $\vec{I}_M$ là các vectơ dòng điện và dòng từ tương đương, I và I_M la biên độ của các vectơ dòng điện và dòng từ tương đương.

Trước hết ta xét trường tại vùng xa của nguyên tố Huyghen trong mặt phẳng yoz, $\phi=90^0$ (hình 2.11d).

Sử dụng các phương trình (2.13) và (2.60) với lưu ý sau: (1) trong mặt phẳng yoz góc giưã trục của lưỡng cực điện và phương truyền sóng là 90^0- θ, (2) phương của $\vec{E}_\theta$ ngược với $\vec{a}_\theta$, ta được điện trường do dòng điện tương đương tạo ra tại vùng xa trong mặt phẳng yoz như sau

$$\begin{aligned} E_\theta &= -jZ_w \frac{I\,\ell}{2\lambda r}\cos\theta e^{-jkr} = -jZ_w \frac{H_x dxdy}{2\lambda r}\cos\theta e^{-jkr} \\ &= -jZ_w \frac{H_x dS}{2\lambda r}\cos\theta e^{-jkr} \end{aligned} \qquad (2.62)$$

Sử dụng các phương trình (2.33) và (2.61) với lưu ý sau: (1) trong mặt phẳng yoz góc giữa trục lưỡng cực từ và phương truyền sóng là 90^0 nên trong (2.33) $\theta=90^0$, (2) $\vec{E}_\phi^M$ trong (2.33) trở thành $\vec{E}_\theta^M$ ngược phương với $\vec{a}_\theta$, ta sẽ được điện trường tạo bởi dòng từ tại vùng xa trong mặt phẳng yoz như sau

$$\begin{aligned} E_\theta^M &= j\frac{I_M \ell}{2\lambda r}.e^{-jkr} = -j\frac{E_y dxdy}{2\lambda r}e^{-jkr} \\ &= -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}e^{-jkr} \end{aligned} \qquad (2.63)$$

Điện trường của nguyên tố Huyghen trong trường hợp này là tổng của hai thành phân trường trong các phương trình (2.62) và (2.63):

$$
\begin{aligned}
E_\theta &= -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}\left(1 + Z_W \frac{H_x}{E_y}\cos\theta\right)e^{-jkr} \\
&= -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}\left(1+\cos\theta\right)e^{-jkr}
\end{aligned}
\qquad (2.64)
$$

trong đó $Z_W = \frac{H_x}{E_y}$.

Tương tự ta tìm điện trường tạo ra bởi nguyên tố Huyghen trong mặt phẳng xoz, $\phi=0^0$ (hình 2.11e).

Sử dụng các phương trình (2.13) và (2.60) với lưu ý sau: (1) trong mặt phẳng xoz góc giữa trục lưỡng cực điện và phương truyền sóng là 90^0 nên trong (2.33) $\theta=90^0$, (2) $\vec{E}_\theta$ trong (2.13) trở thành $\vec{E}_\phi$ ngược phương với $\vec{a}_\phi$, ta sẽ được điện trường tạo bởi dòng từ tại vùng xa trong mặt phẳng xoz như sau

$$
\begin{aligned}
E_\phi &= -jZ_W\frac{I\,\ell}{2\lambda r}e^{-jkr} = -jZ_W\frac{H_x dxdy}{2\lambda r}e^{-jkr} \\
&= -jZ_W\frac{H_x dS}{2\lambda r}e^{-jkr}
\end{aligned}
\qquad (2.65)
$$

Sử dụng các phương trình (2.33) và (2.61) với lưu ý sau: (1) trong mặt phẳng xoz góc giữa trục lưỡng cực từ và phương truyền sóng là $\theta+90^0$, (2) $\vec{E}_\theta^M$ trong (2.33) trở thành $\vec{E}_\phi^M$ ngược phương với $\vec{a}_\phi$, chiều dòng từ ngược với trục x, ta sẽ được điện trường tạo bởi dòng từ tại vùng xa trong mặt phẳng yoz như sau:

$$
\begin{aligned}
E_\phi^M &= j\frac{I_M\ell}{2\lambda r}\cos\theta . e^{-jkr} = -j\frac{E_y dxdy}{2\lambda r}\cos\theta . e^{-jkr} \\
&= -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}\cos\theta . e^{-jkr}
\end{aligned}
\qquad (2.66)
$$

Điện trường của nguyên tố Huyghen trong trường hợp này là tổng của hai thành phân trường trong các phương trình (2.65) và (2.66):

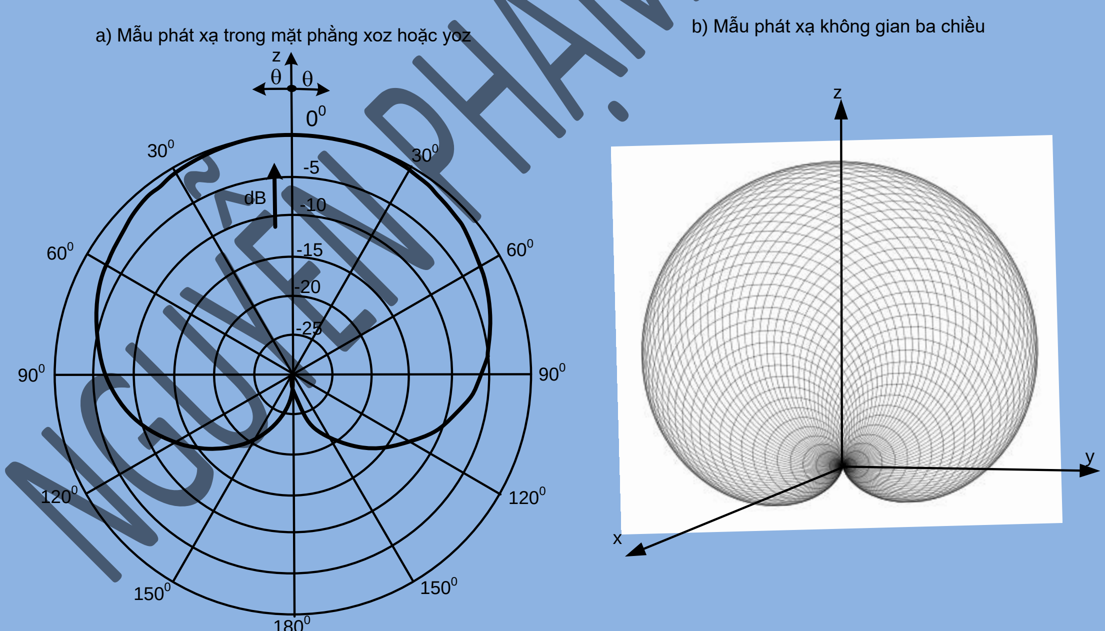
$$\begin{aligned} E_\phi &= -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}\left(\cos\theta + Z_W\frac{H_x}{E_y}\right)e^{-jkr} \\ &= -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}\left(1+\cos\theta\right)e^{-jkr} \end{aligned} \qquad (2.67)$$

Tổng quát ta có thể tìm được điện trường tại một phương bất kỳ có dạng sau:

$$E_\theta = -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}\left(1+\cos\theta\right)\sin\phi e^{-jkr} \qquad (2.68)$$

$$E_\phi = -j\frac{E_y dS}{2\lambda r}\left(1+\cos\theta\right)\cos\phi e^{-jkr} \qquad (2.69)$$

Mẫu phát xạ của nguyên tố Huyghen trong các mặt phẳng xoz và yoz là một hình cardioid (Hình 2.121a). Trong không gian ba chiều, mẫu phát xạ của nguyên tố Huyghen là một hình cardioid tròn xoay (hình 2.12b).



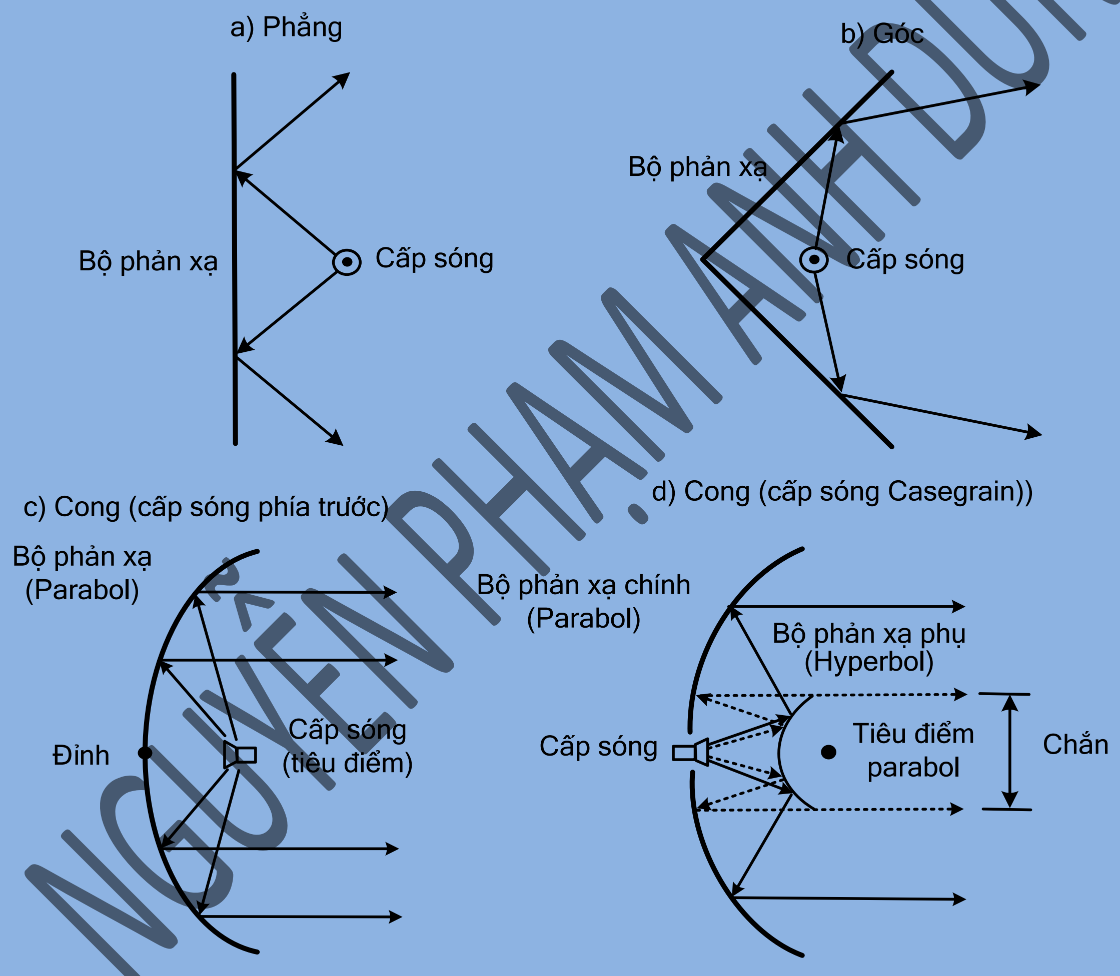
Hình 2.12. Mẫu phát xạ của nguyên tố Huyghen

Chương 3
CÁC BỘ PHẢN XẠ

3.1. TỔNG QUAN CÁC BỘ PHẢN XẠ

Các bộ phản xạ có thể là các vật thể dẫn điện nằm gần anten (mặt đất hoặc các mặt kim loại) hoặc là một bộ phận của các anten phản xạ.

Các anten phản xạ bao gồm hai phần tử: phần tử cấp sóng và bộ phản xạ. Hình 3.1 cho thấy một số thí dụ về các anten phản xạ thường gặp.



Hình 3.1. Một số thí dụ về các anten phản xạ.

Bộ phản xạ mặt phẳng là kiểu phản xạ đơn giản nhất (hình 3.1a). Ảnh hưởng của bộ phản xạ lên phát xạ của anten phản xạ sẽ đươc xét trong phần 3.2 dựa trên lý thuyết ảnh gương. Có thể sử dụng phân cực và vị trí của nguồn phát xạ so với mặt phẳng phản xạ để điều chỉnh các đặc tính phát xạ (mẫu phát xạ, trở kháng).

Bộ phản xạ góc là kết hợp của hai bộ phản xạ mặt phẳng được thể hiện trên hình 3.1 b. Vì có cấu trúc đơn giản nên nó có được nhiều ứng dung.

Bộ phản xạ cong parabol tròn xoay (hình 3.1c) cho phép các tia sóng tới song song hội tu vào một điểm duy nhất được gọi tà tiêu điểm và ngược lại khi các tia được phát đi từ tiêu điểm này sẽ được phản xạ thành các tia song song. Vì thế trong anten phản xạ này cấp sóng được đặt tại tiêu diểm của parabol tròn xoay.

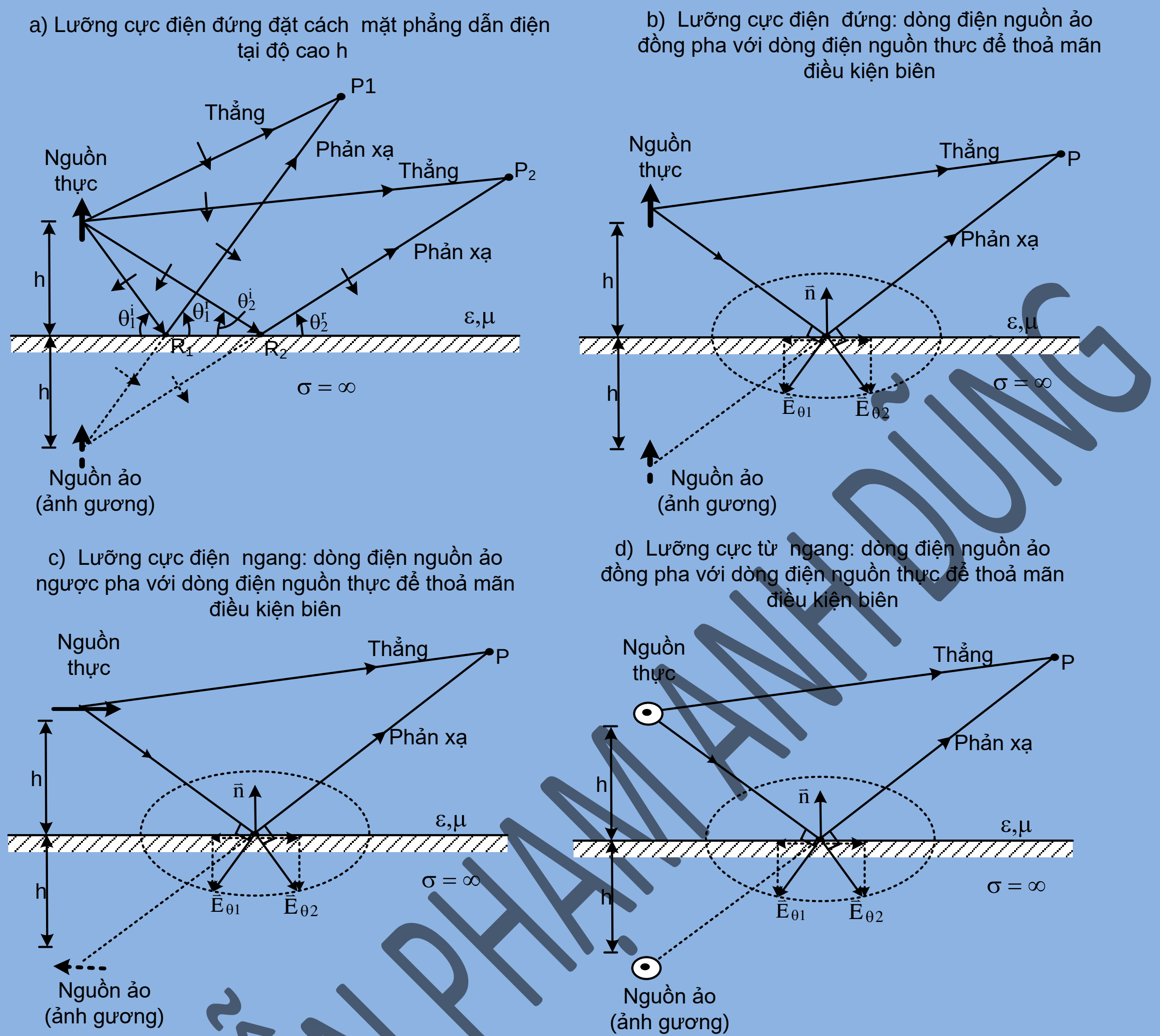
Bộ phản xạ cong parabol kết hợp với bộ phản xạ phụ Hyperbol (hình 3.1d) được sử dụng cho anten Cassegrain cho phép chiếu xạ parabol đồng đều hơn

3.2. LÝ THUYẾT ẢNH GƯƠNG

3.2.1. Tổng quan lý thuyết ảnh gương

Các anten thường được đặt gần mặt đất hay các vật thể dẫn điện. Dưới tác động của điện từ trường phát xạ từ anten, trong mặt đất cũng như trong các vật dẫn điện xuất hiện các dòng điện dẫn (dòng điện thứ cấp) Các dòng điện này tạo ra điện từ trường của mình được gọi là trường thứ cấp. Trường tổng khi này sẽ là tổng trường sơ cấp do anten tạo ra và trường thứ cấp do các dòng điện cảm ứng tạo ra. .Xét chính xác ảnh hưởng của mặt đất và các vật dẫn điện lên anten là một bài toán rất khó. Trong các trường hợp này để đơn giản người ta thường sử dụng phương pháp ảnh gương trong đó mặt đất và các vật dẫn điện dược lý tưởng hoá là có kích thước vô cùng lớn và có độ dẫn điện lý tưởng. Bản chất của phương pháp ảnh gương là: (1) thay thế mặt đất hoặc vật dẫn bằng một mặt phẳng lớn vô cùng và có độ dẫn điện lý tưởng và (2) nguồn phát xạ thứ cấp được thay thế bằng một anten giả tưởng là ảnh gương so với anten phát xạ sơ cấp.

Ta xét một lưỡng cực (được đặt thẳng đứng so với măt dẫn điện) được đặt cách một khoảng bằng h so với một mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng (hìn 3.2). Trên hình 3.2a ta xét thí dụ lưỡng cực đứng với ký hiệu lưỡng cực là nguồn thực (nguồn sơ cấp) còn ảnh gương của nó qua mặt dẫn điện là nguồn ảo. Tại mỗi điểm quan sát P_1 và P_2, sẽ có hai tia đến: tia đi thẳng và tia phản xạ. Phản xạ xẩy ra tại các điểm R_1 và R_2. Phương của sóng tới và sóng phản xạ tuân thủ luật phản xa, theo đó góc tới bằng góc phản xa: $\theta_1^i = \theta_1^r$ và $\theta_2^i = \theta_2^r$. Các mũi tên cho thấy phân cực sóng.



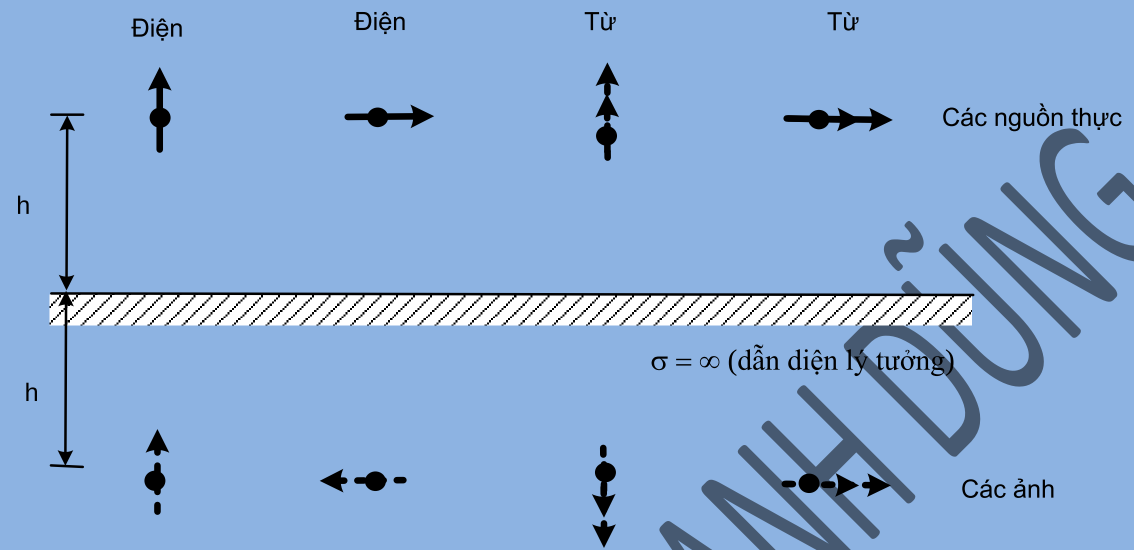
Hình 3.2. Các lưỡng cực được đặt tại độ cao h so với mặt dẫn điện lý tưởng và quan hệ pha giữa chúng với lưỡng cực ảnh gương.

Trường của do nguồn thực tạo ra phải thỏa mãn điều kiện biên tại điểm phản xạ trên mặt dẫn lý tưởng, theo đó từ phương trình (1.47)thành phần điện trường tiếp tuyền trên mặt dẫn lý tưởng phải bằng không:

$$E_{\tau} = E_{\theta 1\tau} + E_{\theta 2\tau} = 0 \qquad (3.1)$$

Vì thế quan hệ pha dòng giữa nguồn thực và nguồn ảo phải đảm bảo điều kiện biên nói trên. Hình 3.2 cũng cho thấy một số thí dụ về qua hệ pha giữa nguồn thực và nguồn ảo (ảnh gương), khi lưỡng cực là lưỡng cực điện đứng (3.2b), lưỡng cực điện ngang (3.2c) và lưỡng cực từ ngang (3.2d).

Hình 3.3 tổng kết quan hệ pha giữa các dòng điện và dòng từ của lưỡng cực thực và lưỡng cực ảnh.

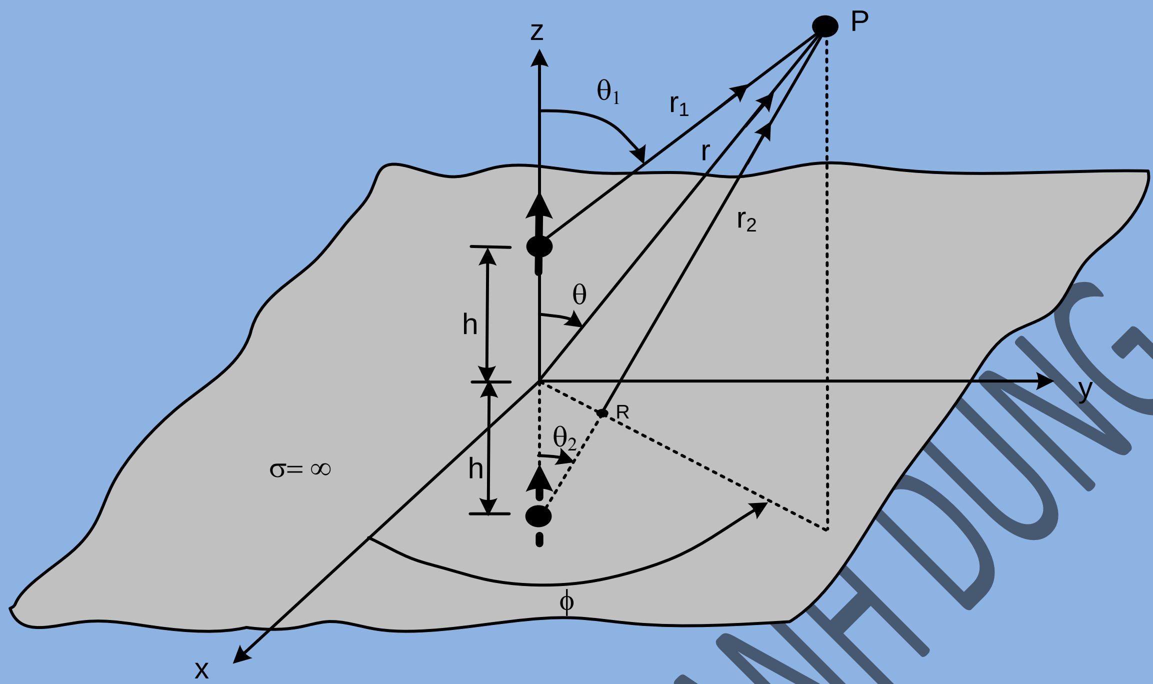


Hình 3.3. Quan hệ pha giữa các dòng điện và dòng từ trong các lưỡng cực thực và lưỡng cực ảnh.

Dưới đây ta sẽ phân tích trường tại vùng xa của lưỡng cực điện nguyên tố được đặt cách mặt phẳng dẫn điện lý tưởng một khoảng bằng h.

3.2.2. Lương cực điện nguyên tố vuông góc mặt phản xạ (lưỡng cực đứng)

Hình 3.4 cho thấy bố trí của lưỡng cực điện được đặt vông góc mặt phản xạ (lưỡng cực đứng) và ảnh của nó trong hệ tọa độ. Như đã phân tích ở trên, trong trường hợp này dòng điện trong lượng cực thực cùng pha với dòng điện trong lưỡng cực ảnh.



Hình 3.4. Bố trí lưỡng cực điện nguyên tố đứng và ảnh của nó trong không gian tọa độ

Điện trường tại điểm quan sát P trongvùng xa là xếp chồng của trường nguồn thực (E_θ) và ảnh được xác định theo phương trình (2.12) như sau:

$$E_\theta^d = jZ_w \frac{I\ \ell}{2\lambda r_1} \sin\theta_1 e^{-jkr_1} \qquad (3.2)$$

$$E_\theta^i = jZ_w \frac{I\ell}{2\lambda r_2} \sin\theta_2 e^{-jkr_2} \qquad (3.3)$$

Trong đó quan hệ giữa r_1, r_2 va r được xác định theo định lý cosin như sau:

$$r_1 = \sqrt{r^2 + h^2 - 2rh\cos\theta} \qquad (3.4)$$

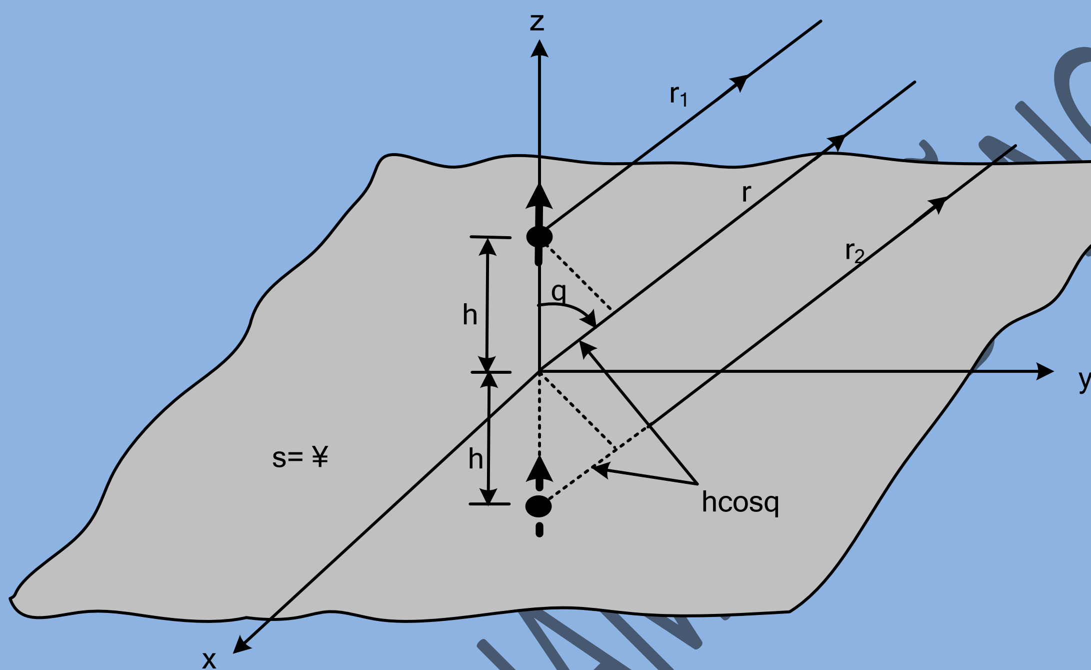
$$r_2 = \sqrt{r^2 + h^2 + 2rh\cos\theta} \qquad (3.5)$$

Đối với điểm quát sát trong vùng xa (r>>h), sử dụng triển khai căn bậc hai: $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + ...$, ta có thể đơn giản hóa các phương trình (3.4) và (3.5) như sau:

$$r_1 \simeq r - h\cos\theta \qquad (3.6)$$

$$r_2 \simeq r + h\cos\theta \qquad (3.7)$$

Như vậy tại vùng xa ta có thể coi r_1, r_2 và r song song với nhau như trên hình 3.5.



Hình 3.5. Tại vùng xa có thể coi r_1, r_2 và r song song với nhau.

Vì các thay đổi của biên độ không quan trọng nên ta có thể coi:

$$r_1 \approx r_2 \approx r \qquad (3.8)$$

Như vậy trường tổng sẽ như sau:

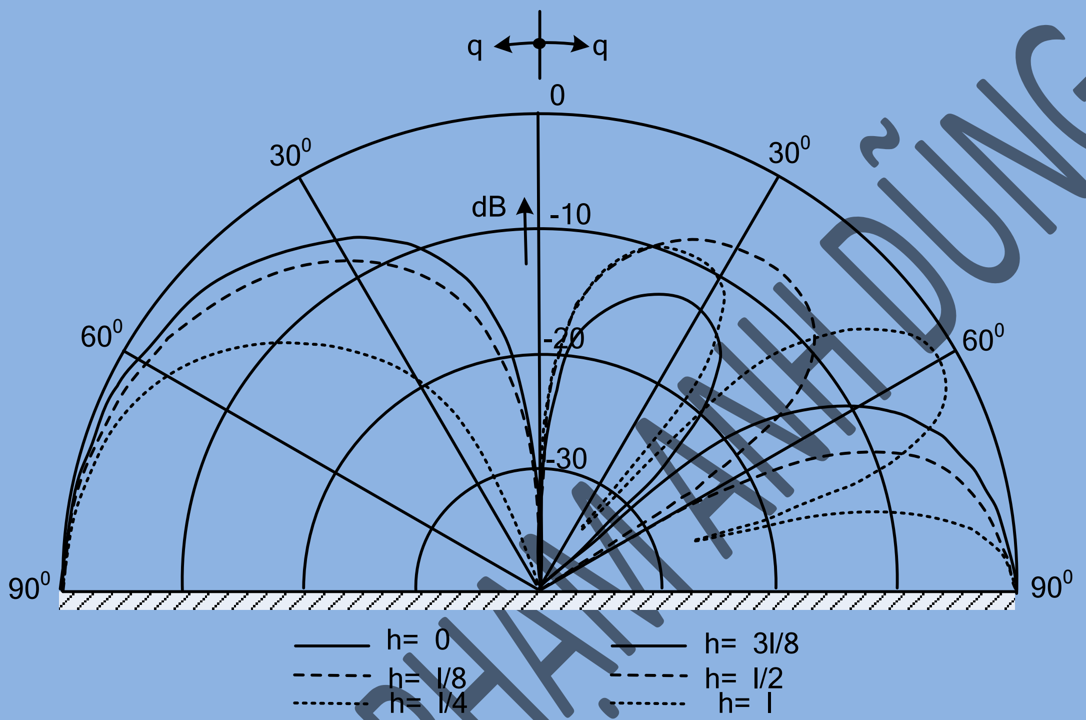
$$E_\theta = E_\theta^d + E_\theta^i = jZ_W \frac{I\,\ell}{2\lambda r_1}\sin\theta\left[e^{-jk(r\text{-}h\cos\theta)} + e^{-jk(r+h\cos\theta)}\right] \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} E_\theta &= jZ_W \frac{I\,\ell}{2\lambda r_1}\sin\theta\left[2\cos(kh\cos\theta)\right]e^{-jkr}, \quad z \ge 0 \\ E_\theta &= 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad, \quad z < 0 \end{aligned} \qquad (3.10)$$

Mẫu công suất chuẩn hóa sẽ là:

$$g(\theta) = \left[\sin\theta.\cos\left(kh\cos\theta\right)\right]^2 \qquad (3.11)$$

Biểu đồ mẫu công suất chuẩn hóa trong mặt đứng được được vẽ cho các trường hợp h=0, λ/8, λ/4, 3λ/8, λ và λ cho trên hình 3.6.



Hình 3.6. Biểu đồ mẫu công suất chuẩn hóa trong mặt đứng của lưỡng cực điện nguyên tố đặt cách mặt dẫn điện lý tưởng tại khoảng cách h

Do tính đối xứng nên trên hình 3.6 chỉ một nửa mẫu được vẽ. Từ nghiên cứu các mẫu công suất ta thấy khi h>λ/4 xuất hiện thêm các búp phụ. Ngoài ra khi h>λ số các búp phụ càng lớn hơn.

Sử dụng phương trình (1.64), ta tính được tổng công suất phạt xạ trên bán cầu bán kính r như sau:

$$\begin{aligned} P &= \oiint_S \vec{\Pi}.d\vec{S} = \frac{1}{2Z_W}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \left|E_\theta\right|^2 r^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ &= \frac{\pi}{Z_W}\int_0^{2\pi} \left|E_\theta\right|^2 r^2 \sin\theta d\theta \end{aligned} \qquad (3.12)$$

Đặt (3.10) vào (3.12), sau khi biến đổi ta được:

$$P = \pi Z_W . \left| \frac{I\ell}{\lambda} \right|^2 \left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3} \right] \quad (3.13)$$

Sử dụng (1.66) và (3.10) ta tính được cường độ phá xạ như sau:

$$U = r^2 \prod = r^2 \left(\frac{1}{2Z_2} \left| E_\theta \right|^2 \right) = \frac{Z_W}{2} \left| \frac{I\ell}{\lambda} \right|^2 \sin^2\theta \cos^2(kh\cos\theta) \quad (3.14)$$

Sử dụng (1.71) và (3.14) ta tìm được tính hướng cực đại:

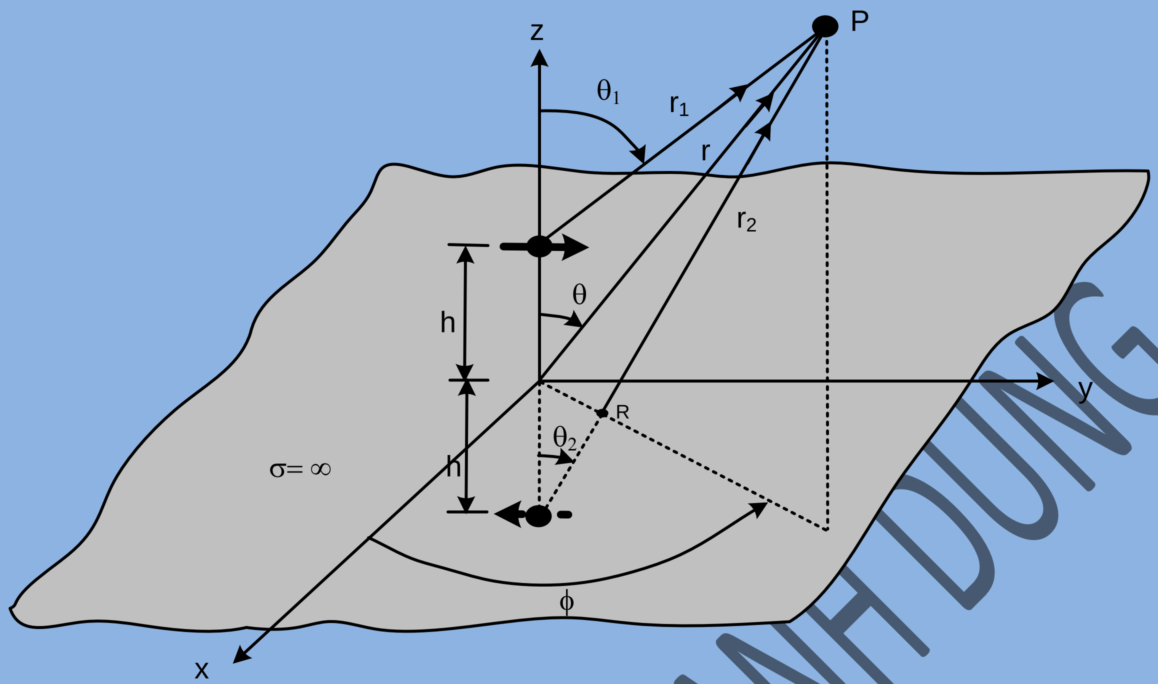
$$D_{max} = \frac{4\pi U_{max}}{P} = \frac{4\pi U_{\theta=\pi/2}}{P} = \frac{2}{\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}} \quad (3.15)$$

Sử dụng (2.22) ta tính được điện trở phát xạ:

$$R_r = \frac{2P}{|I|^2} = 2\pi Z_W \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3} \right] \quad (3.16)$$

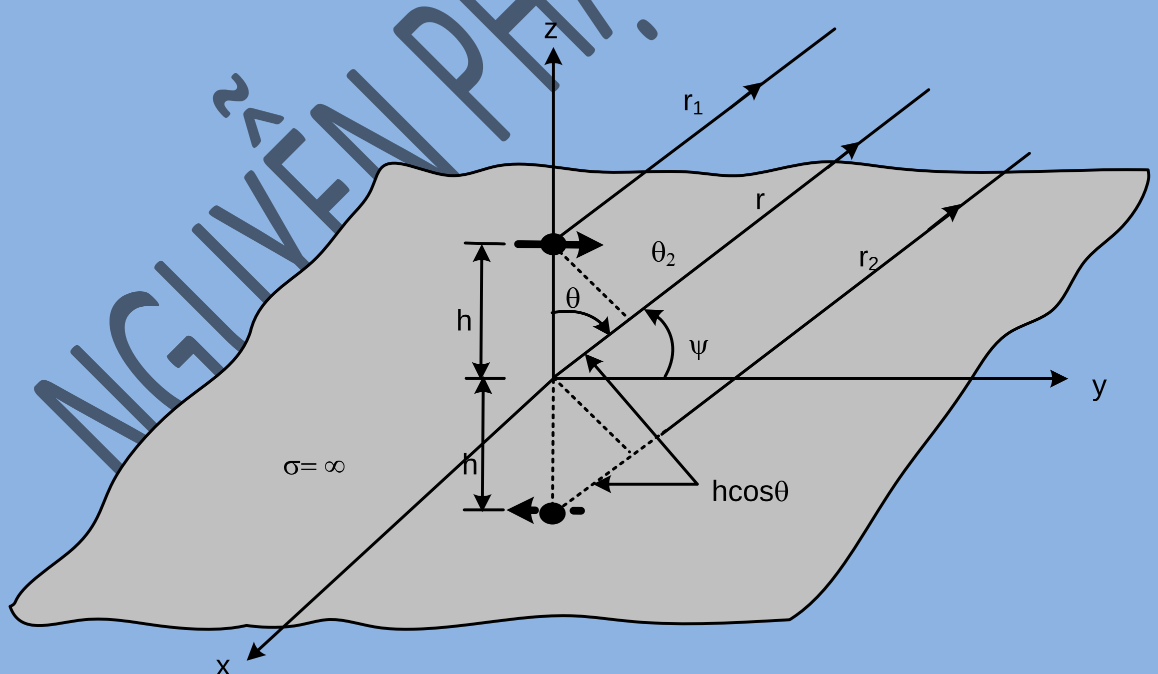
3.2.3. Lương cực điện nguyên tố song song mặt phản xạ (lưỡng cực điện ngang)

Hình 3.7 cho thấy lưỡng cực điện nguyên tố song song với mặt phản xạ (lưỡng cực điện ngang) và ảnh của nó. Như đã phân tích ở trên, trong trường hợp này dòng điện trong lượng cực thực ngược pha với dòng điện trong lưỡng cực ảnh.



Hình 3.7. Bố trí lưỡng cực điện nguyên tố ngang và ảnh của nó trong không gian tọa độ

Tương tự như phân tích trước đây, tại vùng xa ta có thể coi r_1, r_2 và r song song với nhau như trên hình 3.8.



Hình 3.8. Tại vùng xa có thể coi r_1, r_2 và r song song với nhau.

Ta có thể viết thành phần điện trường sóng đi thẳng tại vùng xa như sau:

$$E_{\psi}^{d} = jZ_W \frac{I\ \ell}{2\lambda r_1} \sin\psi e^{-jkr_1} = jZ_W \frac{I\ \ell}{2\lambda r_1} \sin\psi e^{-jk(r\text{-}h\cos\theta)} \qquad (3.17)$$

Thành phần điện trường sóng phản xạ (ảnh) có thể được viết như sau:

$$E_{\psi}^{d} = jR_h Z_W \frac{I\ \ell}{2\lambda r_1} \sin\psi e^{-jkr_2} \qquad (3.18)$$

Hay

$$E_{\psi}^{r} = -jZ_W \frac{I\ \ell}{2\lambda r_1} \sin\psi e^{-jkr_2} = -jZ_W \frac{I\ \ell}{2\lambda r_1} \sin\psi e^{-jk(r+h\cos\theta)} \qquad (3.19)$$

Vì hệ số phản xạ R_h= -1.

Từ hình 3.8 và phương trình (1.4) ta có:

$$\cos\psi = \bar{a}_r.\bar{a}_y = \sin\theta\sin\phi \qquad (3.20)$$

Vì thế:

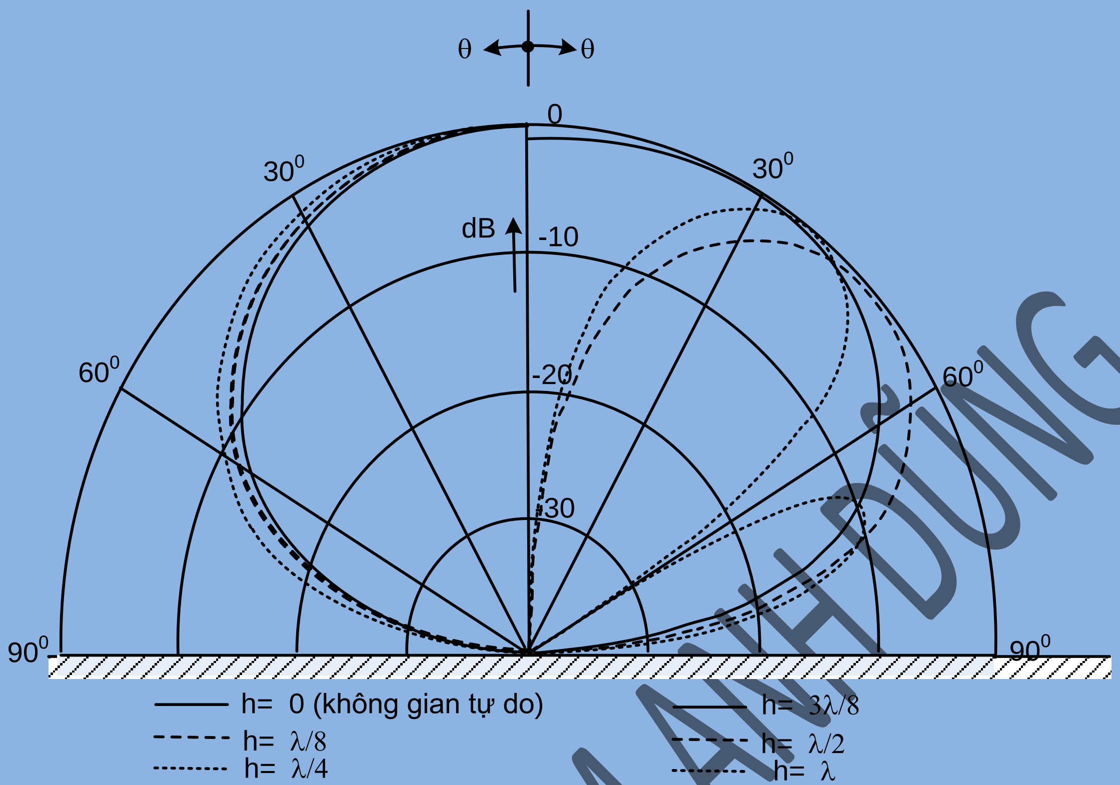
$$\sin\psi = \sqrt{1-\cos^2\psi} = \sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\phi} \qquad (3.21)$$

Trường tổng có dạng sau:

$$E_{\psi} = E_{\psi}^{d} + E_{\psi}^{r} = jZ_W \frac{I\ell}{2\lambda r_1} \sin\psi\left(e^{-jk(r\text{-}h\cos\theta)} - e^{-jk(r+h\cos\theta)}\right)$$

$$= jZ_W \frac{kI\ell}{4\pi r} \sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\phi}\left[2j\sin\left(kh\cos\theta\right)\right]e^{-jkr} \qquad (3.22)$$

Hình 3.9. cho thấy mẫu phát xạ theo công suất tương đối (chuẩn hóa 0dB) trong mặt đứng ($\phi=90^0$, yoz) cho các độ cao khác nhau: h=0, $\lambda/8$, $\lambda/4$, $3\lambda/8$, $\lambda/2$ và λ.



Hình 3.9. Mẫu phát xạ theo công suất tương đối (chuẩn hóa 0dB) trong mặt đứng (ϕ=90^0, yoz) cho các độ cao khác nhau: h=0, λ/8, λ/4, 3λ/8, λ/2 và λ.

3.2.4. Ảnh hưởng của mặt đất

Đối với các anten đặt gần mặt đất ta cần xét đến hệ số phản xạ thứ mặt đất.

3.2.4.1. Ảnh hưởng mặt đất lên lưỡng cực đứng

Trong trường hợp này phương trình (3.9) có dạng sau:

$$E_\theta = E_\theta^d + E_\theta^i = jZ_W \frac{I\ell}{2\lambda r_1}\sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\phi} \times\left[e^{-jk(r\text{-}h\cos\theta)} + R_v e^{-jk(r+h\cos\theta)}\right],\ z \ge 0 \qquad (3.23)$$

Trong trường hợp này vectơ điện trường song song với mặt phẳng sóng tới và nó ảnh hưởng lên mặt đất như trên hình 3.10, vì thế

$$R_v = \frac{Z_W\cos\theta_i - Z_{W1}\cos\theta_t}{Z_W\cos\theta_i + Z_{W1}\cos\theta_t} = -R_{\|} \qquad (3.24)$$

$Z_W = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ là trở kháng nội tại trong môi trường không tổn hao,

$Z_{W1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_c}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_1}{\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1}}$ là trở kháng nội tại đất,

θ_i là góc tới (so với trực giao),

θ_t là góc khúc xạ (so với trược giao)

$\varepsilon_c = \varepsilon_1 - j\frac{\sigma}{\omega}$

Góc θ_I và θ_t liên hệ với nhau theo định luật khúc xạ của Snell (hình 3.10):

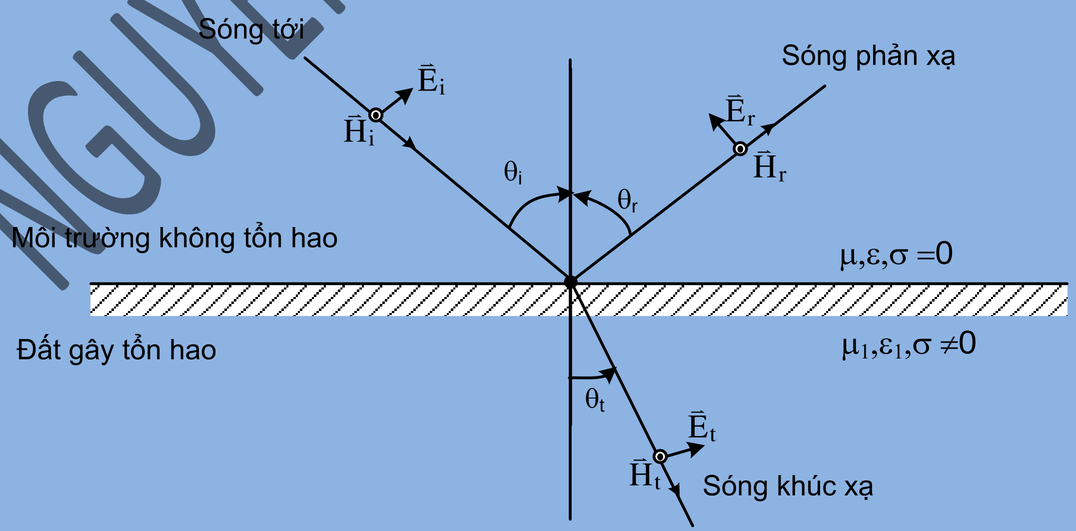
$$\gamma\cos\theta_i = \gamma_1\cos\theta_t \text{ hay } k\cos\theta_i = (k_1 - j\alpha)\cos\theta_t \qquad (3.25)$$

trong đó:

$\gamma = jk = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ và k là hằng số truyền lan và số sóng trong môi trường trên mặt đất.

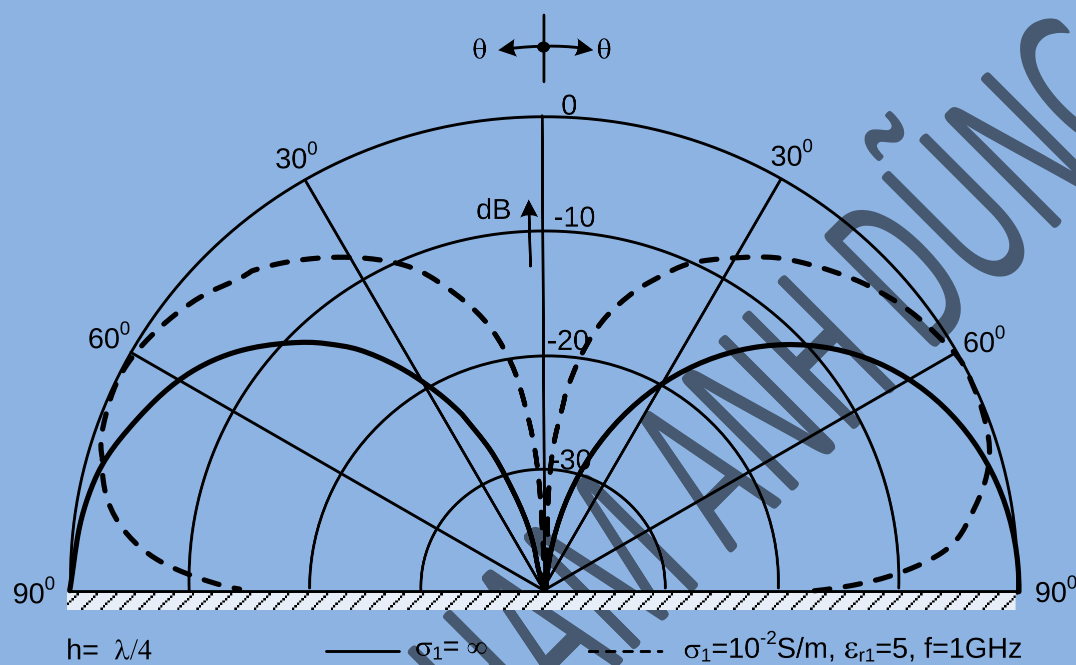
$\gamma_1 = jk_c = j\omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_c} = (\alpha + jk_1)$ là hằng số truyền lan trong đất

$k_c = j\omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_c} = k_1 - j\alpha$ là số sóng phức và k_1, α là là hằng số pha và hằng số suy hao trong đất.



Hình 3.10. Sóng tới, sóng khúc xạ và định luật Snell

Mẫu phát xạ chuẩn hóa 0 dB trong mặt đứng cho lưỡng cực điện nguyên tố đứng với h=λ/4 đối với trường hợp $\sigma_1=\infty$ (đường liền nét) và $\varepsilon=\varepsilon_0$, $\varepsilon_{r1}=5$, f=1GHz, $\sigma_1=10^{-2}$S/m (đường đứt nét) được cho trên hình 3.11.



Hình 3.11. Mẫu phát xạ công suất chuẩn hóa 0dB trong mặt đứng cho lưỡng cực điện nguyên tố đứng với h=λ/4 đối với trường hợp $\sigma_1=\infty$ (đường liền nét) và $\varepsilon=\varepsilon_0$, $\varepsilon_{r1}=5$, f=1GHz, $\sigma_1=10^{-2}$S/m (đường đứt nét).

3.2.4.2. Ảnh hưởng của mặt đất lên lưỡng cực ngang

Trong trường hợp này phương trình (3.22) có dạng:

$$E_\psi = E_\psi^d + E_\psi^r = jZ_W \frac{I\ell}{2\lambda r_1}\sin\psi\left(e^{-jk(r-h\cos\theta)} + R_h e^{-jk(r+h\cos\theta)}\right) \qquad (3.26)$$

Trong đó

$$R_h = \begin{cases} R_\perp, \text{ khi } \phi = 0^0, 180^0 \text{ (mặt phẳng xoz)} \\ R_{||}, \text{ khi } \phi = 90^0, 270^0 \text{ (mặt phẳng yoz)} \end{cases} \qquad (3.27)$$

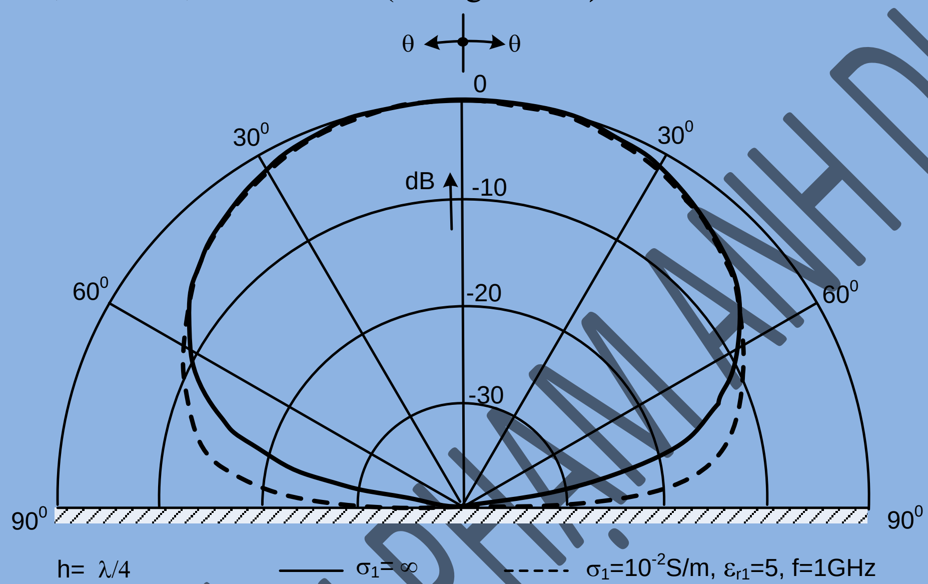
trong đó $R_{\|}$ được xác định theo phương trình (3.24).

$R_{\perp}$ được xác định như sau:

$$R_{\perp} = \frac{Z_{W1}\cos\theta_i - Z_W\cos\theta_t}{Z_{W1}\cos\theta_i + Z_W\cos\theta_t} \qquad (3.28)$$

Các góc θ_i , θ_t tuân theo định luật khúc xạ trong phương trình (3.25).

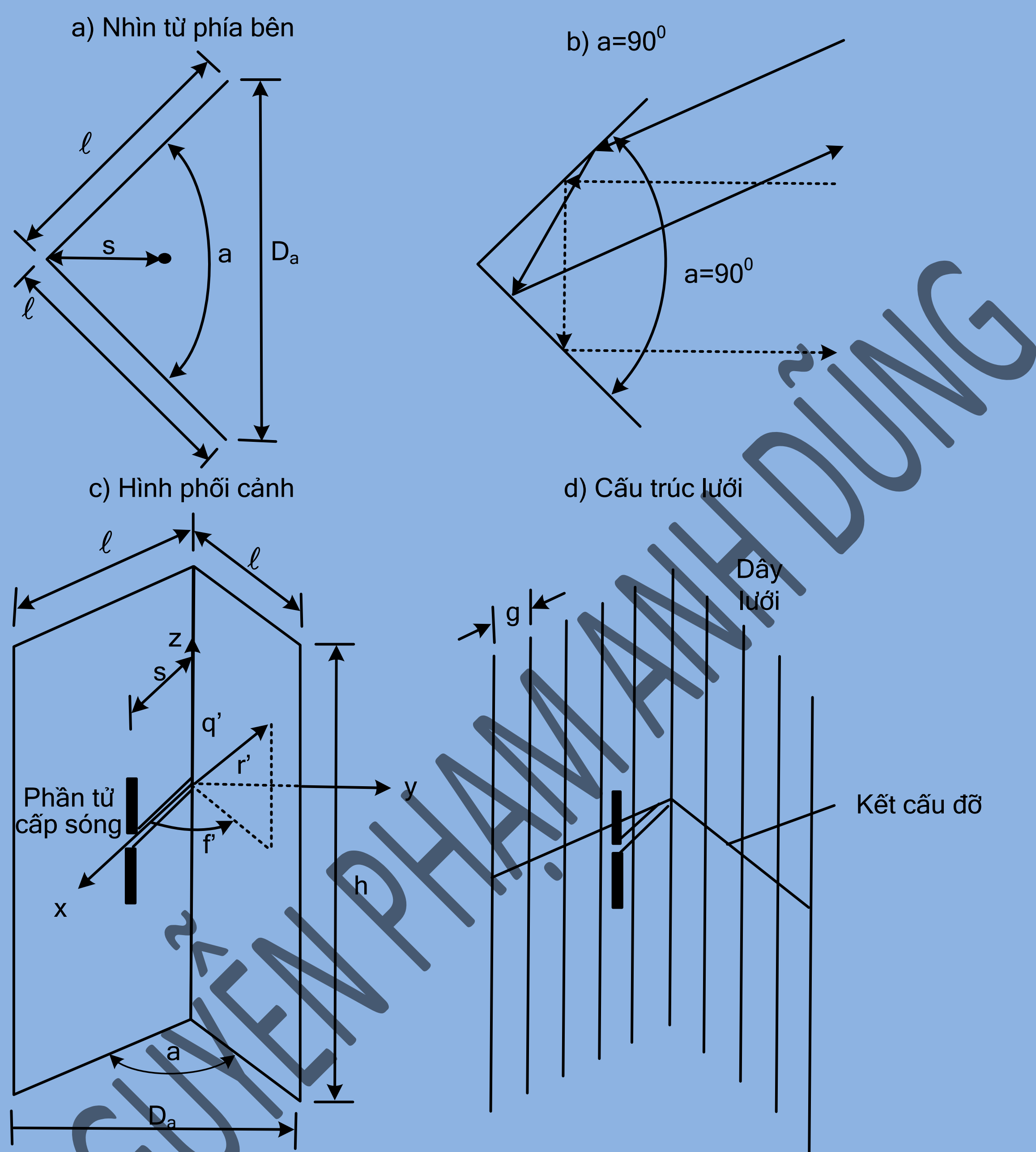
Hình 3.12 cho thấy mẫu phát xạ trong mặt phẳng đứng yoz ($\phi=90^0$) đứng cho lưỡng cực điện nguyên tố ngang với $h=\lambda/4$ đối với trường hợp $\sigma_1=\infty$ (đường liền nét) và $\varepsilon=\varepsilon_0$, , $\varepsilon_{r1}= 5$, f=1GHz, $\sigma_1=10^{-2}$S/m (đường đứt nét).



Hình 3.12. Mẫu phát xạ công suất chuẩn hóa 0dB trong mặt phẳng đứng yoz ($\phi=90^0$) cho lưỡng cực điện nguyên tố ngang với $h=\lambda/4$ đối với trường hợp $\sigma_1=\infty$ và $\varepsilon=\varepsilon_0$, , $\varepsilon_{r1}= 5$, f=1GHz, $\sigma_1=10^{-2}$S/m.

3.3. BỘ PHẢN XẠ GÓC

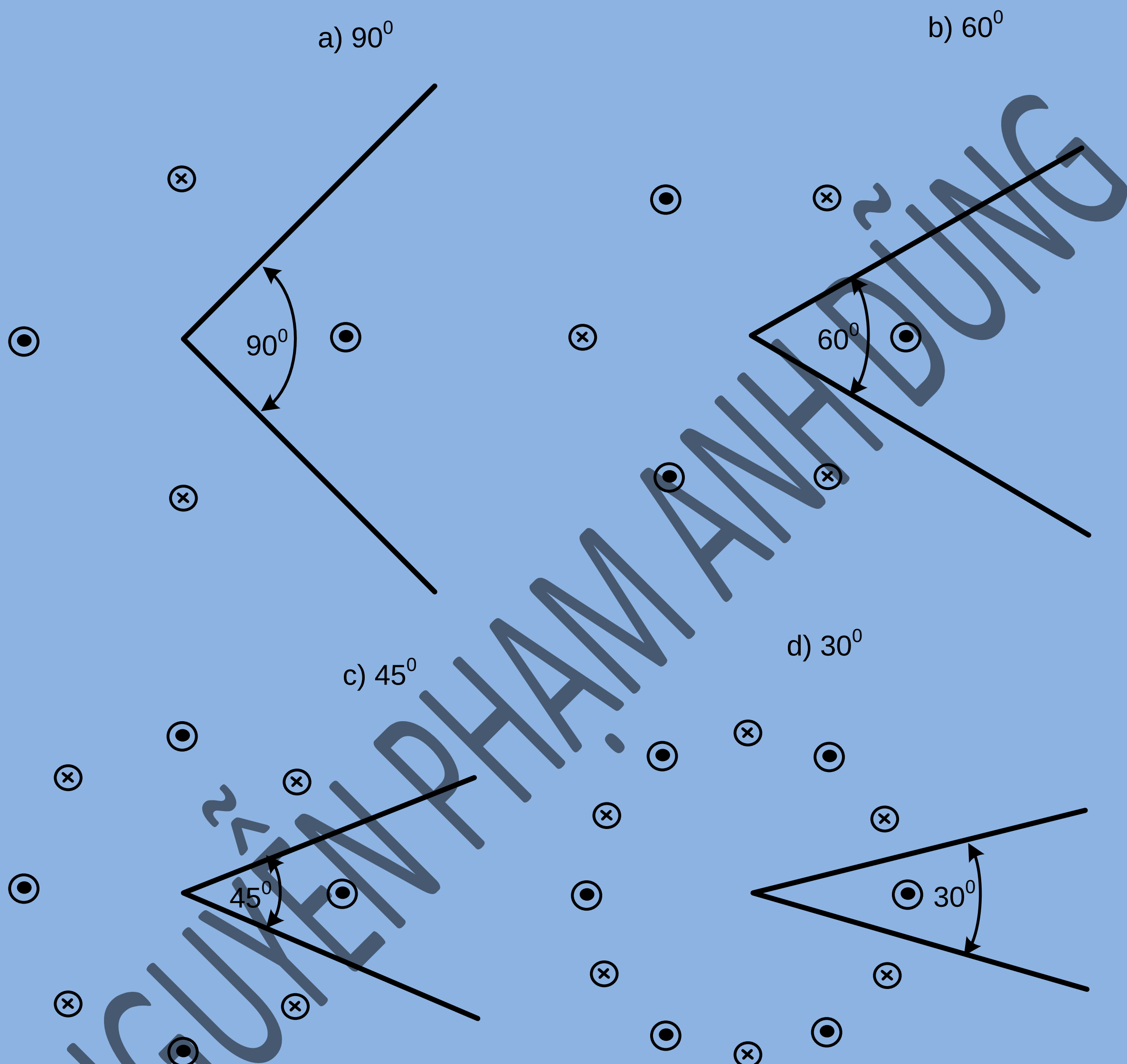
Bộ phản xạ góc gồm hai bộ phản xạ phẳng được ghép với nhau như trên hình 3.13.



Hình 3.13. Hình nhìn từ bên và phối cảnh của các bộ phản xạ góc đặc và dạng lưới.

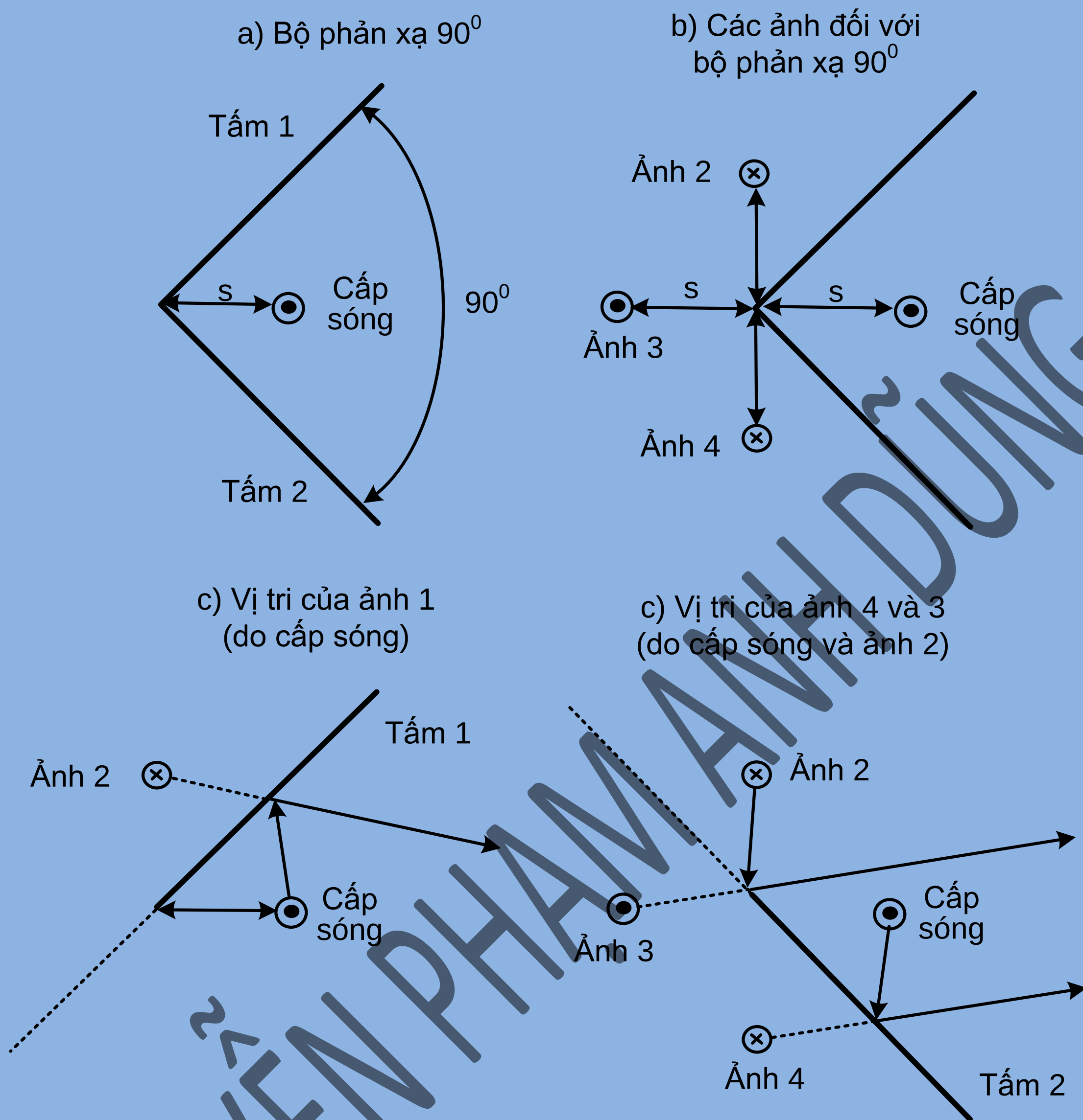
Phần tử cấp sóng cho bộ phản xạ góc luôn luôn là lưỡng cực hoặc các lưỡng cực đồng trục..Bộ phản xạ này có kích thước góc mở là D_a (thông thường $\lambda \leq D_a \leq 2\lambda$) chiều dài tấm phản xạ phẳng là ℓ, chiều cao tấm phản xạ là h, góc mở là α và khoảng cách giữa điểm đặt phần tử cấp sóng và điểm phản xạ là s (hình 3.13a, b, c). Đối với các mục tiêu phản xạ thụ động, tia phản xạ sẽ cũng phương với tia tới khi $\alpha=90^0$ (hình 3.13b). Bộ phản xạ có thể đặc (hình 3.13c) hoặc lưới với khoảng cách giữa các dây dẫn là g (hình 3.13d) với khoảng cách giữa các dây dẫn là g (thường thì g≤λ/10).

Hình 3.14 cho thấy áp dụng lý thuyết ảnh gương cho các bộ phản xạ góc có các góc mở $\alpha=90^0$, 60^0, 45^0, 30^0.



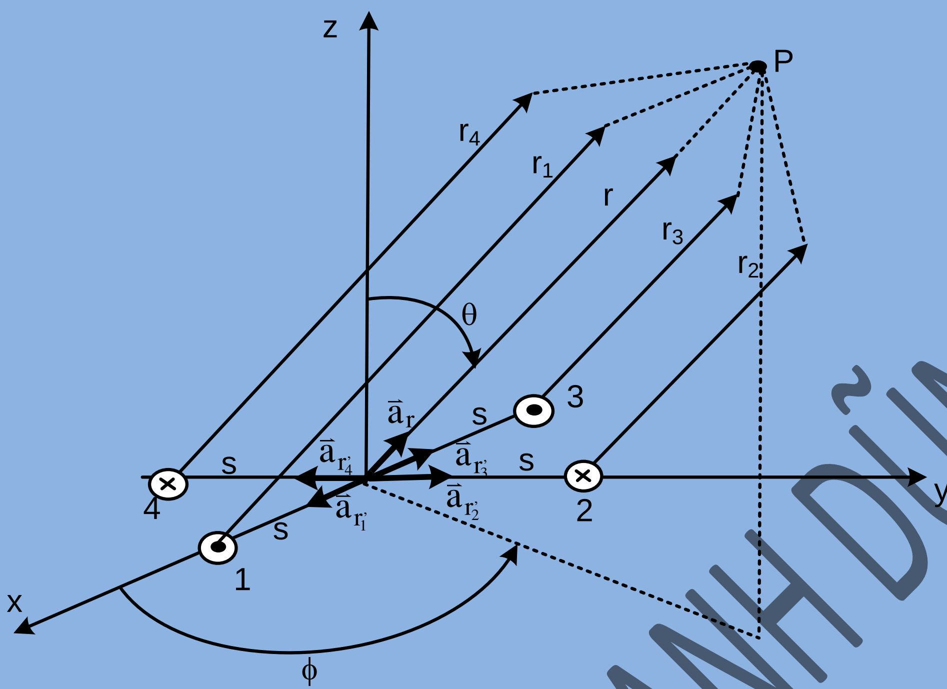
Hình 3.14. Ảnh của các bộ phản xạ góc có góc mở $\alpha=90^0$, 60^0, 45^0, 30^0.

Quy trình tìm số lượng, vị trí, và phân cực của các ảnh cho bộ phản xạ 90^0 được trình bày trên hình 3.15. Quy trình tìm vị trí và các ảnh cho các bộ phản xạ góc khác cũng tương tự,



Hình 3.15. Vị trí và phân cực của các ảnh đối với bộ phản xạ 90^0 được cấp sóng phân cực ngang.

Từ các ảnh của bộ phản xạ góc 90^0, ta có thể trình bày các nguồn phát xạ thực và ảnh trong không gian tọa độ như ở hình 3.16.



Hình 3.16. Trình bày các nguồn phát xạ thực và ảnh của anten phản xạ góc 90^0 trong không gian tọa độ

Trường của anten phản xạ bằng tổng các trường của nguồn thực và các nguồn ảnh như sau:

$$\vec{E}(r,\theta,\phi)=\vec{E}_1(r_1,\theta,\phi)+\vec{E}_2(r_2,\theta,\phi)+\vec{E}_3(r_3,\theta,\phi)+\vec{E}_4(r_4,\theta,\phi) \qquad (3.29)$$

Từ phương trình (1.179): $E = Ce^{j\beta}f(\theta,\phi)e^{j\Psi(\theta,\phi)}\dfrac{e^{-jkr}}{r}e^{jr'_n\vec{a}_{r'_i}\vec{a}_r}$, ta được trường chuẩn hóa tại vùng xa như sau:

$$E(r,\theta,\phi)=f(\theta,\phi)\left(e^{jkr'_n\vec{a}_{r'_1}\vec{a}_r}-e^{jkr'_n\vec{a}_{r'_2}\vec{a}_r}+e^{jkr'_n\vec{a}_{r'_3}\vec{a}_r}-e^{jkr'_n\vec{a}_{r'_4}\vec{a}_r}\right)\frac{e^{-jkr}}{r} \qquad (3.40)$$

Trong đó $f(\theta,\phi)$ là tính hướng của nguồn phát xạ thực, r là khoảng cách từ gốc tọa độ (đỉnh bộ phản xạ) đến điểm quan sát, $r'_1, r'_2, r'_3, r'_4 = s$ là khoảng cách từ gốc tọa độ đến các nguồn thực và ảnh,

$$\vec{a}_{r'_1}\vec{a}_r = \vec{a}_x\vec{a}_r = \sin\theta\cos\phi \qquad (3.41a)$$

$$\vec{a}_{r'_2}\vec{a}_r = \vec{a}_y\vec{a}_r = \sin\theta\sin\phi \qquad (3.41b)$$

$$\vec{a}_{r_3}\vec{a}_r = -\vec{a}_x\vec{a}_r = -\sin\theta\cos\phi \qquad (3.41c)$$

$$\vec{a}_{r_2}\vec{a}_r = -\vec{a}_y\vec{a}_r = -\sin\theta\sin\phi \qquad (3.41d)$$

Thay các phương trình (3.41a,b,c,d) và phương trình (3.40) ta được:

$$E(r,\theta,\phi) = f(\theta,\phi)\left(e^{jks\sin\theta\cos\phi} - e^{jks\sin\theta\sin\phi} + e^{-jks\sin\theta\cos\phi} - e^{-jks\sin\theta\sin\phi}\right)\frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$E(r,\theta,\phi) = f(\theta,\phi)2\left[\cos(ks\sin\theta\cos\phi) - \cos(ks\sin\theta\sin\phi)\right]\frac{e^{-jkr}}{r} \qquad (3.42)$$

Trong đó: $\alpha=\pi/2=90^0$

$$0 \le \theta \le \pi, \quad \begin{matrix} 0 \le \phi \le \alpha/2 = \pi/4 \\ 2\pi - \alpha/2 = 7\pi/4 \le \phi \le 2\pi \end{matrix} \qquad (3.43)$$

Coi rằng trường phát xạ của một phần tử cách ly (phát xạ trong không gian tự do) là:

$$E_0 = f(\theta,\phi).\frac{e^{-jkr}}{r} \qquad (3.44)$$

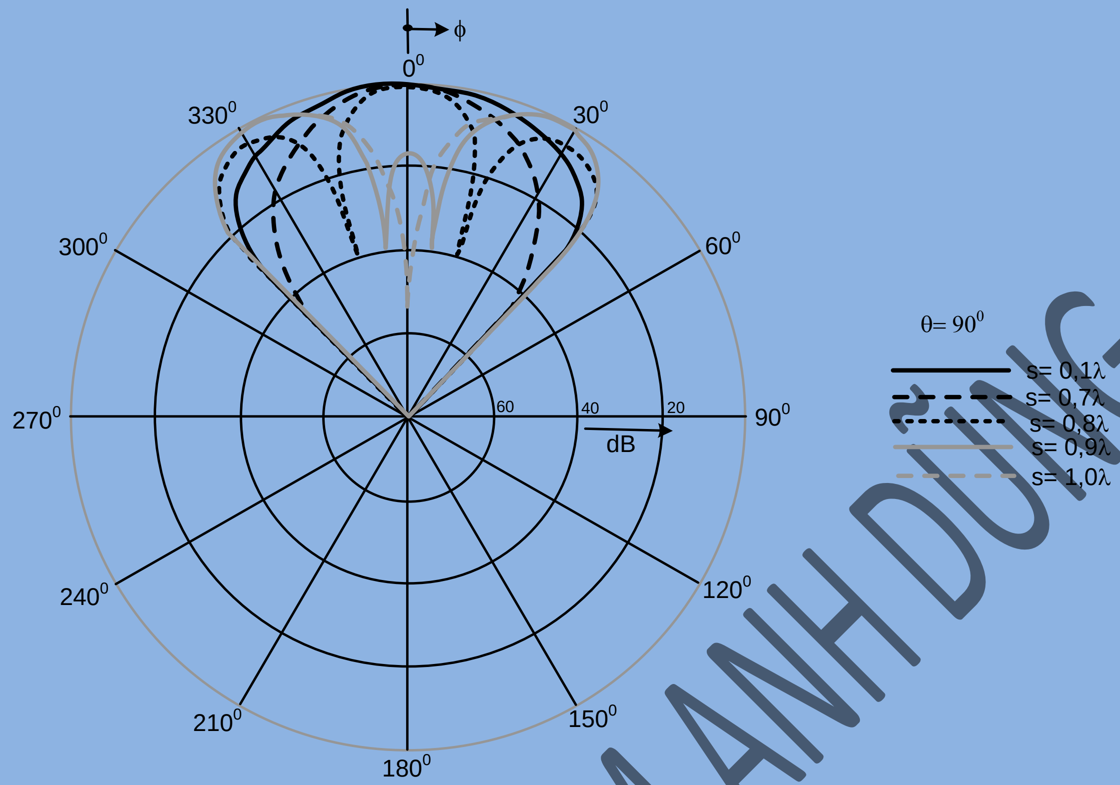
Ta có thể viết lại phương trình (3.42) như sau:

$$\frac{E}{E_0} = 2\left[\cos(ks\sin\theta\cos\phi) - \cos(ks\sin\theta\sin\phi)\right] \qquad (3.45)$$

Trong mặt phẳng ngang ($\theta=\pi/2$) phường trình (3.45) được giản ước thành:

$$\frac{E}{E_0} = 2\left[\cos(ks\cos\phi) - \cos(ks\sin\phi)\right] \qquad (3.46)$$

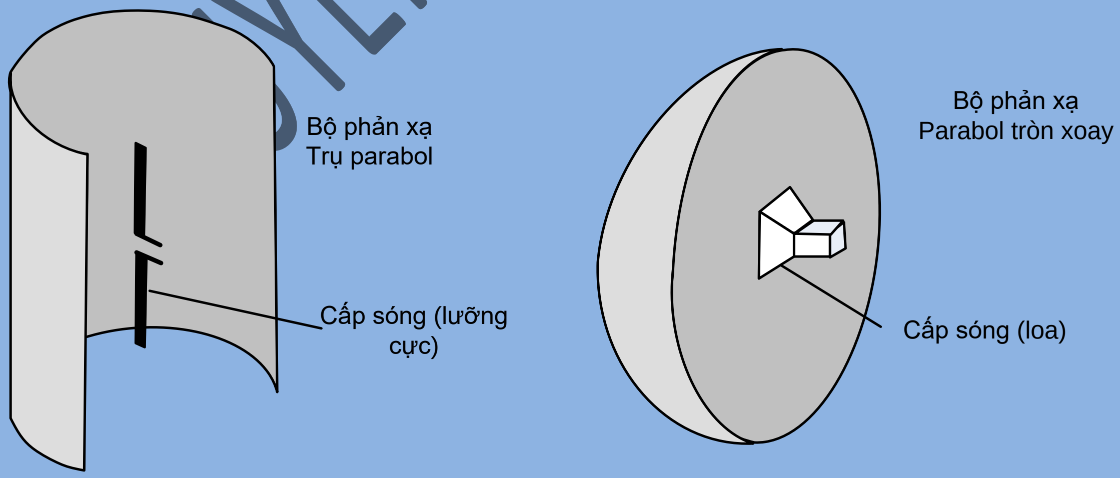
Hình 3.17 cho thấy mẫu phát xạ công suất chuẩn hóa trong mặt phẳng ngang ($\theta=\pi/2$) cho các khỏng cách khác nhau: s=0,1λ; 0,7λ; 0,8λ, 0,9λ; 1,0λ.



Hình 3.17. Mẫu phát xạ công suất chuẩn hóa trong mặt phẳng ngang (θ=π/2) cho các khỏng cách khác nhau: s=0,1λ; 0,7λ; 0,8λ, 0,9λ; 1,0λ.

3.4. BỘ PHẢN XẠ PARABOL

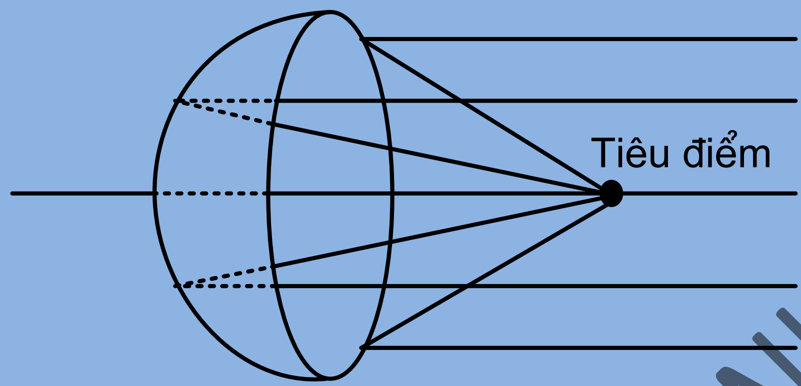
Bộ phản xạ parabol có thể có nhiều dạng. Hình 3.18 cho thấy bộ phản xạ parabol trụ đứng (3.18a) và bộ phản xạ parabol tròn xoay (3.18b).



Hình 3.18. Các anten phản xạ ống trụ đướng parabol và parabol tròn xoay được cấp sóng phía trước.

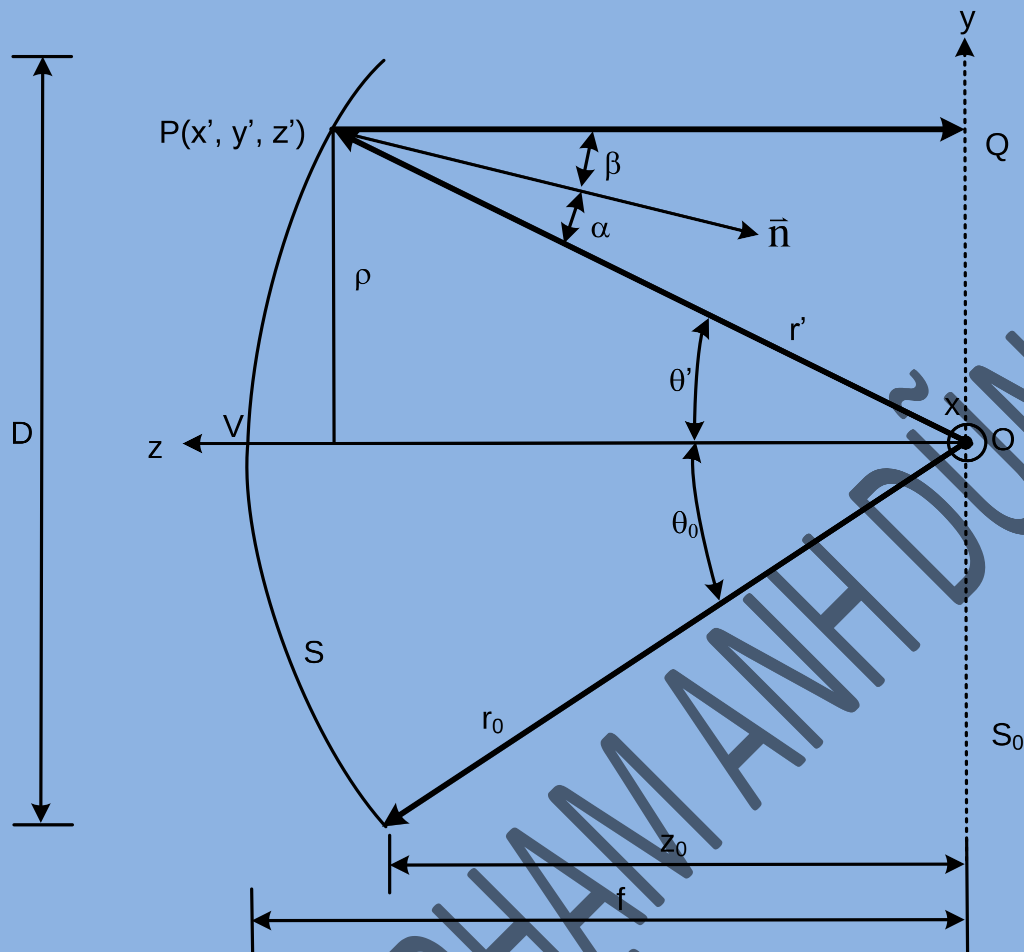
3.4.1. Hình học của bộ phản xạ parabol tròn xoay

Mặt của bộ phản xạ parabol tròn xoay được tạo ra bằng cách quay parabol xung quang trục của nó sao cho các tia phát đi từ tiêu điểm của bộ phản xạ được biến thành các tia song song (hình 3.19).



Hình 3.19. Thuộc tính hội tụ của parabol tròn xoay

Để hiểu được tính chất hình học của bộ phản xạ parabol tròn xoay ta xét parabol là đường cong được tạo ra từ bộ phản xạ trong một mặt phẳng bất kỳ vuông góc với mặt phẳng chứa mặt mở và đi qua tiêu điểm (hình 3.20). Tiêu điểm được ký hiệu là O và đỉnh là V, trục là đường thẳng đi qua O và V. OP là khoảng cách đến tiêu điểm cho mọi điểm P trên mặt parabol S và OV là tiêu cự được ký hiệu là f. Đường đi của tia từ tiêu điểm đến mặt phẳng S_0 (mặt phẳng đi qua tiêu điểm O và vuông góc với trục OV) được ký hiệu là OPQ trong đó P là một điểm trên đường mặt S còn Q là một điểm trên mặt mở S_0. PQ song song với trục. Đối với mọi điểm P, độ dài của quãng đường OPQ đều bằng nhau và bằng 2f: OP+PQ=2f có nghĩa rằng sóng phát từ tiêu điểm có phân bố pha đồng đều trên mặt mở . Thuộc tính này cùng với thuộc tính các tia song song có nghĩa là mặt sóng là mặt phẳng. Như vậy phát xạ từ bộ phản xạ parabol tròn xoay giống như phát xạ một sóng phẳng từ một mặt phẳng vuông góc với trục và chứa đường chuẩn (đường vuông góc với OV và đi qua điểm đối xứng với O qua đỉnh V trên trục). Cần lưu ý rằng theo nguyên lý đảo lẫn, các tính chất này cũng áp dụng cho cả anten ở chế độ thu.



Hình 3.20. Cấu hình hai chiều của bộ phản xạ parabol tròn xoay

Vì

$$OP=r' \ , \ PQ=r'\cos\theta' \tag{3.47}$$

nên:

$$OP+PQ=r'(1+\cos\theta')=2f \tag{3.48}$$

Và

$$r'=\frac{2f}{1+\cos\theta'}=\frac{f}{\cos^2(\theta'/2)}, \quad \theta'\leq\theta_0 \tag{3.49}$$

$$\rho=r'\sin\theta'=2f\frac{\sin\theta'}{1+\cos\theta}=2f\tan g\left(\frac{\theta'}{2}\right) \tag{3.50}$$

Vì r'+PQ=2f hay f-PQ=r'-f, nên từ cac phương trinh (3.49) và (3.50) ta được:

$$f - PQ = \frac{2f}{1+\cos\theta'} - f = f\frac{1-\cos\theta'}{1+\cos\theta'} = f\,\mathrm{tang}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\rho^2}{4f} \qquad (3.51)$$

Từ phương trình (3.51), ta có thể biểu thị r' qua ρ như sau:

$$r' = f + (f - PQ) = f + \frac{\rho^2}{4f} \qquad (3.52)$$

Ta có thể xác định góc θ_0 qua dường kính D, bán kính a=D/2 và tiêu cự f của bộ phản xạ như sau:

$$\rho = a = \frac{D}{2} = 2f\,\mathrm{tang}\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \Rightarrow \theta_0 = 2\mathrm{artang}\left(\frac{D}{4f}\right) \qquad (3.53)$$

Từ phương trình (3.53) ta có thể xác định tiêu cự f khi biết D và θ_0 như sau:

$$f = \frac{D}{4}\mathrm{cotang}\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \qquad (3.54)$$

Từ hình học trên hình 3.20 ta có thể xác định góc θ_0 qua z_0 là khoảng cách từ tiêu điểm đến mép parabol như sau:

$$\frac{D/2}{z_0} = \mathrm{tang}\theta_0 \Rightarrow \theta_0 = \mathrm{artang}\left(\frac{D/2}{z_0}\right) \qquad (3.55)$$

Ta có thể viết lại phương trình (3.48) vào hệ tọa độ Descartese như sau.

$$r' + r'\cos\theta' = \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} + z' = 2f \qquad (3.56)$$

Vì thế:

$$(x')^2 + (y')^2 = 4f(f - z), \text{ với } (x')^2 + (y')^2 = 4f(f - z) \le (D/2)^2 \qquad (3.57)$$

Từ phương trình (3.57) xác định z_0 qua D và f:

$$z_0 = f - \frac{x_0^2 + y_0^2}{4f} = f - \frac{(D/2)^2}{4f} = f - \frac{D^2}{16f} \qquad (3.58)$$

Đặt (3.58) vào (3.55) ta được:

$$\theta_0 = \arctan g\left(\frac{D/2}{f - \dfrac{D^2}{16f}}\right) = \arctan g\left|\frac{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{f}{D}\right)}{\left(\dfrac{f}{D}\right)^2 - \dfrac{1}{16}}\right| \qquad (3.59)$$

Vectơ đơn vị trực giao với parabol được rút ra từ phương trình sau:

$$\vec{n} = \frac{\nabla C_p}{\left|\nabla C_p\right|} \qquad (3.60)$$

Trong đó C_p là phương trình đường cong parabol được rút ra từ phương trình (3.49) :

$$C_p = f - r'\cos^2(\theta'/2) = 0 \qquad (3.61)$$

Lấy gradient cho C_p theo phương trình (1.13) ta được:

$$\nabla C_p = -\vec{a}_{r'}\cos^2\left(\frac{\theta'}{2}\right) + \vec{a}_{\theta'}\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \qquad (3.62)$$

Đặt (3.62) vào (3.60) ta được:

$$\vec{n} = -\vec{a}_{r'}\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) + \vec{a}_{\theta'}\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \qquad (3.63)$$

Ta có thể tìm được góc giữa tia đến và pháp tuyến đơn vị $\vec{n}$ như sau:

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= -\vec{a}_r.\vec{n} = -\vec{a}_r.\left[-\vec{a}_{r'}\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) + \vec{a}_{\theta'}\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right)\right] \\ &= \cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \Rightarrow \alpha = \frac{\theta'}{2}\end{aligned} \qquad (3.64)$$

Theo luật phản xạ Snell thì góc tới phải bằng góc phản xạ, nên :

$$\alpha=\beta=\theta'/2 \qquad (3.65)$$

Ta có thể dễ ràng chứng minh rằng luật phản xạ Snell chỉ được đảm bảo khi tia phản xạ song song với trục z:

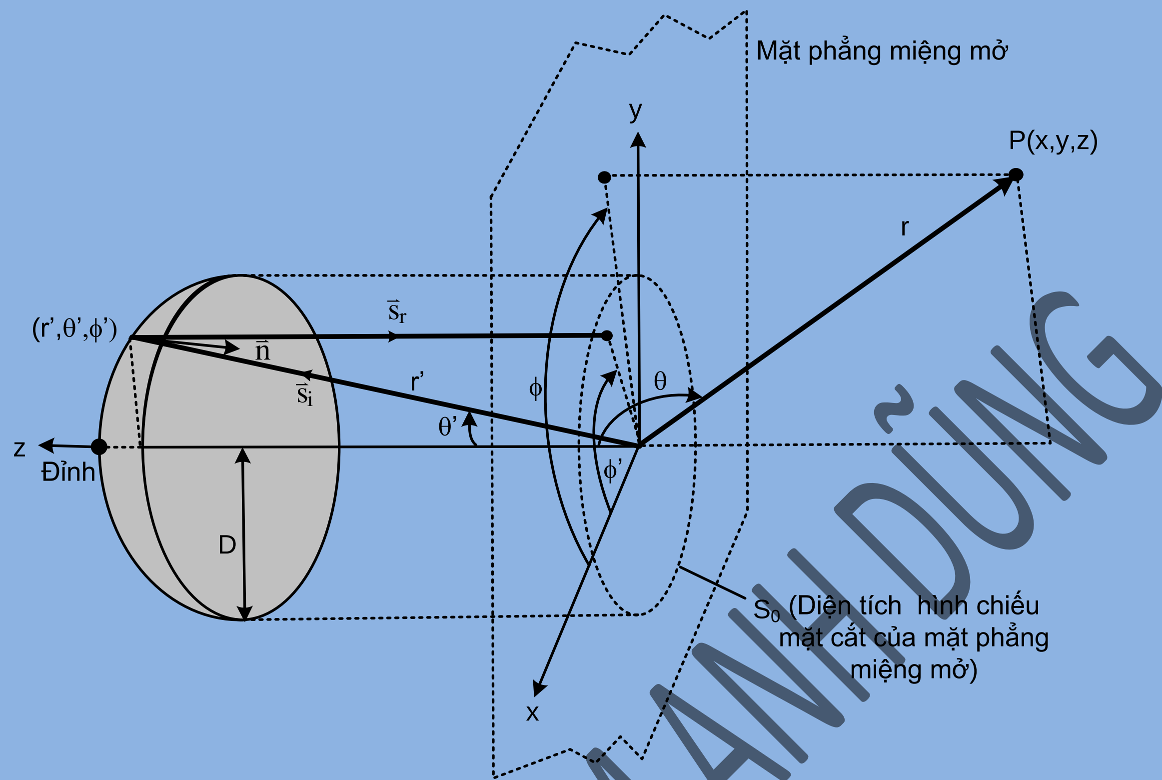
$$\cos\beta = -\vec{a}_z.\vec{n} = -\left(\vec{a}_{r'}\cos\theta' - \vec{a}_{\theta'}\sin\theta'\right).\left[-\vec{a}_{r'}\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) + \vec{a}_{\theta'}\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right)\right]$$

$$= \cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \Rightarrow \beta = \frac{\theta'}{2} \qquad (3.66)$$

Trong đó $\vec{a}_z$ được xác định theo phương trình (1.15).

3.4.2. Khuếch đại và độ rộng búp sóng của anten phản xạ parabol tròn xoay cấp sóng tại tiêu điểm

Có thể xét phát xạ của anten parabol tròn xoay như là phát xạ từ một miệng mở có kích thước bằng miệng mở của parabol và nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục (thường được chọn đi qua tiêu điểm) dựa trên nguyên tắc quang học (hình 3.21).



Hình 3.21. Anten phản xạ parabol tròn xoay trong không gian tọa độ

Giả sử rằng nguồn cấp sóng được đặt tại tiêu điểm của bộ phản xạ parabol có phân cực theo trục z và có hệ số khuếch đại $G_{feed}(\theta',\phi')$. Từ phương trình (1.77) ta được cường độ phát xạ của nguồn này như sau:

$$U_f(\theta',\phi') = \frac{P_t}{4\pi} G_f(\theta',\phi') \qquad (3.67)$$

Trong đó P_t là tổng công suất phát xạ từ bộ cấp sóng.

Công suất phát xạ từ nguồn cấp sóng trong góc khối dΩ' và được phản xạ từ dS trên S lên dS_0 của miệng mở S_0 (hình 3.22). Từ các phương trình (3.50) và (3.53) ta có

$$\rho = r'\sin\theta' = 2f\,\mathrm{tang}\left(\frac{\theta'}{2}\right) = \frac{f}{\cos^2(\theta'/2)}$$

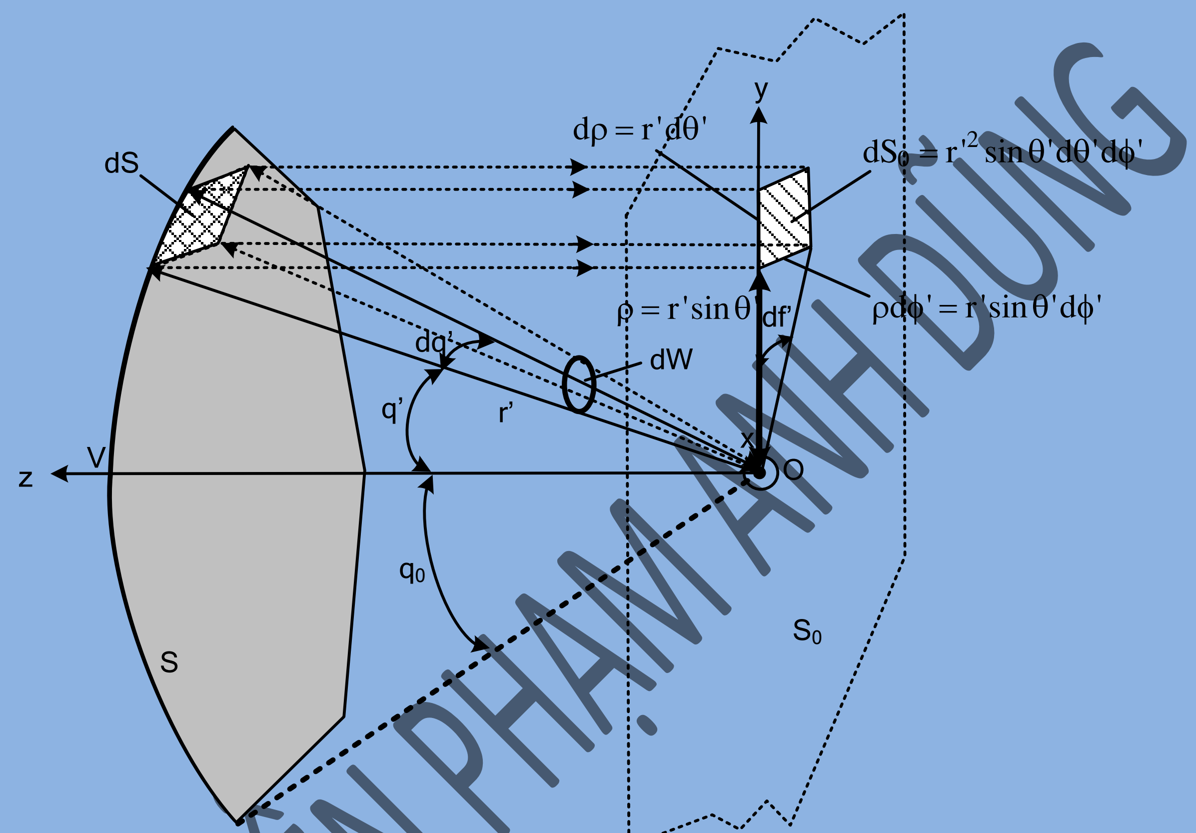
$$\Rightarrow d\rho = 2f\frac{d\theta'}{2}\frac{1}{\cos^2(\theta'/2)} = r'd\theta' \qquad (3.68)$$

$$\Rightarrow \rho d\rho = r'^2 \sin\theta' d\theta'$$

Từ hình học trên hình 3.22 ta có:

$$dS_0 = \rho d\rho d\phi' = r'^2 \sin\theta' d\theta' d\phi' \qquad (3.69)$$

$$d\Omega' = \sin\theta' d\theta' d\phi' \qquad (3.70)$$



Hình 3.22. Hình chiếu của dS nhận được từ góc khối dΩ lên miệng mở S_0

Giả thiết toàn bộ công suất phát xạ trong góc khối dΩ' từ bộ cấp sóng được chuyển vào dS_0 ta có:

$$U_f(\theta',\phi')d\Omega' = \Pi_{S_0}(\rho,\phi')dS_0$$

$$\Rightarrow U_f(\theta',\phi')\sin\theta' d\theta' d\phi' = \Pi_{S_0}(\rho,\phi') r'^2 \sin\theta' d\theta' d\phi' \qquad (3.71)$$

$$\Rightarrow \Pi_{S_0}(\rho,\phi') = \frac{1}{r'^2} U_f(\theta',\phi')$$

rong đó $U_f(\theta',\phi')$ là cường độ phát xạ từ bộ cấp sóng và $\Pi_{S_0}(\rho,\phi')$ là mật độ công suất miệng mở S_0.

Giả sử rằng nguồn cấp sóng được đặt tại tiêu điểm của bộ phản xạ parabol có phân cực theo trục z và có hệ số khuếch đại $G_f(\theta',\phi')$. Từ phương trình (1.77) ta được cường độ phát xạ của nguồn này như sau:

$$U_f(\theta',\phi') = \frac{P_t}{4\pi} G_f(\theta',\phi') \qquad (3.72)$$

Từ phương trình (1.133) ta có thể biểu diễn mật độ công suất trên miệng mở S_0 nhơ sau:

$$\vec{\Pi}_{S_0}(\theta',\phi') = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}_{S_0}(\rho,\phi')\times\vec{H}^*_{S_0}(\rho,\phi')\right] = \vec{a}_r \frac{1}{2Z_W}\left|E_{S_0}(\theta,\phi)\right|^2 \qquad (3.73)$$

Sử dụng các phương trình (3.71), (3.72) và (3.73) ta có thể tìm được biên độ của vecto điện trường trên miệng mở như sau :

$$\left|E_{S_0}(\rho,\phi')\right| = \frac{1}{r'}\left[2Z_W U_f(\theta',\phi')\right]^{1/2} = \frac{1}{r'}\left[Z_W \frac{P_T}{2\pi} G(\theta',\phi')\right]^{1/2} \qquad (3.74)$$

Thay r’ từ phương trình (3.52)vào phương trình (3.74) ta được:

$$\left|E_{S_0}(\rho,\phi')\right| = \frac{4f}{4f^2+\rho^2}\left[2Z_W U_f(\theta',\phi')\right]^{1/2} \qquad (3.75)$$

Như vậy trường của miệng mở yếu dần khi tiến đên biên của parabol. Số đo của hiệu ứng giảm này là chiếu xạ biên được đánh giá bằng tỷ số giữa điện trường tại biên (ρ=a) và điện trường tại tâm (ρ=0) như sau:

$$\frac{\left|E_{S_0}(a,\phi')\right|}{\left|E_{S_0}(0,\phi')\right|} = \frac{1+\cos\theta_0}{2}\sqrt{\frac{U_f(\theta_0,\phi')}{U_f(0,\phi')}} \qquad (3.76)$$

Từ (1.77) ta có thể viết quan hệ giữa hệ số khuếch đại cực đại của miệng mở với cường độ phát xạ và và công suất phát xạ của nó như sau:

$$G_{S_0 max} = \frac{4\pi U_{S_0 max}}{P_{S_0}} \quad (3.77)$$

trong đó U_{Somax}, P_{So} là cường độ phát xạ cực đại và công suất phát xạ của miệng mở. Công suất phát xạ miệng mở được tính như sau:

$$P_{S_0} = \int_{S_0} \left|\vec{\Pi}_{S_0}\right| dS_0 = \frac{1}{2Z_W} \int_{S_0} \left|E_{S_0}(\rho,\phi')\right|^2 dS_0 = \oiint_{\Omega'} U_f(\theta',\phi') d\Omega'$$

$$= \frac{P_t}{4\pi} \oiint_{\Omega'} G_f(\theta',\phi') d\Omega' = \frac{P_t}{4\pi} \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} G_f(\theta',\phi') \sin\theta' d\theta' d\phi' \quad (3.78)$$

Từ phương trình (3.78) ta thấy do $\theta_0 < \pi$ nên một phần công suất của bộ cấp sóng sẽ bị tràn ra ngoài bộ phản xạ và $P_{So} < P_f$. Số đo tràn công suất được được đánh giá bằng hiệu suất tràn như sau:

$$\varepsilon_{spl} = \frac{P_{S_0}}{P_t} = \frac{1}{4\pi} \oiint_{\Omega'} G_t(\theta',\phi') d\Omega' \quad (3.79)$$

Đối với anten phản xạ số khuếch đại được xác định tương đối theo công suất cấp sóng như sau:

$$G_{anten} = \frac{4\pi U_{S_0 max}}{P_t} = \frac{4\pi U_{S_0 max}}{P_{S_0}} \frac{P_{S_0}}{P_f} = G_{S_0} \varepsilon_{spl} \quad (3.80)$$

Trong thực tế hệ số khuếch đại miệng mở còn phụ thuộc và phân bố biên và pha trên miệng mở. Các sai số này dẫn đến tổn hao biên (atl: Amplitude Loss) và tổn hao pha (pel: Phase Error Loss) vì thế cần đưa thêm các hệ số hiệu suất tổn hao biên (ε_{atl}) và hệ số hiệu suất tổn hao pha (ε_{pel}) vào phương trình (3.80):

$$G_{anten} = G_{S_0} \varepsilon_{atl} \varepsilon_{pel} \varepsilon_{spl} \quad (3.81)$$

3.5. CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN BỐ TRƯỜNG MIỆNG MỞ VÀ DÒNG ĐIỆN

Có hai phương pháp để phân tích các đặc tính phát xạ của các bộ phản xạ: (1) phương pháp phân bố trường miệng mở còn được gọi là phương pháp quang hình học (GO: Geometric Optics), và (2) phương pháp phân bố dòng điện còn được gọi là quang vật lý (PO: Physical Optics).

Trong phương pháp phân bố trường miệng mở trước tiên ta cần tìm trường trên miệng mở tại mặt phẳng vông góc với trục của bộ phản xạ và đi qua tiêu điểm. Sau đó ta coi rằng được tạo ra trường trên miệng mở vừa tìm được là nguồn phát xạ tương đương với giả thiết rằng các trường này bằng không bên ngoài miệng mở.

Trong phương pháp phân bố dòng điện, trước hết cần tìm vectơ mật độ dòng điện mặt trên phản xạ ($\vec{J}_s$) được tạo ra bới sóng đến từ bộ cấp sóng. Sau đó lấy tích phân mật độ dòng điện này để tìm ra tường tại vùng xa. Trong phương pháp này ta coi răng mặt phản xạ là mặt dẫn điện lý tưởng và sử dụng phương pháp ảnh gương. Ngoài ra cũng giả thiết rằng sóng tới từ bộ cấp sóng đến mặt phản xạ la trường sóng phẳng tại vùng xa.

3.5.1. Phương pháp phân bố trường miệng mở

Trong phương pháp phân bố trường miệng mở trước hết ta tìm trường trong mặt phẳng vuông góc với trục parabol và đi qua tiêu điểm của nó.

Giả sử bộ cấp sóng có phân cực y và khuếch đại $G_f(\theta',\phi')$. Ta có thể biểu diến sóng tới mặt phản xạ từ bộ cấp sóng như sau:

$$\begin{aligned}\vec{E}^i(\rho,\phi') &= \left[Z_W \frac{P_t}{2\pi} G_f(\theta',\phi')\right]^{1/2} \frac{e^{-jkr'}}{r'}\vec{e}_i \\ &= C_1\sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'}}{r'}\vec{e}_i\end{aligned} \qquad (3.82)$$

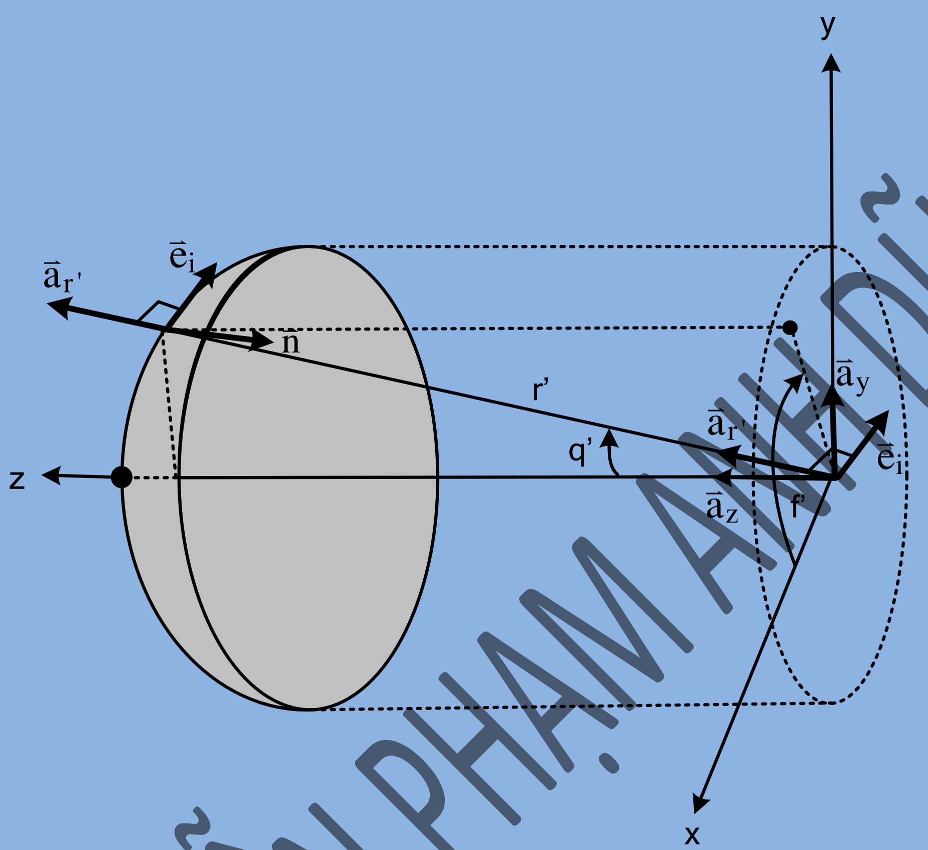
Trong đó:

$$C_1 = Z_W^{1/4}\left(\frac{P_t}{2\pi}\right) \qquad (3.83)$$

$\vec{e}_i$ là vectơ vuông góc với $\vec{a}_{r'}$ và song song với mặt phẳng chứa $\vec{a}_{r'}$ và $\vec{a}_y$ (hình 3.23).

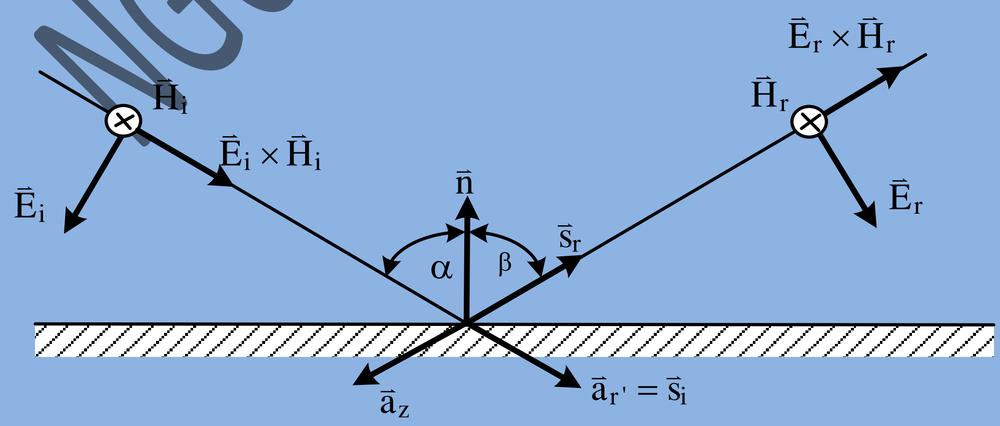
Từ trường tương ứng sẽ được xác định như sau:

$$\vec{H}^i = \frac{1}{Z_W}\vec{a}_{r'} \times \vec{E}^i = \frac{1}{Z_W} C_1 \sqrt{G_f(\theta',\phi')}\, \frac{e^{-jkr'}}{r'} \vec{a}_{r'} \times \vec{e}_i \qquad (3.84)$$



Hình 3.23. Tương quan giữa các vectơ đơn vị trong hệ thống phản xạ parabol

Giả sử trường sóng tới được phản xạ cục bộ giống như sóng phẳng phản xạ từ mặt dẫn điện lý tưởng của bộ phản xạ (hình 3.24).



Hình 3.24. Minh họa phản xạ trường sóng phẳng trên mặt dẫn lý tưởng của bộ phản xạ

Từ điều kiện biên trên mặt dẫn lý tưởng (chương 1), các trường phản xạ $\vec{E}_r, \vec{H}_r$ phải thỏa mãn các quan hệ sau:

$$\vec{n}\times\vec{E}^r = -\vec{n}\times\vec{E}^r,\ \vec{n}.\vec{E}^r = \vec{n}.\vec{E}^i$$
$$\vec{n}\times\vec{H}^r = \vec{n}\times\vec{H}^i,\ \vec{n}.\vec{H}^r = -\vec{n}.\vec{H}^i \qquad (3.85)$$

Điều này có nghĩa là $\left|\vec{E}^r\right| = \left|\vec{E}^i\right|, \left|\vec{H}^r\right| = \left|\vec{H}^i\right|$

Để tìm được điện trường $\vec{E}_{S_0}$ tại miệng mở, ta cần tìm điện $\vec{E}_{r'}$ tại r': Coi rằng mặt phản xạ là dẫn điện lý tưởng không gây tổn hao, ta có:

$$\vec{E}_r(\rho,\phi') = C_1\sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'}}{r'}\vec{e}_r \qquad (3.86)$$

Trong đó $\vec{e}_r$ và vectơ đơn vị chỉ phương của trường phản xạ

Từ trường tương ứng sẽ được xác định như sau:

$$\vec{H}^r = \frac{1}{Z_W}\vec{s}_r\times\vec{E}^r = \frac{1}{Z_W}C_1\sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'}}{r'}\vec{s}_r\times\vec{e}_r \qquad (3.87)$$

Trong đó $\vec{s}_r = -\vec{a}_z$ chỉ phương truyền của sóng phản xạ

Dựa trên điện trường của sóng phản xạ, ta có thể tìm được điện trường trên miệng mở tại mặt phẳng đi qua tiêu điểm (hình 3.24):

$$\vec{E}_a = C_1\sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'}}{r'}\,\frac{e^{-jkr'\cos\theta'}}{r'\cos\theta}\vec{e}_r$$
$$= C_1\sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'(1+\cos\theta')}}{r'}\vec{e}_r \qquad (3.88)$$

Trong đó:

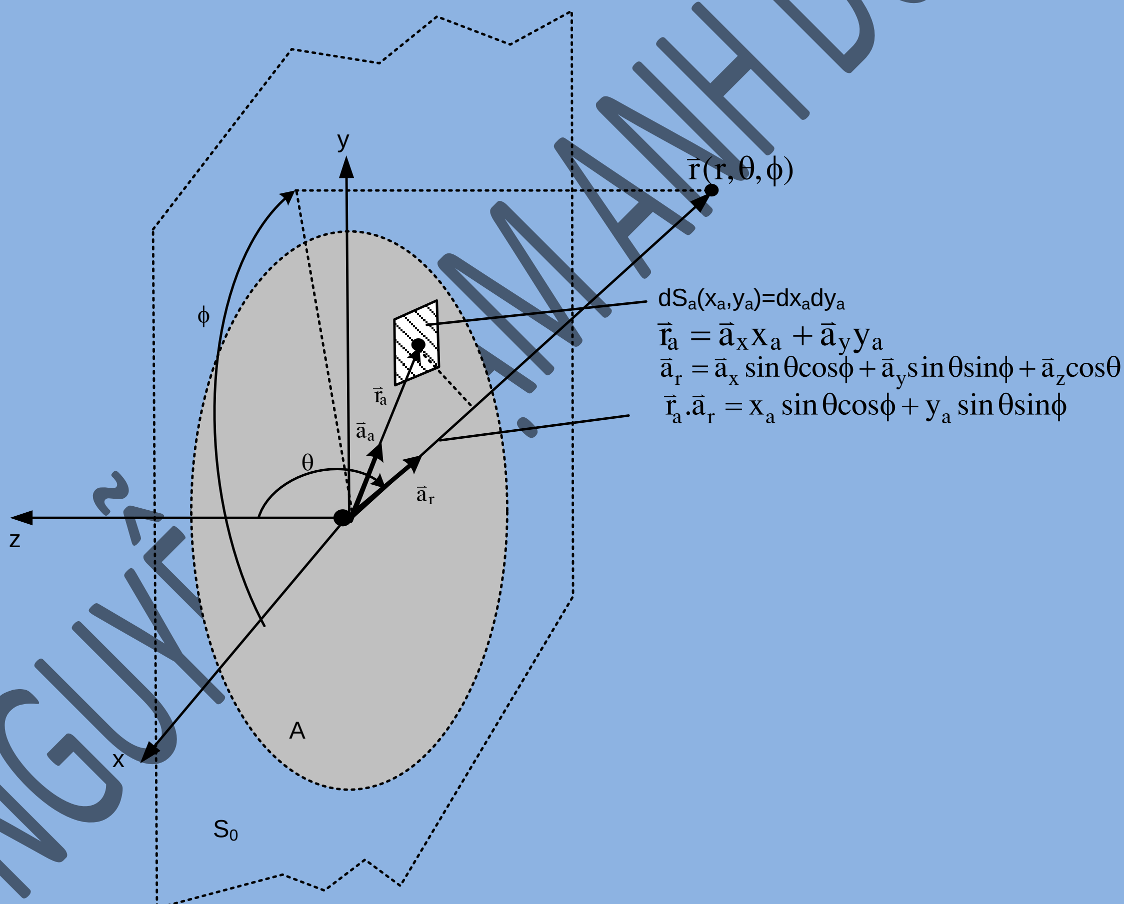
$$\vec{e}_r = \frac{\vec{a}_x\sin\phi'\cos\phi'(1-\cos\theta') - \vec{a}_y\left(\sin^2\phi'\cos\theta' + \cos^{2'}\phi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\theta'\sin^2\phi'}} \qquad (3.89)$$

Điện trường tại mặt mở trong tọa độ Descartese có dạng:

$$\vec{E}_a = \sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'(1+\cos\theta')}}{r'}\,\vec{e}_r = \vec{a}_x E_{xS_0} + \vec{a}_y E_{yS_0} \quad (3.90)$$

Ta có thể tính được trường từ trong miệng mở như sau:

$$\begin{aligned}\vec{H}_a &= \frac{1}{Z_W}\vec{s}_r \times \vec{E}_a = \frac{1}{Z_W} - \vec{a}_z \vec{E}_a \\ &= \frac{1}{Z_W} - \vec{a}_z \times \left(\vec{a}_x E_{xa} + \vec{a}_y E_{ya}\right) = \frac{1}{Z_W}\left(\vec{a}_x E_{ya} - \vec{a}_y E_{xa}\right)\end{aligned} \quad (3.91)$$



Hình 3.24. Phương pháp tính trường theo phân bố miệng mở

Sử dụng các phương trình (1.154),(1.155), (3.90) và (3.91) ta được các mật độ dòng điện và dòng từ tương đương trên miệng mở như sau:

$$\vec{J}_a = \vec{n}\times\vec{H}_a = -\vec{a}_z \times \frac{1}{Z_W}\left(\vec{a}_x E_{ya} - \vec{a}_y E_{xa}\right) = -\vec{a}_x \frac{E_{xa}}{Z_W} - \vec{a}_y \frac{E_{ya}}{Z_W} \qquad (3.92)$$

$$\vec{J}_{Ms} = -\vec{n}\times\vec{E}_a = \vec{a}_z \times\left(\vec{a}_x E_{xa} + \vec{a}_y E_{ya}\right) = -\vec{a}_x E_{ya} + \vec{a}_y E_{xa} \qquad (3.93)$$

Sử dụng các phương trình (2.68), (2.69) và thấy cosθ=-cosθ với lưu ý đối với trường do thành thành phần E_{ax} tạo ra ta phải hoán đổi giữa cosϕ và sinϕ, ta được trường do phần tử dS_a của mặt mở tạo ra như sau (hình 3.24):

$$dE_\theta = j\frac{dS_a}{2\lambda r}(1-\cos\theta)\left(-E_{xa}\cos\phi - E_{ya}\sin\phi\right)e^{-jkr}.e^{jk\vec{r}_a.\vec{a}_r} \qquad (3.94)$$

$$dE_\phi = j\frac{dS_a}{2\lambda r}(1-\cos\theta)\left(-E_{xa}\sin\phi + E_{ya}\cos\phi\right)e^{-jkr}e^{jk\vec{r}_a.\vec{a}_r} \qquad (3.95)$$

Trường do anten phản xạ tạo ra tại vùng xa sở là tích phân theo miệng mở A đối với các phương trình (3.94) và (3.95):

$$E_\theta = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}(1-\cos\theta)\oiint_A\left(-E_{xa}\cos\phi - E_{ya}\sin\phi\right) \times e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx_a dy_a \qquad (3.96)$$

$$E_\phi = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}(1-\cos\theta)\oiint_A\left(-E_{xa}\sin\phi + E_{ya}\cos\phi\right) \times e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx_a dy_a \qquad (3.97)$$

3.5.2. Phương pháp phân bố dòng điện

Để xác định các đặc tính phát xạ của (mẫu phát xạ, khuếch đại, hiệu suất, phân cực … ta cần biết mật độ dòng điện được cảm ứng trên bề mặt bộ phản xạ. Từ phương trình điều kiện biên cho từ trường (1.48) và từ phương trình (3.85) ta có

$$\vec{J}_s = \vec{n}\times\left(\vec{H}^i + \vec{H}^r\right) = 2\vec{n}\times\vec{H}^i = 2\vec{n}\times\vec{H}^r = \frac{2}{Z_W}\left[\vec{n}\times\left(\vec{s}_r\times\vec{E}_r\right)\right] \tag{3.97}$$

trong đó $\vec{H}_r$ và $\vec{E}_r$ là từ trường và điện trường của sóng phản xạ, $\vec{n}$ và $\vec{s}_r = -\vec{a}_z$ là các vectơ đơn vị của pháp tuyến mặt phản xạ và phương sóng phản xạ.

Đặt (3.86) vào (3.97) ta được:

$$\begin{aligned}\vec{J}_s &= \frac{2}{Z_W}C_1\sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'}}{r'}\left[\vec{n}\times\left(\vec{s}_r\times\vec{e}_r\right)\right]\\ &= \frac{2}{Z_W}C_1\sqrt{G_f(\theta',\phi')}\,\frac{e^{-jkr'}}{r'}\vec{u}\end{aligned} \tag{3.98}$$

Trong đó

$$\begin{aligned}\left[\vec{n}\times\left(\vec{s}_r\times\vec{e}_r\right)\right] &= \left[\vec{n}\times\left(-\vec{a}_z\times\vec{e}_r\right)\right] = -\vec{a}_z\left(\vec{n}.\vec{e}_r\right) - \vec{e}_r\left(\vec{n}.\vec{a}_z\right)\\ &= -\vec{a}_z\left(\vec{n}.\vec{e}_r\right) - \vec{e}_r\cos\left(\theta'/2\right)\end{aligned} \tag{3.99}$$

$\vec{e}_r$ nhận được sau một số biến đổi toán học phức tạp như sau:

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{a}_x\sin\phi'\cos\phi'\left(1-\cos\theta'\right) - \vec{a}_y\left(\sin^2\phi'\cos\theta' + \cos^2\phi'\right)}{\sqrt{1-\sin^2\theta'\sin^2\phi'}} \tag{3.100}$$

Từ các phương trình (1.123) và (132a) ta có thể tìm được trường phát xạ từ bộ phản xạ theo mật độ dòng điện mặt như sau:

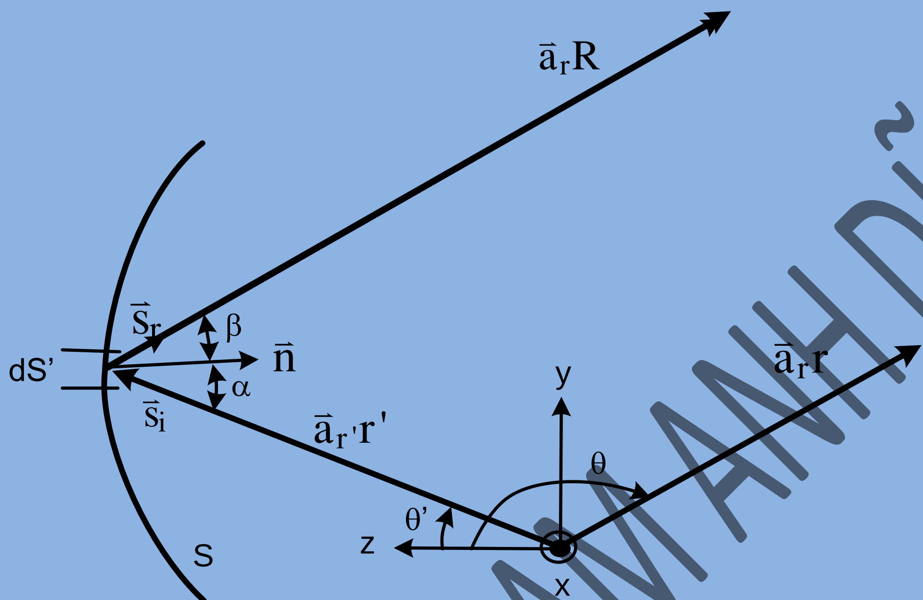
$$\begin{aligned}\vec{E} &= -j\omega\vec{A}_\perp = -j\omega\vec{A} - \left(-j\omega\vec{A}.\vec{a}_r\right)\vec{a}_r\\ &= -j\frac{\omega\mu}{4\pi r}e^{-jkr}\oiint_S\left[\vec{J}_S - \left(\vec{J}_S.\vec{a}_r\right)\vec{a}_r\right]e^{jk\vec{a}_{r'}.\vec{a}_r}dS'\end{aligned} \tag{3.101}$$

$$\vec{H} = j\frac{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}{4\pi r}e^{-jkr}\oiint_S\left[\vec{J}_S - \left(\vec{J}_S.\vec{a}_r\right)\vec{a}_r\right]e^{jk\vec{a}_{r'}.\vec{a}_r}dS' \tag{3.102}$$

$$E_\theta = -j\frac{\omega\mu}{4\pi r}e^{-jkr}\oiint_S\vec{a}_\theta.\vec{J}_S e^{jk\vec{a}_{r'}.\vec{a}_r}dS' \tag{3.103}$$

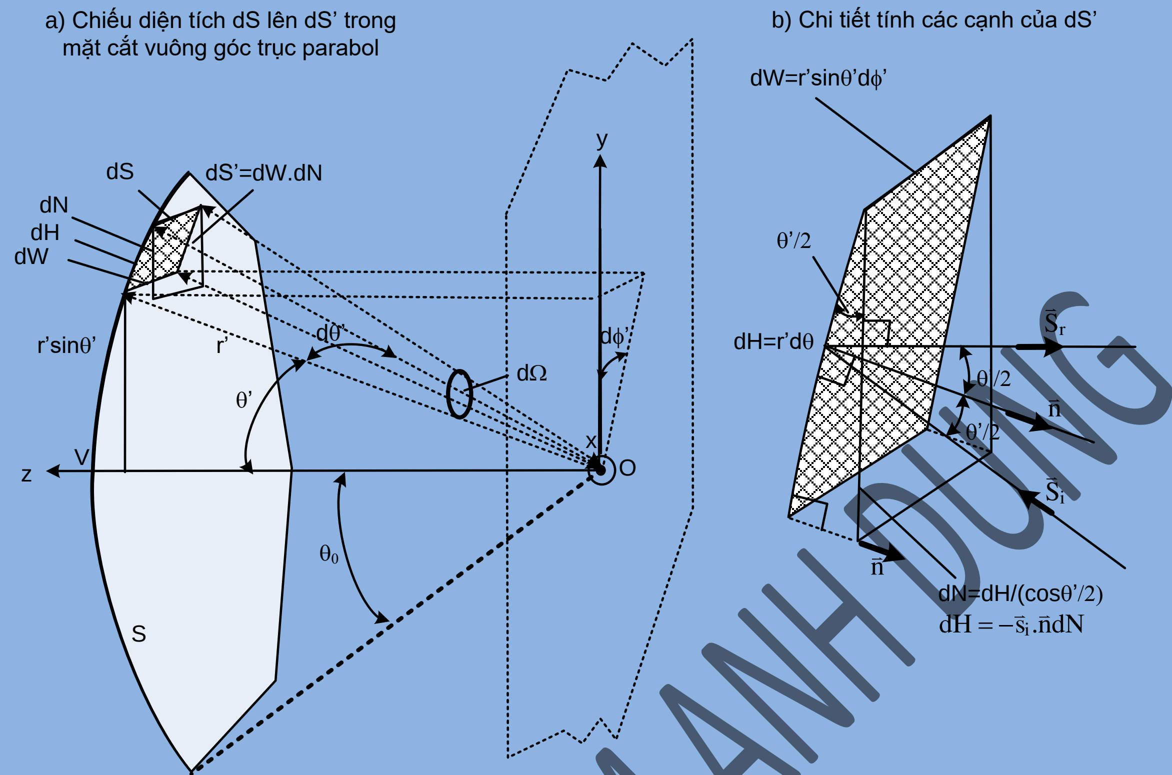
$$E_\phi = -j\frac{\omega\mu}{4\pi r}e^{-jkr}\oiint_S \vec{a}_\phi.\vec{J}_S e^{jk\vec{a}_{r'}.\vec{a}_r}dS' \qquad (3.104)$$

Trong đó : $\vec{a}_{r'}$ và $\vec{a}_r$ là các vectơ đơn vị xác định phương từ gốc tọa độ đến dS’ và phương truyền sóng (hình 3.25).



Hình 3.25. Quan hệ giữa các vectơ

dS’ là hình chiếu của dS lên mặt cắt vuông góc với trục của parabol (hình 3.26).



Hình 3.26. dS' là hình chiếu của dS lên mặt cắt vuông góc với trục của parabol.

Từ hình 3.26 ta thính được diện tích dS' như sau:

$$dS' = dWdN = r'^2 \frac{\sin\theta'}{\cos(\theta'/2)} d\theta' d\phi' \tag{3.105}$$

Ta có thể biểu diễn các phương trình (3.103), (3.104) và dạng sau:

$$\begin{bmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{bmatrix} = -j\frac{\omega\mu}{2\pi r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}C_1 e^{-jkr}\begin{bmatrix} \vec{a}_\theta.\vec{I} \\ \vec{a}_\phi.\vec{I} \end{bmatrix} \tag{3.106}$$

Hay:

$$\begin{bmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{bmatrix} = -j\frac{\omega\mu e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{P_t}{2\pi}\right]^{1/2}\begin{bmatrix} \vec{a}_\theta.\vec{I} \\ \vec{a}_\phi.\vec{I} \end{bmatrix} \tag{3.107}$$

Trong đó

$$\vec{I} = \vec{I}_t + \vec{I}_z \tag{3.108}$$

Được xác định theo các phương trình (4.55), (4.56) và (4.51), (4.52) như sau:

$$\begin{aligned}\vec{I}_t = -\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0} \vec{e}_r \cos\left(\frac{\theta'}{2}\right)\frac{\sqrt{G_f(\theta',\phi')}}{r'} e^{-jkr'(1-\sin\theta'\sin\theta\cos(\phi'-\phi)-\cos\theta'\cos\theta)} \\ \times r'^2 \frac{\sin\theta'}{\cos(\theta'/2)} d\theta' d\phi'\end{aligned} \tag{3.109}$$

$$\begin{aligned}\vec{I}_z = -\vec{a}_z \int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0} (\vec{n}.\vec{e}_r)\frac{\sqrt{G_f(\theta',\phi')}}{r'} e^{-jkr'(1-\sin\theta'\sin\theta\cos(\phi'-\phi)-\cos\theta'\cos\theta)} \\ \times r'^2 \frac{\sin\theta'}{\cos(\theta'/2)} d\theta' d\phi'\end{aligned} \tag{3.110}$$

Các tích phân nói trên được tính theo phương pháp số.

Chương 4

CÁC ANTEN TUYẾN TÍNH , XUYẾN VÀ XOẮN

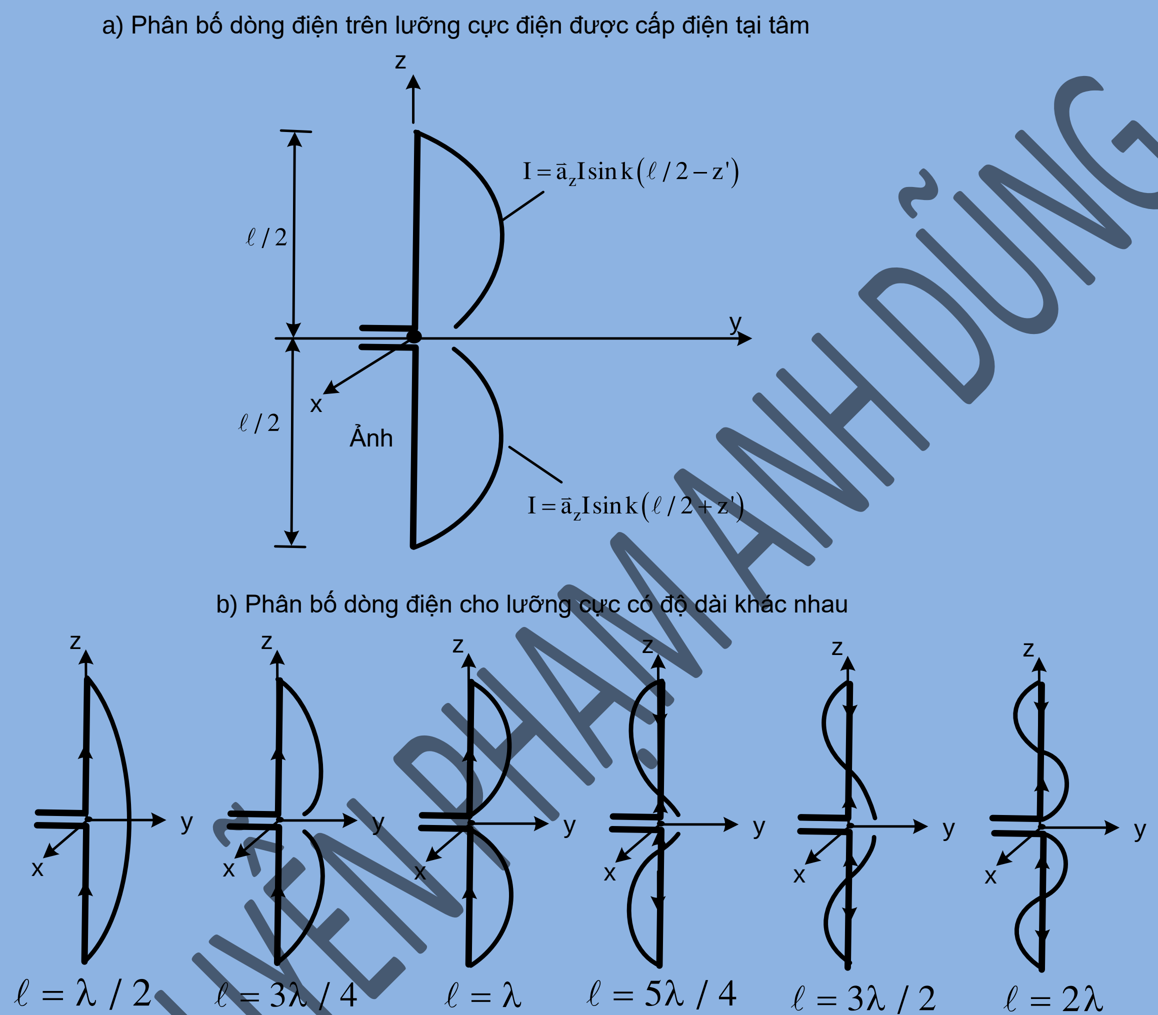
Các anten lưỡng cực là các anten lâu đời nhất, đơn giản nhất và rất đa dạng. Các anten này được sử dụng trong nhiều ứng dụng. Các anten này có cấu hình cơ sở nhất, vì thế nghiên cứu chúng còn là cơ sở để nghiên cứu các anten phức tạp.

4.1. LƯỠNG CỰC DÂY DẪN CÓ ĐỘ DÀI HỮU HẠN

Một dạng anten thường gặp trong thực tê là anten sóng đứng được cấp điện tại tâm. Phân bố dòng điện dọc độ dài anten có dạng sóng đứng giống như trường hợp đường dây song hành hở đầu cuối. Để đơn giản ta xét một lưỡng đối xứng mảnh vô cùng độ dài ℓ được cấp điện ở giữa với phân bố dòng điện hàm sin như sau:

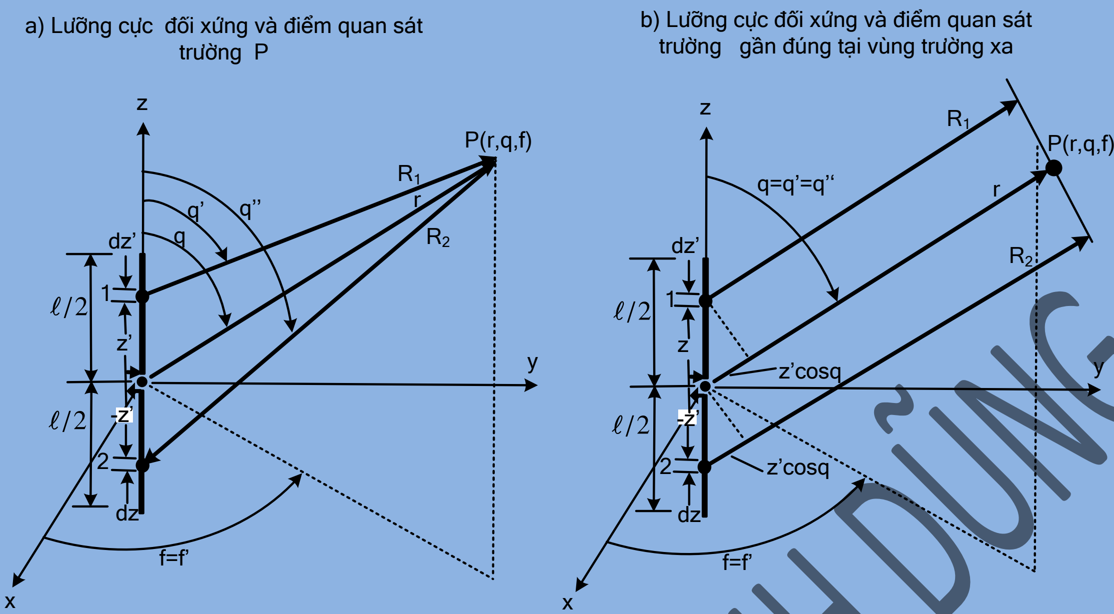
$$I(x'=0, y'=0, z') = \vec{a}_z I \sin k\left(\ell/2 - |z'|\right) \qquad (4.1)$$

Các lưỡng cực này còn được gọi là các lưỡng cực sóng đứng. Hình 4.1 cho thấy phân bố dòng điện cho lưỡng cực được cấp điện tại tam (4.1a) và phân bố dòng điện cho các lưỡng cực có độ dài khác nhau (4.1b).



Hình 4.1. a)Phân bố dòng điệntrên các lưỡng cực điện được cấp điện tại tâm, b) phân bố dòng điện cho lưỡng cực có độ dài khác nhau

Để tính toán trường phát xạ ta coi rằng lưỡng cực đối xứng này là tập hợp của các lưỡng cực điện nguyên tố nhỏ vô cùng độ dài dz’ như đã xét trong chương 2. Hình 4.2a cho thấy bố tri của lưỡng cực đối xứng và điểm quan sát P trọng hệ tọa độ Descartese. Để xét trường ở vùng xa ta coi rằng các tia phát xạ từ các phần tử dz’ đến điểm quan sát P song song với nhau và hiệu số giữa khoảng cách phần tử dz’ đến điểm quan sát R và khoảng cách tâm lưỡng cực đến điểm quan sát r bằng z’cosθ (hình 4.2b).



Hình 4.2. Bố tri của lưỡng cực đối xứng và điểm quan sát P trong hệ tọa độ Descartese

Sử dụng phương trình trường cho lưỡng cực điện nguyên tố (2.12), coi rằng giá trị khoảng cách tại mẫu bằng nhau: $R_1 \approx R_2 = r$ và $R_1 = r - z'\cos\theta$, $R_2 = r + z'\cos\theta$ tại mũ của e^x ta được trường tạo bởi hai phần tử phát xạ dz' nằm đối xứng qua gốc tọa độ như sau:

$$
\begin{aligned}
dE_\theta &= dE_{\theta 1} + dE_{\theta 2} = jZ_W \frac{I\sin k\left(\ell/2 - |z'|\right)dz'}{2\lambda r}\sin\theta\left(e^{-jkR_1} + e^{-jkR_2}\right) \\
&= jZ_W \frac{I\sin k\left(\ell/2 - |z'|\right)dz'}{2\lambda r} e^{-jkr}\sin\theta\left(e^{jk|z'|\cos\theta} + e^{-jk|z'|\cos\theta}\right) \qquad (4.2) \\
&= jZ_W \frac{Idz'}{\lambda r} e^{-jkr}\sin\theta\sin k\left(\ell/2 - |z'|\right)\cos(k|z'|\cos\theta)
\end{aligned}
$$

trong đó $Z_W = 120\pi$ trong không gian tự do.

Lấy tích phân theo một nhánh của lưỡng cực ta được cường độ điện trường:

$$E_\theta = jZ_W \frac{I}{\lambda r} e^{-jkr} \sin\theta \int_0^{\ell/2} \sin k\left(\ell/2 - |z'|\right)\cos\left(k|z'|\cos\theta\right)dz'$$

$$= jZ_W \frac{I}{2\pi r} \frac{\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)}{\sin\theta} e^{-jkr} \qquad (4.3)$$

Trường chỉ phụ thuộc vào góc θ và không phụ thuộc và góc ϕ.

Sử dụng các phương trình (1.132d) và (4.3) ta tìm được vectơ từ trường:

$$H_\phi \simeq \frac{E_\theta}{Z_W} = j\frac{I}{2\pi r} \frac{\cos(\cos\theta) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)}{\sin\theta} e^{-jkr} \qquad (4.4)$$

Ta có thể tính được vectơ Poynting như sau:

$$\vec{\prod} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}_\theta \times \vec{H}_\phi^*\right] = \frac{1}{2}\left[\vec{a}_\theta E_\theta \times \vec{a}_\phi \frac{E_\theta^*}{Z_W}\right] = \vec{a}_r \frac{1}{2Z_W}|E_\theta|^2$$

$$= \vec{a}_r Z_W \frac{|I|^2}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 \qquad (4.5)$$

Cường độ phát xạ được tính như sau:

$$U(\theta) = r^2 \prod = Z_W \frac{|I|^2}{8\pi^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 \qquad (4.6)$$

Đối với trường hợp lưỡng cực nửa sóng ($\ell=\lambda/2$) ta có điện trường và trường trừ tại vùng xa như sau:

$$E_\theta = jZ_W \frac{I}{2\pi r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} e^{-jkr} \tag{4.7}$$

$$H_\phi = j\frac{I}{2\pi r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} e^{-jkr}$$

Và:

$$U(\theta) = r^2 \prod = Z_W \frac{|I|^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right]^2 \simeq Z_W \frac{|I|^2}{8\pi^2 r^2} \sin^3\theta$$

$$U(\theta) = r^2 \prod = Z_W \frac{|I|^2}{8\pi^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right]^2 \simeq Z_W \frac{|I|^2}{8\pi^2} \sin^3\theta \tag{4.8}$$

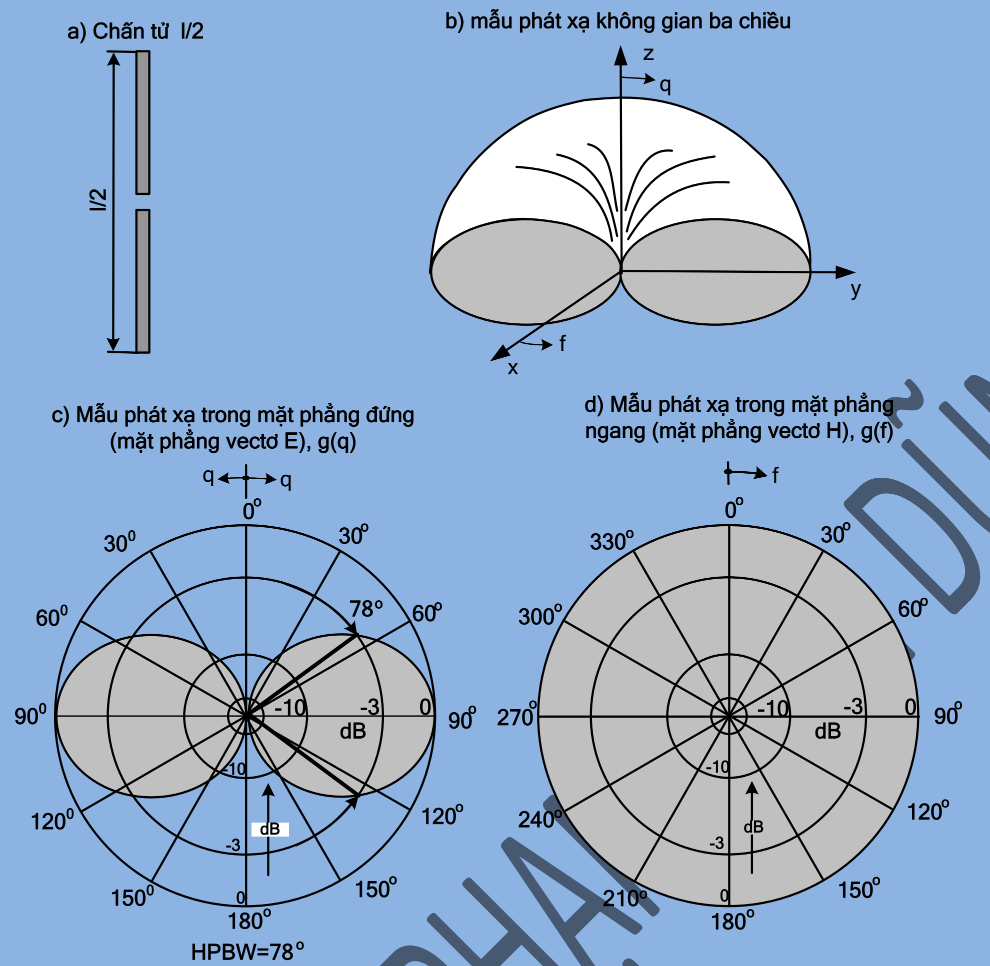
Cường độ phát xạ cực đại:

$$U_{max} = Z_W \frac{|I|^2}{8\pi^2} = \frac{15|I|^2}{\pi} \tag{4.9}$$

Hệ số khuếch đại chuẩn hóa như sau:

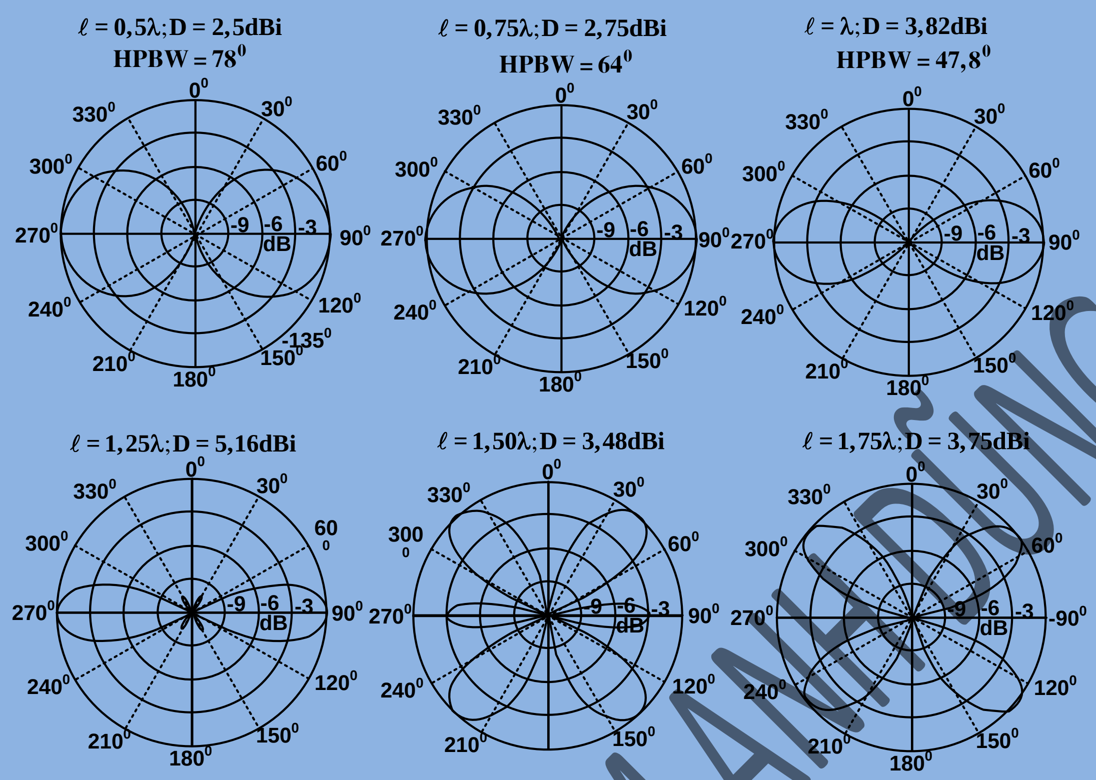
$$g(\theta) = \frac{U(\theta)}{U_{max}} = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right]^2 \simeq \sin^3\theta \tag{4.10}$$

Mẫu phát xạ theo dB cho lưỡng cực nửa sóng được cho trên hình 4.3.



Hình 4.3. Mẫu phát xạ lưỡng cực nửa sóng $\ell=\lambda/2$, HPBW=78^0

Các mẫu phát xạ chuẩn hóa trong mặt đứng cho các lương cực có độ dài khác nhau ℓ=0,5 0,75λ, λ, 1,25λ, 1,50λ, 1,75λ được thể hiện trên hình 4.4.



Hình 4.4. Các mẫu phát xạ và tính hướng đối với lưỡng cực có phân bố dòng hàm sin

Công suất phát xạ lưỡng cực được tính như sau:

$$P = \int_V U(\theta)d\Omega = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} U(\theta)\sin\theta d\theta d\phi = 2\pi\int_0^{\pi} U(\theta)\sin\theta d\theta$$

$$= \frac{Z_W|I|^2}{4\pi}\int_0^{\pi} \frac{\left[\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)\right]^2}{\sin\theta}d\theta \tag{4.11}$$

Sử dụng đồng nhất thức lượng giác:

$$\left[\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)\right]^2$$

$$= \frac{1}{2}\left[\cos(k\ell\cos\theta) - \cos(k\ell)\right] - 2\left[\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)\right]\cos\left(\frac{k\ell}{2}\right) \tag{4.12}$$

Ta viết lại tích phân trong phương trình (4.12) vào dạng sau:

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos(\alpha\cos\theta) - \cos\alpha}{\sin\theta} d\theta \qquad (4.13)$$

Trong đó α= kℓ hoặc kℓ/2

Ta sẽ chuyển đổi tích phân trong phương trình (4.13) thành tổng tích phân như sau. Trước hết đặt z=cosθ, sau đó phân tách phân số thành các thành phần sau:

$$\frac{1}{1-z^2} = \frac{1}{(1+z)(1-z)} = \frac{1}{2(1+z)} + \frac{1}{2(1-z)}$$

cuối cùng đổi biến số $u = \alpha(1+z)$, kết quả được:

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos(\alpha\cos\theta) - \cos\alpha}{\sin\theta} d\theta$$

$$= \sin\alpha \int_0^{2\alpha} \frac{\sin u}{u} du - \cos\alpha \int_0^{2\alpha} \frac{1-\cos u}{u} du \qquad (4.14)$$

$$= S_i(2\alpha)\sin\alpha - C_{in}(2\alpha)\cos\alpha$$

Trong đó

$$S_i(2\alpha) = \int_0^{2\alpha} \frac{\sin u}{u} du \qquad \text{(tích phân sin)} \qquad (4.15)$$

$$C_{in}(2\alpha) = \int_0^{2\alpha} \frac{1-\cos u}{u} du = \gamma + \ln(2\alpha) - C_i(2\alpha) \qquad (4.16)$$

$$C_i(2\alpha) = -\int_{2\alpha}^{\infty} \frac{\cos u}{u} du = \int_{\infty}^{2\alpha} \frac{\cos u}{u} du \quad \text{(tích phân cosin)} \quad (4.17)$$

γ=0,5772

Cuối cùng ta được tích phân trong phương trình (4.11):

$$\int_0^{\pi} \frac{\left[\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)\right]^2}{\sin\theta} d\theta$$

$$= C_{in}(k\ell) + \frac{1}{2}\sin(k\ell)\left[S_i(2k\ell) - 2S_i(k\ell)\right] + \frac{1}{2}\cos(k\ell)\left[2C_{in}(k\ell) - C_{in}(2k\ell)\right] \quad (4.18)$$

$$= \gamma + \ln(k\ell) - C_i(k\ell) + \frac{1}{2}\sin(k\ell)\left[S_i(2k\ell) - 2S_i(k\ell)\right] + \frac{1}{2}\cos(k\ell)\left[\gamma + \ln(k\ell/2) + C_i(2k\ell) - 2S_i(k\ell)\right] \quad (4.19)$$

Như vậy công suất phát xạ sẽ bằng:

$$P = 30|I|^2\left\{\gamma + \ln(k\ell) - C_i(k\ell) + \frac{1}{2}\sin(k\ell)\left[S_i(2k\ell) - 2S_i k\ell)\right] + \frac{1}{2}\cos(k\ell)\left[\gamma + \ln(k\ell/2) + C_i(2k\ell) - 2C_i(k\ell)\right]\right\} \quad (4.20)$$

Trong đó γ=0,5772

$$S_i(k\ell) = \int_0^{k\ell}\frac{\sin u}{u}du,\ S_i(2k\ell) = \int_0^{2k\ell}\frac{\sin u}{u}du \quad (4.21)$$

$$C_i(k\ell) = -\int_{k\ell}^{\infty}\frac{\cos u}{u}du = \int_{\infty}^{k\ell}\frac{\cos u}{u}du, \quad (4.22)$$

$$C_i(2k\ell) = -\int_{2k\ell}^{\infty}\frac{\cos u}{u}du = \int_{\infty}^{2k\ell}\frac{\cos u}{u}du \quad (4.23)$$

Điện trở phát xạ (R_r) có thể được xác định thông qua công suất phát xạ như sau:

$$R_r = \frac{2P}{|I|^2} = 60\left\{\gamma + \ln(k\ell) - C_i(k\ell) + \frac{1}{2}\sin(k\ell)\left[S_i(2k\ell) - 2S_i k\ell)\right] + \frac{1}{2}\cos(k\ell)\left[\gamma + \ln(k\ell/2) + C_i(2k\ell) - 2C_i(k\ell)\right]\right\} \quad (4.24)$$

Vì dòng điện vào lưỡng cực I_{in}=I(z=0)= Isin($k\ell$), nên quan hệ giữa điện trở phát xạ và điện trở đầu vào như sau:

$$P = \frac{1}{2}R_r\,|I|^2 = \frac{1}{2}R_{in}I_{in}^2 = \frac{1}{2}R_{in}\,|I|^2\sin^2(k\ell) \Rightarrow R_{in} = \frac{R_r}{\sin^2(k\ell)} \quad (4.25)$$

Đối với lưỡng cực nửa sóng, thay $\ell=\lambda/2$ vào biểu thức (4.18) ta được tích phân bằng $C_{in}(2\pi)$. Đặt kết quả tích phân tích và $Z_W=120\pi$ vào (4.11) ta được:

$$P = 15|I|^2 C_{in}(2\pi) \simeq 36{,}525|I|^2 \qquad (4.26)$$

Trong đó:

$$C_{in}(2\pi) = 0{,}5772 + \ln(2\pi) - C_i(2\pi) = 0{,}5772 + 1{,}838 - (-0{,}022) \approx 2{,}435$$

Điện trở phát xạ đối với không gian tự do ($Z_W=120\pi$) như sau:

$$R_r = \frac{2P}{I^2} = 30C_{in}(2\pi) = 30.2{,}435 \simeq 73\Omega \qquad (4.27)$$

Đặt $\ell = \lambda/2$ vào phương trình (4.25) ta được:

$$R_{in} = R_r = 73\Omega \qquad (4.28)$$

Ngoài ra tính toán cũng cho thấy thành ảo của điện kháng vào đối với lưỡng cực nửa sóng bằng j42,5 vì thế điện kháng vào của lưỡng cực nửa sóng bằng:

$$Z_{in} = 73 + j42{,}5 \qquad (4.29)$$

Sử dụng các phương trình (4.9) và (4.26), ta tính được tính hướng cực đại của lưỡng cực nửa sóng như sau:

$$D_{max} = \frac{4\pi U_{max}}{P} = \frac{4\pi.15|I|^2}{\pi.36{,}525|I|^2} = 1{,}643 \Rightarrow 2{,}15\text{dB} \qquad (4.30)$$

Sử dụng phương trình (1.99b) ta được diện tích hiệu dụng cực đại:

$$A_{emax} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_{max} = \frac{\lambda^2}{4\pi}(1{,}643) \simeq 0{,}13\lambda^2 \qquad (4.31)$$

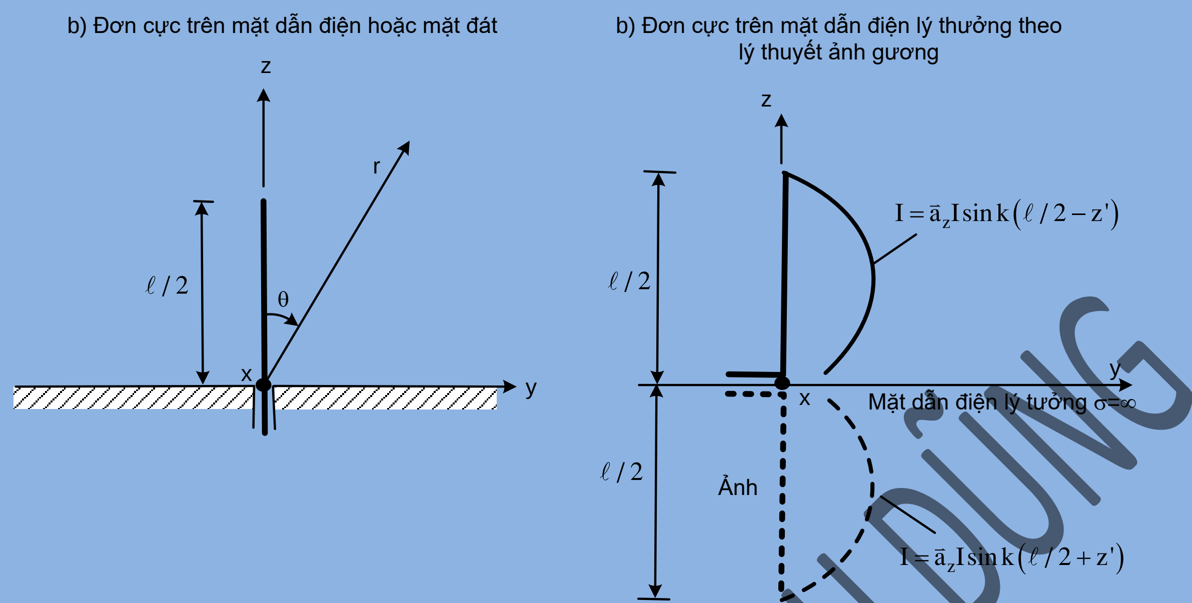
Bảng 4.1 cho thấy một số giá trị thông số điển hình của lưỡng cực đối xứng.

Bảng 4.1. Một số giá trị thông số điển hình của lưỡng cực đối xứng.

ℓ/λ	$R_r(\Omega)$	$(D/G)_{max}$	$(D/G)_{max}$(dBi)	θ_{max}(độ)	$HPBW_E$(độ)
<<1	<<1	1,5	1,76	90,00	90
0,5	73,08	1,64	2,15	90,00	78
0,75	185,68	1,88	2,75	90,00	64
1	198,95	2,41	3,82	90,00	47,8
1,25	106,46	3,28	5,16	90,00	45
1,5	105,42	2,23	3,48	42,57	34
1,75	229,94	2,37	3,75	50,94	32
2,00	259,45	2,53	4,03	57,42	23
2,25	143,48	3,07	4,87	62,28	18
2,50	120,68	3,06	4,86	32,22	20

4.2. ĐƠN CỰC TRÊN MẶT DẪN ĐIỆN HOẶC MẶT ĐẤT

Trong thực tế ta thường gặp đơn cực đặt trên mặt dẫn điện hoặc mặt đất như trên hình 4.5a. Đối với trường hợp mặt dẫn điện lý tưởng, sr dụng lý thuyết ảnh gương ta có thể coi đơn cực đặt trên mặt dẫn điện lý tưởng như một lưỡng cực cos độ dài gấp đôi đơn cực và chỉ phát xạ trong nửa không gian phiá trên mặt dẫn điện ($z \geq 0$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$). Trong trường hợp này, tại vùng xa trường cửa đơn cực được xác định theo các phương trình 4.3 và 4.4. Trong thực tế độ dài của đơn cự thường là $\lambda/4$, vì thế trên mặt dẫn điện lý tưởng độ dài cuả lưỡng cực tương đương với nó bằng $\lambda/2$và điện trường của nó tại vùng xa được xác định theo phương trình (4.8)..



Hình 4.5. Đơn cực trên mặt dẫn điện hoặc mặt đất.

Công suất phát xạ của đơn cực trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lơn vô cùng flà lưỡng cực cấp sóng tại tâm chỉ bằng một mửa công suất phát xạ, trong khi đo dòng điện bằng nhau trong cả hai trường hợp dẫn đến điện trở phát xạ của đơn cực trên mặt dẫn lý tưởng bằng một nửa so với lưỡng cực (tương ứng điện áp cấp sóng bằng một phần hai).Vì thế trở kháng vào của đơn cực bằng:

$$Z_{in}=(73+ j42,5)/2= 36,5+j21,25 \qquad (4.32)$$

Tương ứng tính hướng của đơn cực sẽ gấp đôi lưỡng cực:

$$D_{monopole}=2D_{dipole} \qquad (4.33)$$

Trong đó $D_{monopole}$ là tính hướng của đơn cực, D_{dipole} là tính hướng của lưỡng cực.

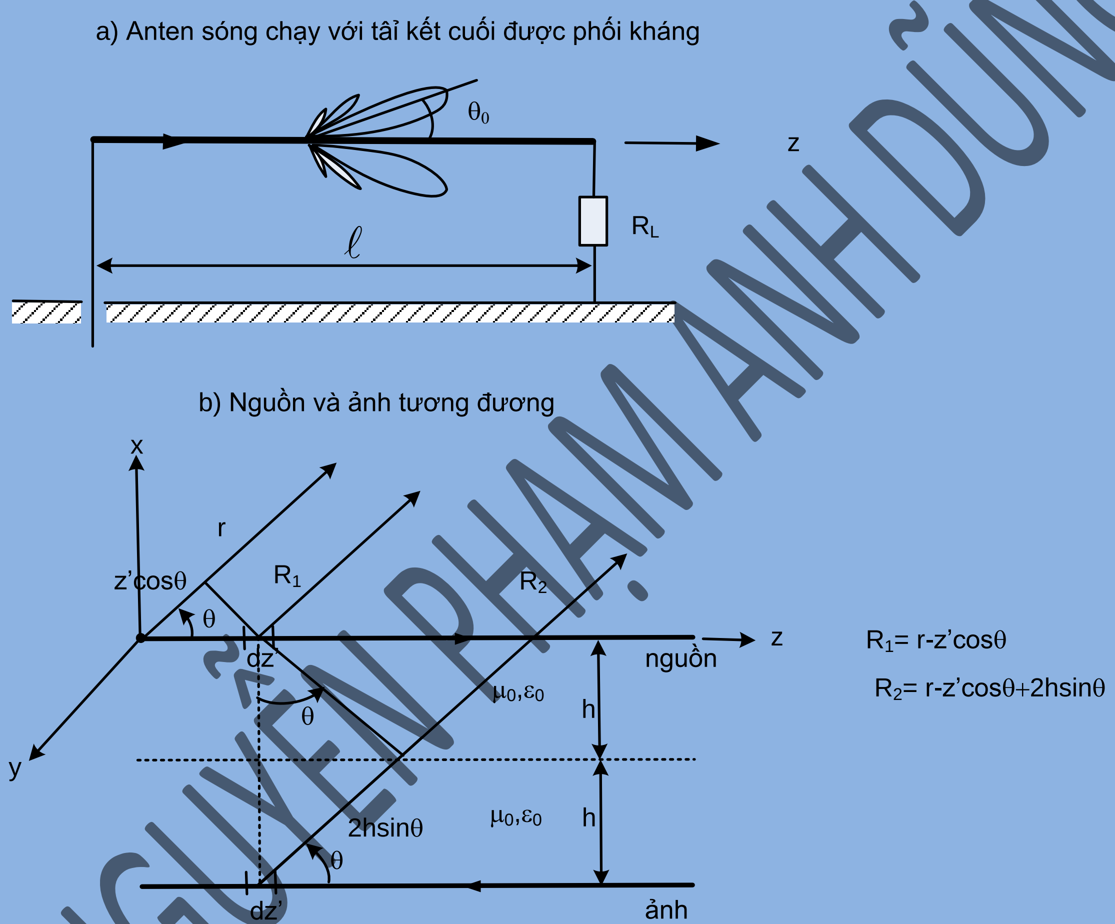
4.3. ANTEN SÓNG CHẠY

Có thể coi anten sóng đứng là xếp chồng tuyến tính của dòng điện chảy thuận và dòng điện chảy ngược. Chẳng hạn có thể viết dòng điện của lưỡng cực nửa sóng vào dạng sau:

$$I(z') = I\cos(kz') = \frac{I}{2}\left(e^{-jkz'} + e^{jkz'}\right) \qquad (4.34)$$

Có thể loại bỏ dòng điện chảy ngược bằng cách kết cuối anten tuyến tính bằng một điện trở tải được phối kháng như trên hình 4.6a . Kết quả cho ta một anten sóng chạy có dòng chảy trên nó như sau:

$$I(z') = I\cos(kz') = \frac{I}{2}e^{-jkz'}, \quad 0 \le z' \le \ell \qquad (4.35)$$



Hình 4.6. Anten sóng chạy với tải kết cuối được phối kháng

Từ hình 4.6a ta có thể tinh được trường phát xạ bởi một phần tử dz' trên antne sóng chạy như sau:

$$dE_\theta = jZ_W \frac{Ie^{-jkz'}dz'}{2\lambda r} e^{-jkr} \sin\theta e^{jkz'\cos\theta} e^{-jkr} \qquad (4.36)$$

$$\begin{aligned} E_\theta &= jZ_W \frac{Ie^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta\int_0^\ell e^{-jkz'}e^{jkz'\cos\theta}dz' \\ &= jZ_W \frac{Ie^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta\int_0^\ell e^{jkz'(\cos\theta-1)}dz' \\ &= jZ_W \frac{Ie^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta\frac{e^{jk\ell(\cos\theta-1)}-1}{jk(\cos\theta-1)} \\ &= jZ_W \frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r}e^{j(k\ell/2)(\cos\theta-1)}\sin\theta\frac{\sin\left[(k\ell/2)(\cos\theta-1)\right]}{(k\ell/2)(\cos\theta-1)} \end{aligned} \tag{4.37}$$

Thông thường anten sóng chạy được đặt trên mặt đất. Giả sử mặt đất là dẫn điện lý thưởng, từ lý thyết ảnh gương (hình 4.6b) ta được tường phát xạ của nó là tỏng trường phát xạ của nguồn và ảnh như sau:

$$\begin{aligned} E_\theta &= jZ_W \frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r}e^{j(k\ell/2)(\cos\theta-1)}\sin\theta\frac{\sin\left[(k\ell/2)(\cos\theta-1)\right]}{(k\ell/2)(\cos\theta-1)}\left(1-e^{-j2hk\sin\theta}\right) \\ &= jZ_W \frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r}e^{j(k\ell/2)(\cos\theta-1)}e^{-jkh\cos\theta}\sin\theta\frac{\sin\left[(k\ell/2)(\cos\theta-1)\right]}{(k\ell/2)(\cos\theta-1)}2j\sin(kh\sin\theta) \end{aligned} \tag{4.38}$$

Từ (4.37) ta có thể tính được mật độ công suất trung bình (vectơ poynting) như sau:

$$\vec{\Pi} = \vec{a}_r \frac{1}{2Z_W}\left|E_\theta\right|^2 = \vec{a}_r \frac{Z_W|I|^2}{8\pi^2 r^2}\frac{\sin^2\theta}{(\cos\theta-1)^2}\sin^2\left[\frac{k\ell}{2}(\cos\theta-1)\right] \tag{4.39}$$

và cường độ phát xạ như sau:

$$U(\theta) = r^2\Pi = \frac{Z_W|I|^2}{8\pi^2}\frac{\sin^2\theta}{(\cos\theta-1)^2}\sin^2\left[\frac{k\ell}{2}(\cos\theta-1)\right] \tag{4.40}$$

Từ (4.39) ta có thể tính được công suất phát xạ bằng cách lấy tích phân theo hình càu bán kính r :

$$P = \oiint_S \vec{\Pi}.d\vec{S} = \frac{Z_W}{4\pi}|I|^2\left[1{,}415 + \ln\left(\frac{k\ell}{\pi}\right) - C_i(2k\ell) + \frac{\sin(2k\ell)}{2k\ell}\right] \tag{4.41}$$

Trong đó $C_i(k\ell)$ được xác định theo phương trình (4.23).

Khi này ta có thể xác định được điện trở phát xạ như sau:

$$R_r = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{Z_W{}^2}{2\pi}\left[1{,}415 + \ln\left(\frac{k\ell}{\pi}\right) - C_i(2k\ell) + \frac{\sin(2k\ell)}{2k\ell}\right] \qquad (4.42)$$

Sử dụng các phương trình (4.40) và (4.31) ta tính được tính hướng:

$$D(\theta,\phi) = \frac{4\pi U}{P} = C_n \frac{\sin^2\theta}{(\cos\theta - 1)^2}\sin^2\left[\frac{k\ell}{2}(\cos\theta - 1)\right] \qquad (4.43)$$

Trong đó:

$$C_n = 2\Big/\left[1{,}415 + \ln\left(\frac{k\ell}{\pi}\right) - C_i(2k\ell) + \frac{\sin(2k\ell)}{2k\ell}\right] \qquad (4.44)$$

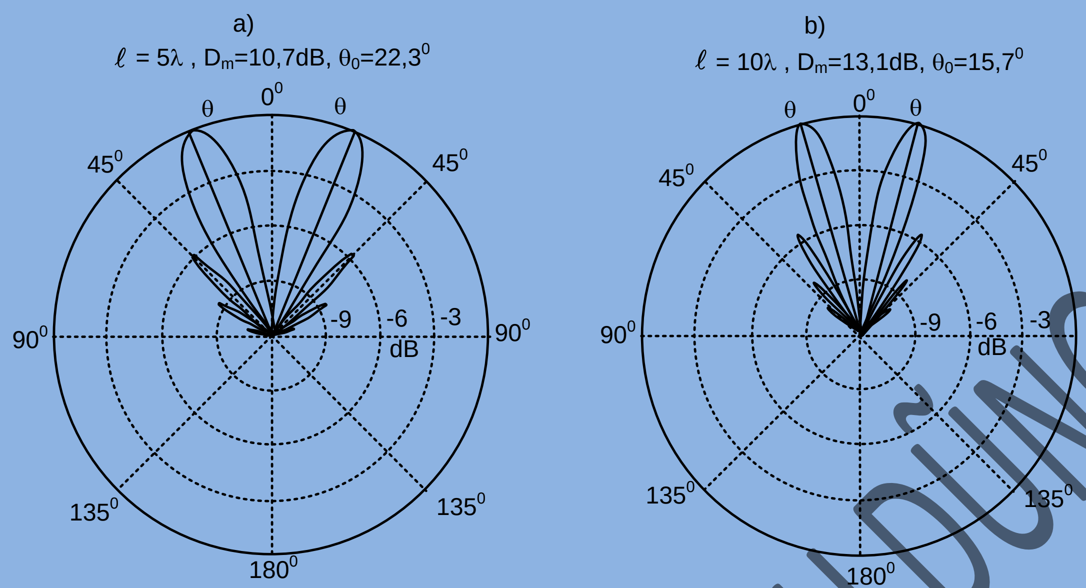
Và tính hướng cực đại sẽ bằng

$$D_m = \frac{4\pi U_m}{P} = C_n \cot^2\left[\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(1 - \frac{0{,}371\ell\lambda}{\ell}\right)\right] \qquad (4.45)$$

Các búp chính xẩy ra ở các góc sau:

$$\theta_0 = \arccos\left(1 - \frac{0{,}371\lambda}{\ell}\right) \qquad (4.56)$$

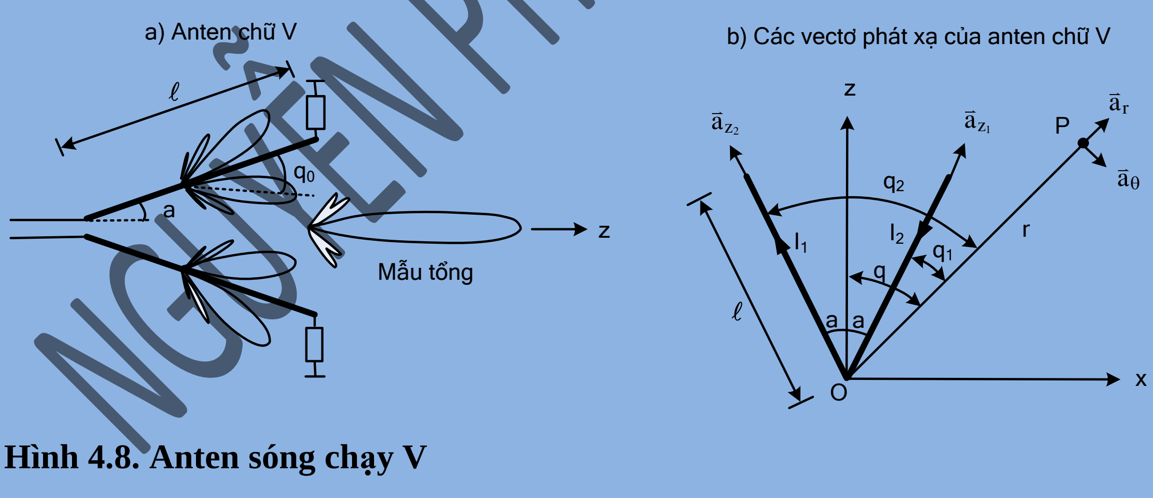
Hình 4.7 cho thấy mẫu phát xạ theo hệ số khuếch đại chuẩn hóa (trong trường hợp này là tính hướng) cho cac trường hợp: ℓ=5λ (hình (4.7a) và ℓ=10λ (hình (4.7b).



Hình 4.7. Mẫu phát xạ theo hệ số khuếch đại chuẩn hóa (trong trường hợp này là tính hướng) cho cac trường hợp: ℓ=5λ (hình (4.7a) và ℓ=10λ (hình (4.7b).

4.4. ANTEN CHỮ V VÀ QUẢ TRÁM

Anten chữ V cấu tạo từ hai anten sóng chạy hợp với nhau một góc bằng 2α như trên hình 4.8a.



Hình 4.8. Anten sóng chạy V

Hình 4.8b cho phép ta phân tích phát xạ của anten chữ V. Trên hình 4.8b $\vec{a}_{z_1}$ và $\vec{a}_{z_2}$ là hai vectơ đơn vị dọc trục của hai nhánh V, θ_1 và θ_2 là các góc độ cực giữa phương đến điểm quan sát P với các phương $\vec{a}_{z_1}$ và $\vec{a}_{z_2}$. Với giả thiết các dòng điện trên hai nhánh của biên độ ngược nhau, ta có thể biểu diễn các dòng điện trên hai nhánh ở dạng sóng chạy như sau:

$$\vec{I}_1(z_1)=\vec{a}_{z_1}Ie^{-jkz_1},\ \vec{I}_2(z_2)=-\vec{a}_{z_2}Ie^{-jkz_2}\quad \text{đối với } 0\le z_1,\ z_2\le\ell. \tag{4.57}$$

Điện trường phát xạ tại vùng xa cuả hai nhánh V trong trường hợp này như sau:

$$\begin{aligned}E_{\theta 1} &= jZ_w\frac{Ie^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta\int_0^{\ell}e^{-jkz_1}e^{jkz_1\cos\theta_1}dz_2\\ &= jZ_w\frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta e^{j\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_1-1)}\frac{\sin\left[\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_1-1)\right]}{\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_1-1)}\\ &= Z_w\frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta.F(\theta_1)\end{aligned} \tag{4.58}$$

Trong đó $\theta_1=\theta-\alpha$

$$F(\theta_1)=e^{j\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_1-1)}\frac{\sin\left[\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_1-1)\right]}{\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_1-1)} \tag{4.59}$$

$$\begin{aligned}E_{\theta 2} &= -jZ_w\frac{Ie^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta\int_0^{\ell}e^{-jkz_2}e^{jkz_2\cos\theta_2}dz_2\\ &= -jZ_w\frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta e^{j\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_2-1)}\frac{\sin\left[\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_2-1)\right]}{\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_2-1)}\\ &= -jZ_w\frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\theta.F(\theta_2)\end{aligned} \tag{4.60}$$

trong đó $\theta_2=\theta+\alpha$

$$F(\theta_2) = e^{j\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_2 - 1)} \frac{\sin\left[\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_2 - 1)\right]}{\frac{k\ell}{2}(\cos\theta_2 - 1)} \tag{4.61}$$

Trường tổng sẽ bằng:

$$E_\theta = E_{\theta 1} + E_{\theta 2} = Z_W \frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r} \sin\theta\left[F(\theta-\alpha) - F(\theta+\alpha)\right] \tag{4.62}$$

Công suất phát xạ trung bình bằng:

$$\vec{\Pi} = \vec{a}_r \frac{1}{2Z_W}\left|E_\theta\right|^2 = \vec{a}_r \frac{Z_W |I|^2 \ell^2}{8\lambda^2 r^2} \sin^2\theta \left|F\left(\theta-\alpha\right) + F\left(\theta+\alpha\right)\right|^2 \tag{4.63}$$

Cừng độ phát xạ bằng:

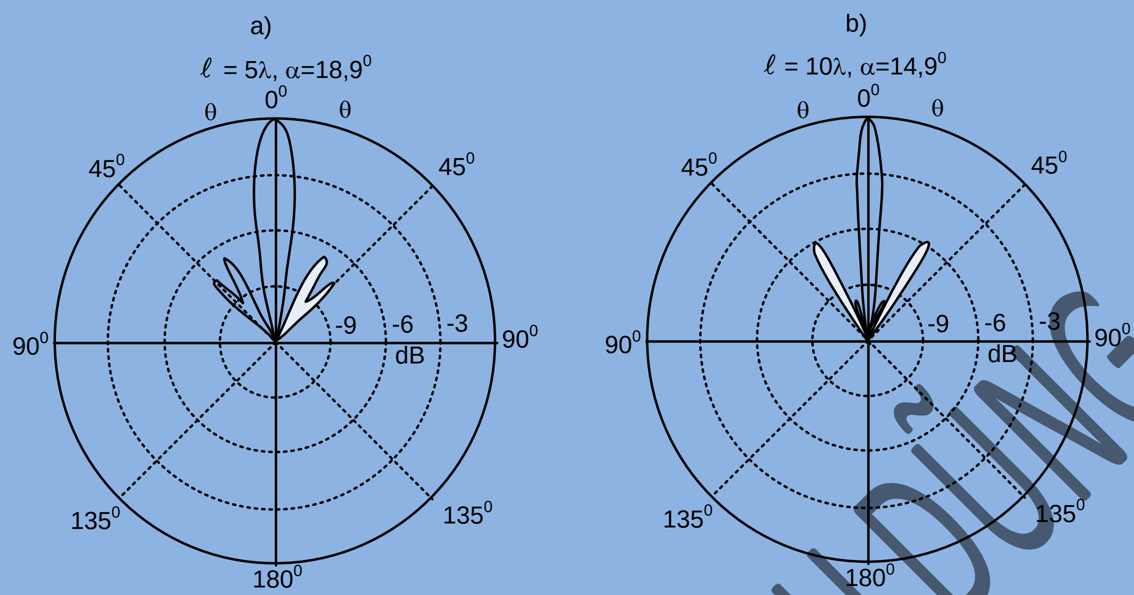
$$U = r^2 \Pi = \frac{Z_W |I|^2 \ell^2}{8\lambda^2} \sin^2\theta \left|F\left(\theta-\alpha\right) - F\left(\theta+\alpha\right)\right|^2 \tag{4.64}$$

Mẫu phát xạ chuẩn hóa theo công suất bằng:

$$g(\theta) = \frac{U}{U_{max}} = C_n \left|F(\theta-\alpha) + F(\theta+\alpha)\right|^2 \tag{4.65}$$

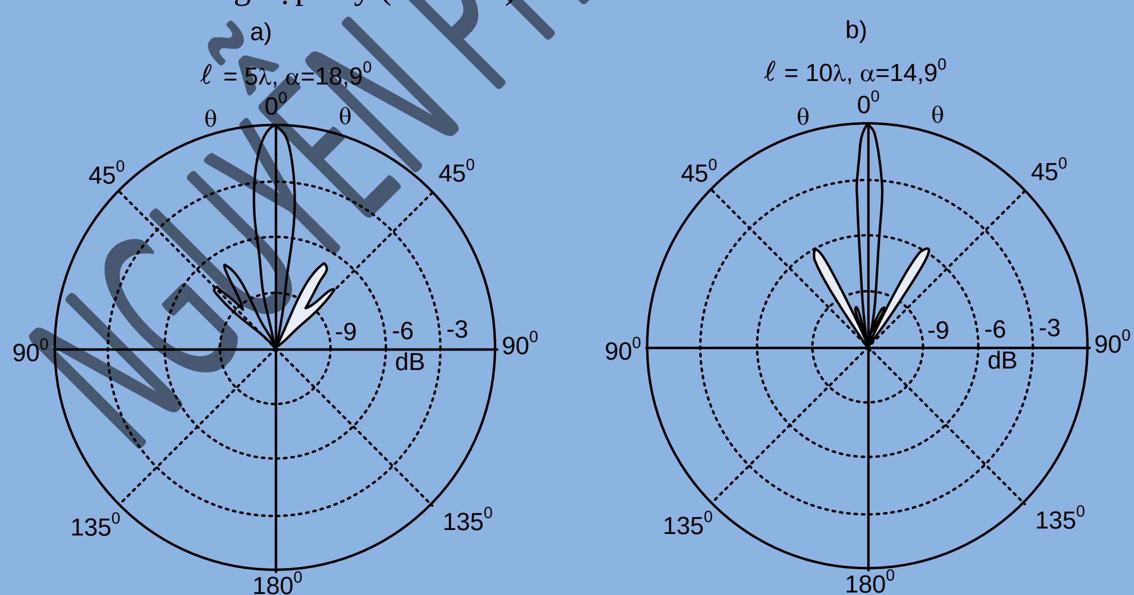
Với chọn góc α gần bằng góc búp chính θ_0 ta được hai búp chính song song với phương chính giữa (đường phân giác) và tạo nên một búp chính mạnh hơn nhờ vậy tăng tính hướng anten. Các búp chính còn lại vẫn tồn tại nhưng bé hơn.

Hình 4.9 cho thấy mẫu công suất cho các trường hợp $\ell=5\lambda$ và $\ell=10\lambda$. Các góc búp chính đã xét trước đây là $\theta_0=22{,}2^0$ và $\theta_0=15{,}7^0$ (hình 4.8). Góc α tối ưu cần chọn để được phát xạ mạnh theo đường phân giác của anten V là $\alpha=0{,}85\theta_0=18{,}9^0$ và $\alpha=0{,}95\theta_0=14{,}9^0$ đối với hai trường hợp này (hình 4.9).



Hình 4.9. Mẫu phát xạ công suất của anten V cho các trường hợp: a) ℓ=5λ, α=0,85θ_0=18,9^0 và b) ℓ=10λ, α=0,95θ_0=14,9^0

Hình 4.9 cho thấy mẫu công suất cho các trường hợp ℓ=5λ và ℓ=10λ. Các góc búp chính đã xét trước đây là θ_0=22,2^0 và θ_0=15,7^0 (hình 4.8). Góc α tối ưu cần chọn để được phát xạ mạnh theo đường phân giác của anten V là α=0,85θ_0=18,9^0 và α=0,95θ_0=14,9^0 đối với hai trường hợp này (hình 4.9).



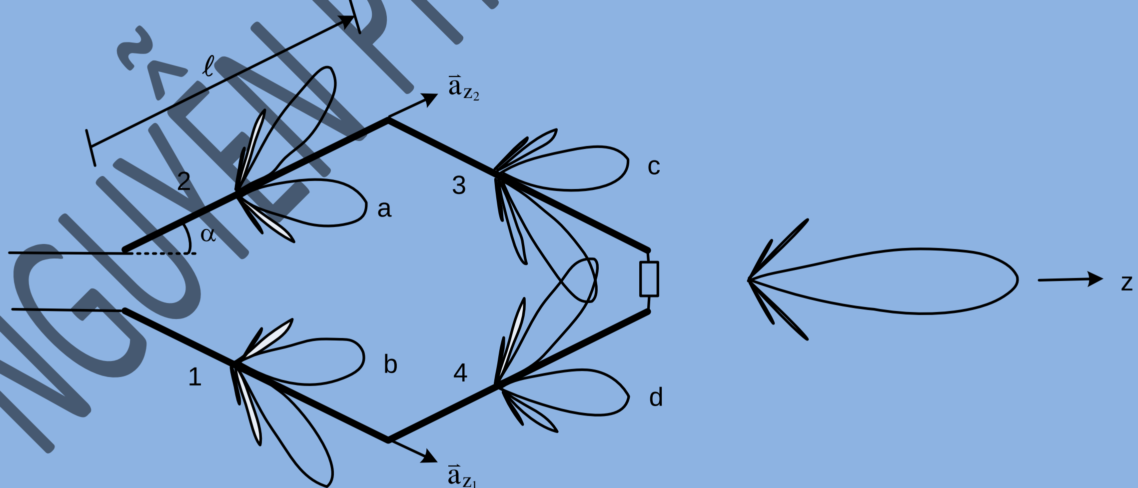
Hình 4.9. Mẫu phát xạ công suất của anten V cho các trường hợp: a) ℓ=5λ, $\alpha=0{,}85\theta_0=18{,}9^0$ và b) ℓ=10λ, $\alpha=0{,}95\theta_0=14{,}9^0$

Góc α tối ưu và tính hướng cực đại cho trường hợp $\ell/\lambda \leq 3$ có thể có tính theo các đa thức sau:

$$2\alpha = \begin{cases} -149.3\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^3 + 603.4\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^2 - 809.5\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right) + 443{,}6 \\ \quad \text{Đối với } 0{,}5 \leq \ell/\lambda \leq 1{,}5 \\ 13.39\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^2 - 78.25\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right) + 168{,}77 \\ \quad \text{Đối với } 1{,}5 \leq \ell/\lambda \leq 3 \end{cases} \qquad (4.66)$$

$$D_m = 2{,}94\left(\frac{\ell}{\lambda}\right) + 1{,}5 \quad \text{với } 0{,}5 \leq \ell/\lambda \leq 1{,}3 \qquad (4.67)$$

Anten quả trám được tạo thành từ kết hợp hai anten chữ V như trên hình 4.10).



Hình 4.10. Anten sóng chạy quả trám

Nhánh 3 là chuyển vị của nhánh 1 theo vectơ $\vec{d}_2 = \ell\vec{a}_{z_2}$ và nhánh 4 là chuyển vị của 2 theo vectơ $\vec{d}_1 = \ell\vec{a}_{z_1}$, nê từ phượng trình (1.136) tương ứng với các hệ số chuyên đổi pha sau:

$$e^{j\vec{k}\vec{d}_2} = e^{jk\ell\vec{a}_r.\vec{a}_{z2}} = e^{jk\ell\cos\theta_2},\ e^{j\vec{k}\vec{d}_1} = e^{jk\ell\vec{a}_r.\vec{a}_{z1}} = e^{jk\ell\cos\theta_1} \quad (4.68)$$

sử dụng chuyển đổi pha ta được:

$$F_{\theta 3} = -e^{jk\ell\vec{a}_r.\vec{a}_{z2}} F_{\theta 1} = -e^{jk\ell\cos\theta_2} F_{\theta 1} = -e^{jk\ell\cos\theta_2} F(\theta_1) \quad (4.69)$$

$$F_{\theta 4} = -e^{jk\ell\vec{a}_r.\vec{a}_{z1}} F_{\theta 2} = -e^{jk\ell\cos\theta_1} F_{\theta 2} = -e^{jk\ell\cos\theta_1} F(\theta_2) \quad (4.70)$$

Dấu âm xuất hiện bởi vì dòng điện trong các nhánh 3 và 4 ngược chiều với dòng điện trong nhánh 1 và 2.

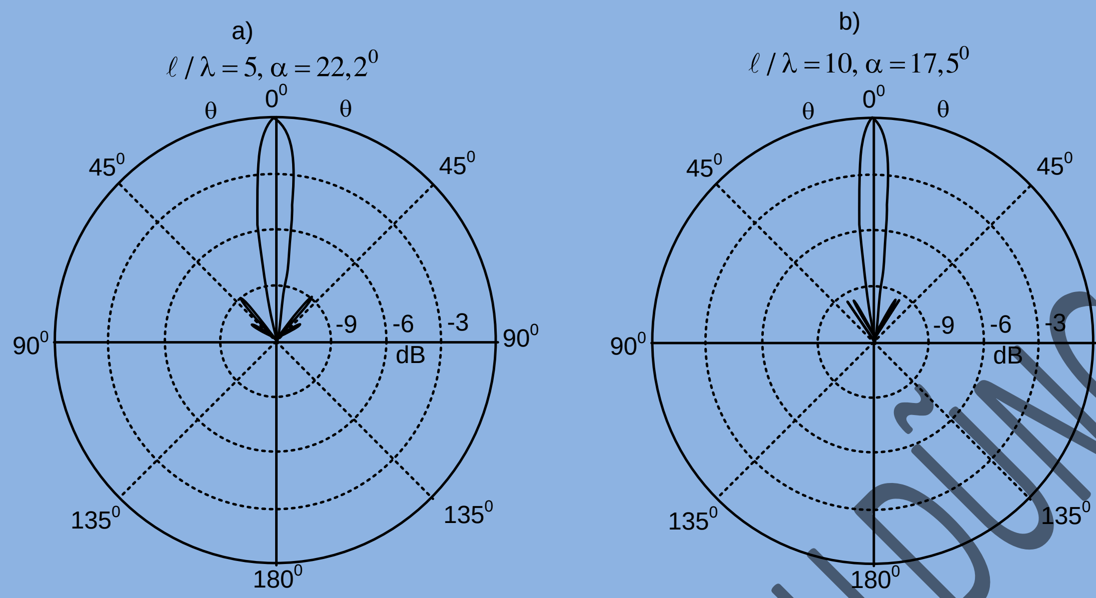
Trường phát xạ tổng sẽ bằng:

$$\begin{aligned} E_\theta = E_{\theta 1} + E_{\theta 2} = Z_W \frac{I\ell e^{-jkr}}{2\lambda r} \sin\theta \big[& F(\theta-\alpha) - F(\theta+\alpha) \\ & - e^{jk\ell\cos(\theta-\alpha)} F(\theta-\alpha) + e^{jk\ell\cos(\theta+\alpha)} F(\theta+\alpha) \big] \end{aligned} \quad (4.71)$$

Mẫu phát xạ chuẩn hóa theo công suất bằng:

$$g(\theta) = C_n \left| F(\theta-\alpha) - F(\theta+\alpha) - e^{jk\ell\cos(\theta-\alpha)} F(\theta-\alpha) + e^{jk\ell\cos(\theta+\alpha)} F(\theta+\alpha) \right|^2 \quad (4.72)$$

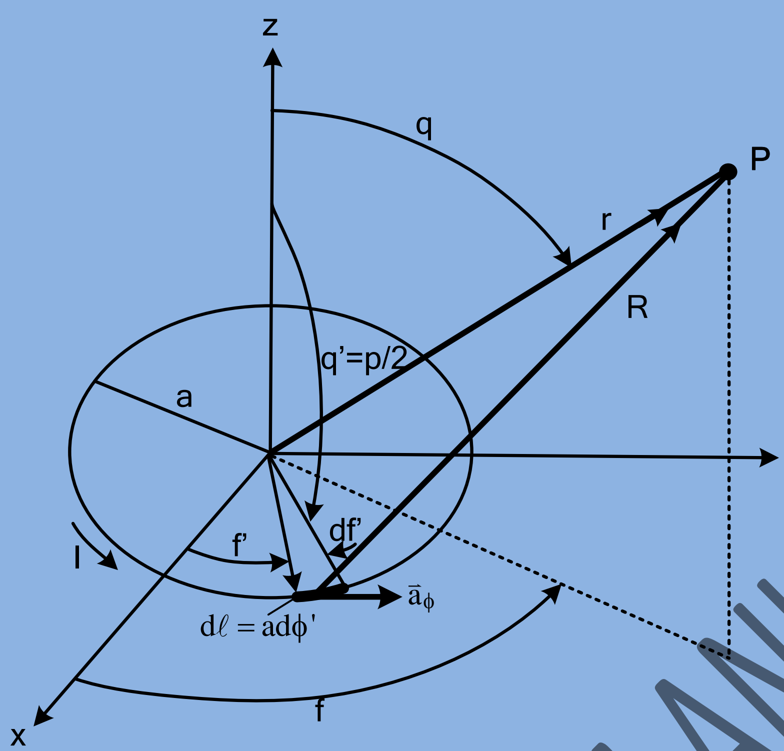
Hình 4.11 cho thấy hệ số khuếch đai $g(\theta)$ trong trường hợp $\ell/\lambda=5$ và $\ell/\lambda=10$. Trong cả hai trường hợp góc V tối ưu $\alpha=\theta_0$ và bằng $22{,}2^0$, $15{,}7^0$.



Hình 4.11. g(θ) trong trường hợp ℓ/λ=5 và ℓ/λ=10.

4.5. ANTEN XUYẾN VỚI DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

Trong phần này ta sẽ xét anten xuyến có kích thước hữu hạn bán kính a với dòng điện không đổi. Bố trí anten xuyến trong không gian tọa độ được cho trên hình 4.12.



Hình 4.12. Bố trí anten xuyến bán kính a với dòng điện không đổi trong không gian tọa độ.

Mật độ dòng điện chảy trên xuyến được xác định theo phương trình (2.38) như sau:

$$\vec{J}\left(x',y',z'\right) = \vec{a}_{\phi}J$$

Trong trường hợp này ta phân tích R trong phương trình (2.47) khi xét đến r>>a như sau:

$$R = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos\phi'} \simeq \sqrt{r^2 + 2ar\sin\theta\cos\phi'} = r - \sin\theta\cos\phi' \qquad (4.73)$$

Đặt vào phương trình (2.47) và biến đổi ta được:

$$A_{\phi} = \frac{a\mu I e^{-jkr}}{4\pi r}\int_{0}^{2\pi}\cos\phi' e^{-jkar\sin\theta\cos\phi'}d\phi' \qquad (4.74)$$

Ta phân tích tích phân trên thành hai tích phân sau:

$$A_\phi = \frac{a\mu I e^{-jkr}}{4\pi r}\left|\int_0^\pi \cos\phi' e^{jkar\sin\theta\cos\phi'}d\phi' + \int_\pi^{2\pi}\cos\phi' e^{jkar\sin\theta\cos\phi'}d\phi'\right| \qquad (4.75)$$

Đổi biến cho thành phần tích phân thứ hai:

$\phi' = \phi'' + \pi$

Ta được:

$$A_\phi = \frac{a\mu I e^{-jkr}}{4\pi r}\left[\int_0^\pi \cos\phi' e^{jkar\sin\theta\cos\phi'}d\phi' - \int_0^\pi \cos\phi'' e^{-jkar\sin\theta\cos\phi''}d\phi''\right] \qquad (4.75)$$

Sử dụng biến đổi sau:

$$\int_0^\pi \cos(n\phi)e^{jz\cos\phi}d\phi = \pi j^n J_n(z) \qquad (4.76)$$

Trong đó $J_n(z)$ là hàm Bessel loại 1 bậc n, ta được:

$$A_\phi = \frac{a\mu I e^{-jkr}}{4\pi r}\left[\pi j J_1(ka\sin\theta) - \pi j J_1(-ka\sin\theta)\right] \qquad (4.77)$$

Do: $J_1(z) = -J_1(-z)$

Nên:

$$A_\phi = j\frac{a\mu I e^{-jkr}}{2r}J_1(ka\sin\theta) \qquad (4.78)$$

Trong đó hàm Bessel loại một bậc một được xác định theo dẫu vô hạn sau:

$$J_1(z) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m (z/2)^{1+2m}}{m!(m+1)!} \qquad (4.79)$$

Sử dụng các phương trình (1.130) và 1.131) ta có thể xác định trường tại vùng xa như sau:

$$E_r \simeq E_\theta = 0$$

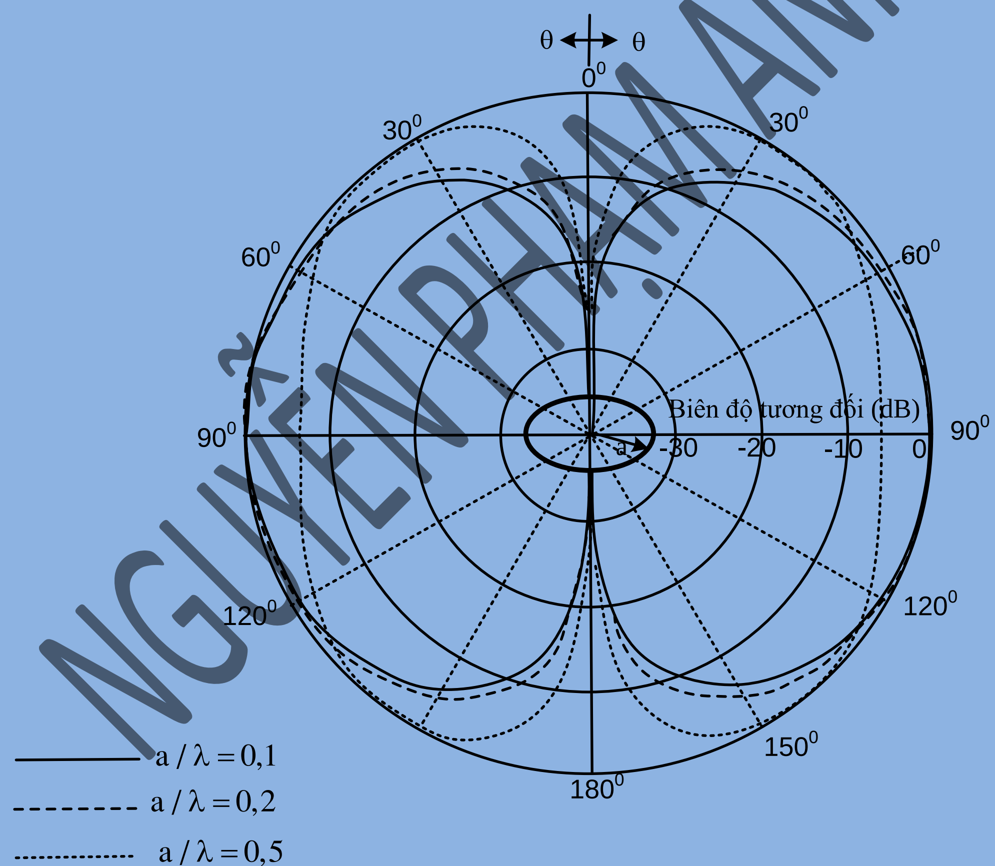
$$E_\phi \simeq \frac{akZ_W I e^{-jkr}}{2r}J_1(ka\sin\theta) \qquad (4.80)$$

$$H_r \simeq H_\phi = 0$$
$$H_\theta \simeq \frac{E_\phi}{Z_W} = \frac{akIe^{-jkr}}{2r} J_1(ka\sin\theta) \qquad (4.81)$$

Mật độ công suất trung bình như sau:

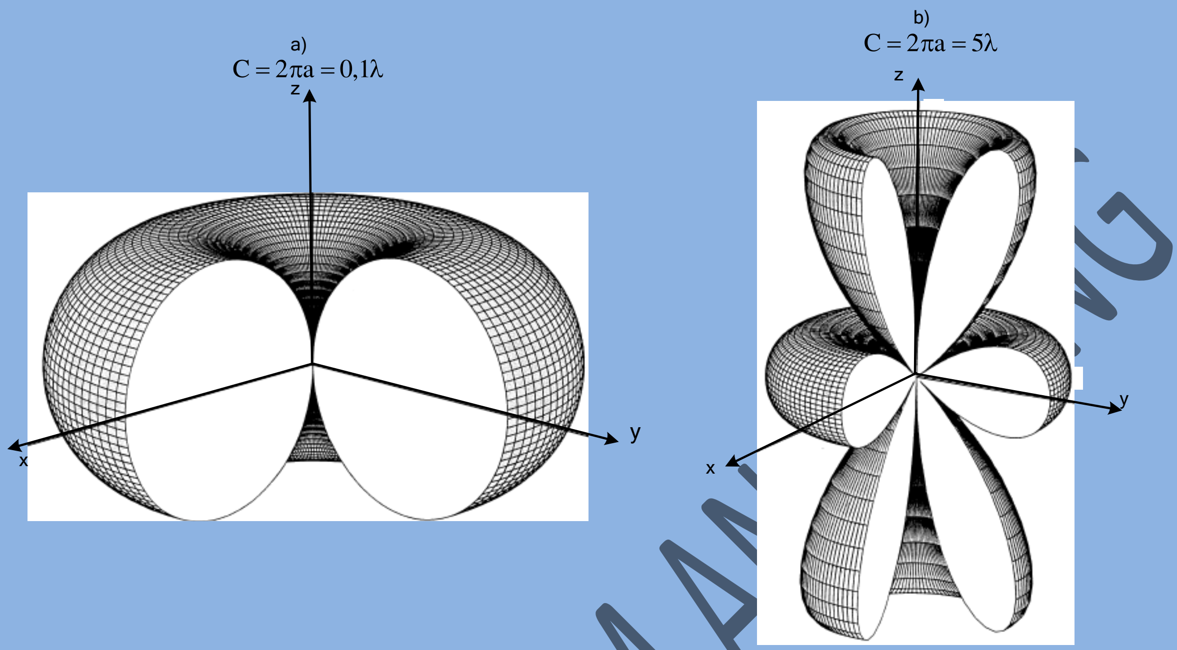
$$\vec{\Pi} = \vec{a}_r \frac{1}{2Z_W}\left|E_\phi\right|^2 = \vec{a}_r \frac{(a\omega\mu)^2 |I|^2}{8Z_W r^2} J_1^2(ka\sin\theta) \qquad (4.82)$$
$$U = r^2 \Pi = \frac{(a\omega\mu)|I|^2}{8Z_W} J_1^2(ka\sin\theta) \qquad (4.83)$$

Mẫu phát xạ trong mặt đứng cho trường hợp a/λ=0,1; 0,2 và 0,5 được thể hiện trên hình 4.13.



Hình 4.13. Mẫu phát xạ trong mặt đứng cho trường hợp a/λ=0,1; 0,2 và 0,5

Hình 4.14 cho thấy mẫu phát xạ ba chiều của các xuyến có chu vi C=2πa bằng 0,λ và bằng 5λ.



Hình 4.14. Mẫu phát xạ ba chiều của các xuyến có chu vi C=2πa bằng 0,λ và bằng 5λ.

Từ (4.63) ta có thể tính được công suất phát xạ như sau:

$$P = \oiint_S \vec{\Pi}.d\vec{S} = \frac{\pi\left(a\omega\mu\right)^2 |I|^2}{8Z_W}\int_0^{\pi} J_1^2\left(k a \sin\theta\right)\sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\pi\left(a\omega\mu\right)^2 |I|^2}{4Z_W}.\frac{1}{ka}\int_0^{2ka} J_2\left(x\right)dx \qquad (4.84)$$

$$= \frac{\pi\left(a\omega\mu\right)^2 |I|^2}{2Z_W}.Q_{II}^{(1)}(ka)$$

Trong đó $Q_{II}^{(1)}(ka)$ là dẫy hàm Bessel sau :

$$Q_{II}^{(1)}(ka) = \frac{1}{ka}\sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+3}(2ka) \qquad (4.85)$$

Trong đó $J_m(x)$ là hàm Bessel loại 1 bậc m.

1. Đối với xuyên lớn ($a \geq \lambda/2$) ta có thể sử dụng các công thức gần đúng sau :

$$\int_0^{\pi} J_1^2(ka\sin\theta)\sin\theta d\theta = \frac{1}{ka}\int_0^{2ka} J_2(x)dx \simeq \frac{1}{ka} \qquad (4.86)$$

Dẫn đến :

$$P \simeq \frac{\pi(a\omega\mu)^2|I|^2}{4Z_W(ka)} \qquad (4.87)$$

Cường độ phát xạ cực đại xẩy ra khi $ka\sin\theta=1{,}84$, vì thế:

$$U_m = \frac{(a\omega\mu)|I|^2}{8Z_W} J_1^2(ka\sin\theta)\Big|_{ka\sin\theta=1{,}84} = \frac{(a\omega\mu)|I|^2}{8Z_W}(0{,}582)^2 \qquad (4.88)$$

Từ (4.87) và $Z_W = 120\pi$ ta được điện trở phát xạ như sau:

$$R_r = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{\pi(a\omega\mu)^2}{2Z_W(ka)} = 60\pi^2\left(\frac{C}{\lambda}\right) \qquad (4.89)$$

tính hướng cực đại như sau:

$$D_m = 4\pi\frac{U_m}{P} = 2ka(0{,}582)^2 = 0{,}677\left(\frac{C}{\lambda}\right) \qquad (4.90)$$

và diện tích hiệu dụng cực đại:

$$A_{emax} = \frac{\lambda^2}{4\pi}D_m = \frac{\lambda^2}{4\pi}\left[0{,}677\left(\frac{C}{\lambda}\right)\right] = 5{,}39\times10^{-2}\lambda C \qquad (4.91)$$

Trong đó $C=2\pi a$ là chu vi và $Z_W=120\pi$.

2. Đối với xuyến trung bình ($\lambda/6\pi \leq a \leq \lambda/2$) ta có thể sử dụng các công thức gần sau.

$$R_r = \frac{2P}{|I|^2} = Z_W \pi (ka)^2 Q_{II}^{(1)}(ka) \tag{4.92}$$

$$D_m = 4\pi \frac{U_m}{P} = \frac{F_m(ka)}{Q_{II}^{(1)}(ka)} \tag{4.93}$$

Trong đó

$$F_m(ka) = J_1^2(ka\sin\theta)_{max} = \begin{cases} J_1^2(1,840) = (0,582)^2 = 0,339 \\ \quad ka > 1,840 \ \ (a > 0,293\lambda \\ J_1^2(ka) \\ \quad ka<1,840 \ \ (a < 0,293\lambda \end{cases} \tag{4.94}$$

3. Đối với xuyến nhỏ ($a<\lambda/6\pi$), ta có thể sử dụng các công sau.

Phân tích hàm Bessel vào chuỗi và chỉ giữ lại thành phần tứ nhất ta được :

$$J_1(ka\sin\theta) = \frac{1}{2}(ka\sin\theta) - \frac{1}{16}(ka\sin\theta)^3 + ... \simeq \frac{1}{2}(ka\sin\theta) \tag{4.95}$$

Đặt (4.95) và (4.80) và (4.81) ta được :

$$E_r \simeq E_\theta = 0$$

$$E_\phi \simeq \frac{a^2\omega k I e^{-jkr}}{4r}\sin\theta = Z_W \frac{(ka)^2 I e^{-jkr}}{4r}\sin\theta \tag{4.96}$$

$$H_r \simeq H_\phi = 0$$

$$H_\theta \simeq \frac{a^2\omega\mu k I e^{-jkr}}{4r}\sin\theta = \frac{(ka)^2 I e^{-jkr}}{4r}\sin\theta \tag{4.97}$$

Đây chínhlà trường tại vùng xa của lưỡng cực xuyến điện nguyên tố đã được viết trong các phương trình (2.55) và (2.51) trong chương 2.

Mật độ công suất trung bình trong trường hợp này như sau:

$$\vec{\Pi} = \vec{a}_r \frac{1}{2Z_W}\left|E_\phi\right|^2 = \vec{a}_r Z_W \frac{(ka)^4 |I|^2}{32r^2}\sin^2\theta \tag{4.98}$$

Công suất phát xạ như sau:

$$\begin{aligned} P &= \oiint_S \vec{\Pi}\, d\vec{S} = Z_W \frac{(ka)^4 |I|^2}{32}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sin^3\theta\, d\theta\, d\phi \\ &= Z_W \frac{\pi (ka)^4 |I|^2}{12} \end{aligned} \tag{4.99}$$

Cường độ phát xạ đươc tính như sau:

$$U = r^2 \Pi = Z_W \frac{(ka)^4 |I|^2}{32}\sin^2\theta \tag{4.100}$$

Điện trở phát xạ được tính như sau:

$$R_r = \frac{2P}{|I|^2} = Z_W \frac{\pi (ka)^4}{6} \tag{4.101}$$

Cường độ phát xạ cực đại xẩy ra tại θ=π/2 và bằng :

$$U_m = \frac{(ka)^4 |I|^2}{32} \tag{4.102}$$

Tính hướng cực đại được tính như sau:

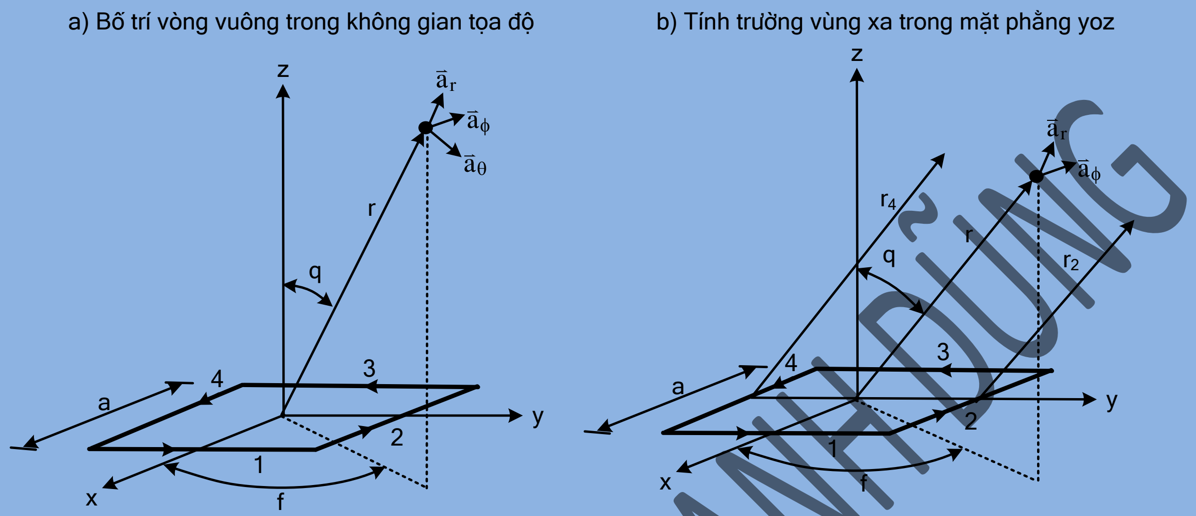
$$D_m = 4\pi \frac{U_m}{P} = \frac{3}{2} \tag{4.103}$$

Diện tích hiệu dụng cực đại bằng:

$$A_{emax} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_m = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \tag{4.104}$$

4.6. VÒNG VUÔNG DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

Có thể coi anten vòng hình vuông như là anten mà mỗi cạnh của nó là một anten tuyến tính (hình 4.15a).



Hình 4.15. Vòng chữ nhận trong không gian tọa độ.

Ta coi rằng dòng điện chảy trên anten không đổi. Mật độ dòng điện chảy trên các cạnh của vòngvuông như sau:

$$\vec{J}_1 = \vec{a}_y J, \vec{J}_2 = -\vec{a}_x J, \vec{J}_3 = -\vec{a}_y J, \vec{J}_4 = \vec{a}_x J \tag{4.105}$$

Từ phương trình (1.5), trong hệ tọa độ trụ ta có:

$$\vec{a}_x = \vec{a}_r \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_\theta \cos\theta\cos\phi - \vec{a}_\phi \sin\phi \tag{4.106}$$

$$\vec{a}_y = \vec{a}_r \sin\theta\sin\phi + \vec{a}_\theta \cos\theta\sin\phi + \vec{a}_\phi \cos\phi \tag{4.107}$$

Sử dụng phương trình (1.136) ta có thể xác định thế vectơ cho các cạnh 1 và 3 của vòng vuông tại vùng xa như sau:

$$\vec{A}_1 = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} e^{j\vec{k}.\vec{d}_1} \int_{-a/2}^{a/2} \vec{J}(0).dSd\ell = \vec{a}_y \frac{\mu a I e^{-jkr}}{4\pi r} e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi} \tag{4.108}$$

$$\vec{A}_3 = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} e^{j\vec{k}.\vec{d}_3} \int_{-a/2}^{a/2} \vec{J}(0).dSd\ell = -\vec{a}_y \frac{\mu a I e^{-jkr}}{4\pi r} e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi} \tag{4.109}$$

Trong đó $\vec{J}(0)=\vec{a}_y J \Rightarrow \vec{I}=\int_{-a/2}^{a/2}\vec{J}(0).dS=\vec{a}_y I$

$\vec{k}.\vec{d}_1 = k.\frac{a}{2}(\vec{a}_r.a_x)=\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi$ và $\vec{k}.\vec{d}_3 = k.\frac{a}{2}(\vec{a}_r.-\vec{a}_x)=-\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi$

Tương tự đối với các cạnh 2 và 4 ta có:

$$\vec{A}_2=\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\vec{k}.\vec{d}_2}\int_{-a/2}^{a/2}\vec{J}(0).dSd\ell=-\vec{a}_x\frac{\mu aIe^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi} \qquad (4.110)$$

$$\vec{A}_4=\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\vec{k}.\vec{d}_4}\int_{-a/2}^{a/2}\vec{J}(0).dSd\ell=\vec{a}_x\frac{\mu aIe^{-jkr}}{4\pi r}e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi} \qquad (4.111)$$

Trong đó $\vec{J}(0)=\vec{a}_x J \Rightarrow \vec{I}=\int_{-a/2}^{a/2}\vec{J}(0).dS=\vec{a}_x I$

$\vec{k}.\vec{d}_2 = k.\frac{a}{2}(\vec{a}_r.a_y)=\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi$ và $\vec{k}.\vec{d}_4 = k.\frac{a}{2}(\vec{a}_r.-\vec{a}_y)=-\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi$

Để đơn giản ta sẽ xét trường tại vùng xa của vòng vuông kích thước nhỏ trong các mặt phẳng chính: yoz hoặc xoz.. Đối với mặt phẳng yoz ($\phi=\pi/2$) từ hình 4.15a ta thấy trường do các cạnh 1 và 3 tạo ra tại vùng xa trong mặt phẳng này sẽ bằng nhau và ngược pha nên sẽ triệt tiêu nhau. Vì thế ta chỉ cần xét trường của các cạnh 2 và 4. Từ phương trình (4.106) ta có:

$$\vec{a}_x=-\vec{a}_\phi \qquad (4.112)$$

Từ phương trình (4.110) ta có

$$\vec{A}_2=\vec{a}_\phi\frac{\mu aIe^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta}\Rightarrow A_{\phi2}=\frac{\mu aIe^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta}$$

Từ phương trình (1.132a) ta có

$$\vec{E}_2=-\vec{a}_\phi j\omega A_{\phi2}=-\vec{a}_\phi\frac{j\omega\mu aIe^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta}=\vec{a}_\phi E_{\phi2} \qquad (4.113)$$

Hay:

$$E_{\phi2}=-jZ_W\frac{aIe^{-jkr}}{4\pi r}e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta}$$

Tương tự từ các phương trình (4.106), (4.111) và (1.132a) ta được:

$$\vec{A}_4 = -\vec{a}_\phi \frac{\mu a I e^{-jkr}}{4\pi r} e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta} \Rightarrow A_{\phi 4} = -\frac{\mu a I e^{-jkr}}{4\pi r} e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta} \quad (4.114)$$

$$\vec{E}_4 = -\vec{a}_\phi j\omega A_{\phi 4} = \vec{a}_\phi \frac{j\omega\mu a I e^{-jkr}}{4\pi r} e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta} = \vec{a}_\phi E_{\phi 4} \quad (4.115)$$

$$E_{\phi 4} = jZ_W \frac{kaIe^{-jkr}}{4\pi r} e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta} \quad (4.116)$$

Trường tổng bằng:

$$\begin{aligned} E_\phi = E_{\phi 2} + E_{\phi 4} &= -jZ_W \frac{kaIe^{-jkr}}{4\pi r}\left(e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta} - e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta}\right) \\ &= Z_W \frac{kaIe^{-jkr}}{2\pi r}\sin\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\right) \end{aligned} \quad (4.117)$$

Đối với a nhỏ (a<λ/50) Phương trình (4.117) rút gọn thành:

$$E_\phi = Z_W \frac{(ka)^2 Ie^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta = Z_W \frac{\pi SIe^{-jkr}}{\lambda^2 r}\sin\theta \quad (4.118)$$

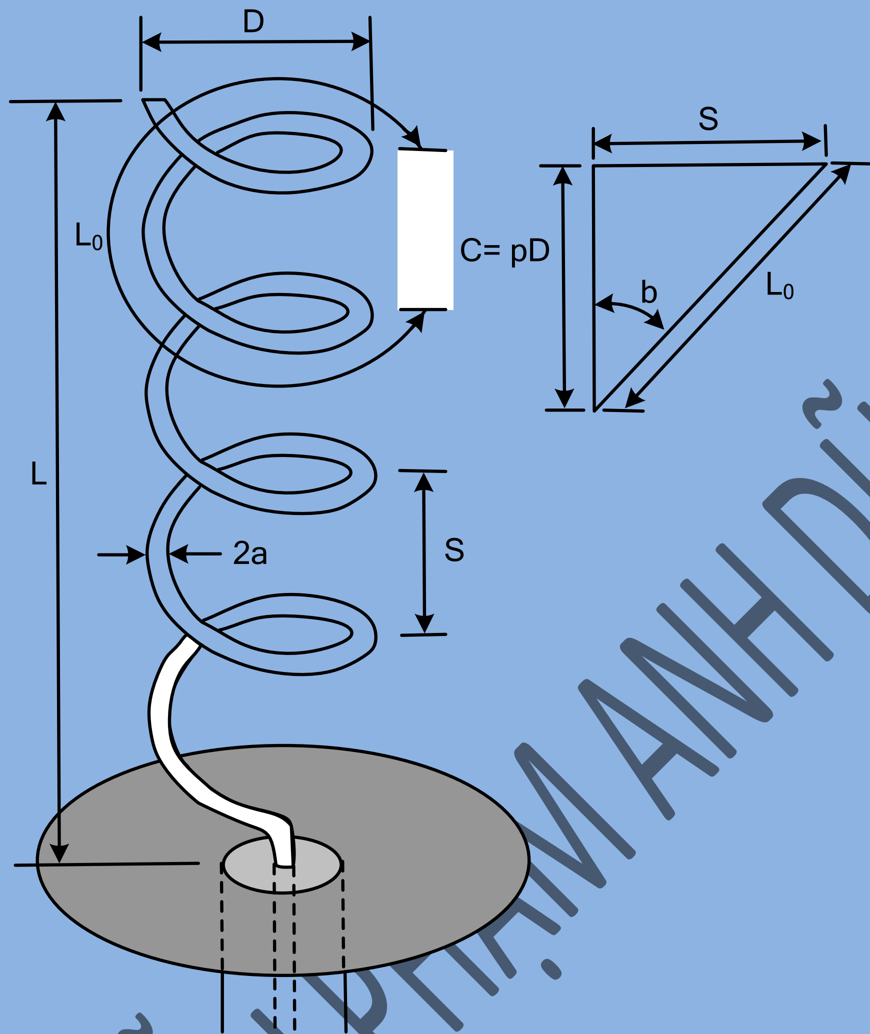
Trong đó $S=\pi a^2$ là diện tích của vòng.

Từ trường được xác định như sau:

$$H_\theta = \frac{E_\phi}{Z_W} = \frac{\pi SIe^{-jkr}}{\lambda^2 r}\sin\theta \quad (4.119)$$

4.7. ANTEN DÂY XOẮN

Một loại anten khá phổ biến trong thực tế là anten dây xoắn được lắp ráp trên một đĩa kim loại tiếp đất và được cấp điện bởi cáp đồng trục như trên hình 4.16.



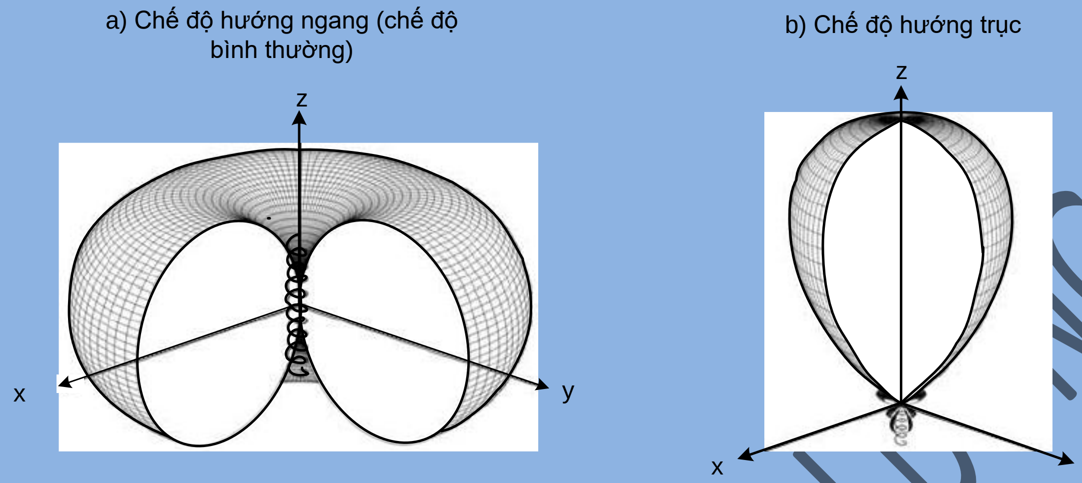
Hình 4.16. Anten dây xoắn với đĩa kim loại tiếp đất.

Hình học của một anten dây xoắn thường có N vòng, đường kính D và mỗi vóng cách nhau S. Tổng chiều dài anten là L=NS, còn tổng chiều dài dây dẫn là $L_n = NL_0 = N\sqrt{S^2 + C^2}$, trong đó $L_0 = \sqrt{S^2 + C^2}$ là độ dài dây dẫn của mỗi vòng và $C=\pi D$ là chu vi của dây xoắn. Một thông số quan trọng nữa là góc xoắn được xác định như sau:

$$\beta = \arctan g\left(\frac{S}{\pi D}\right) = \arctan g\left(\frac{S}{C}\right) \qquad (4.120)$$

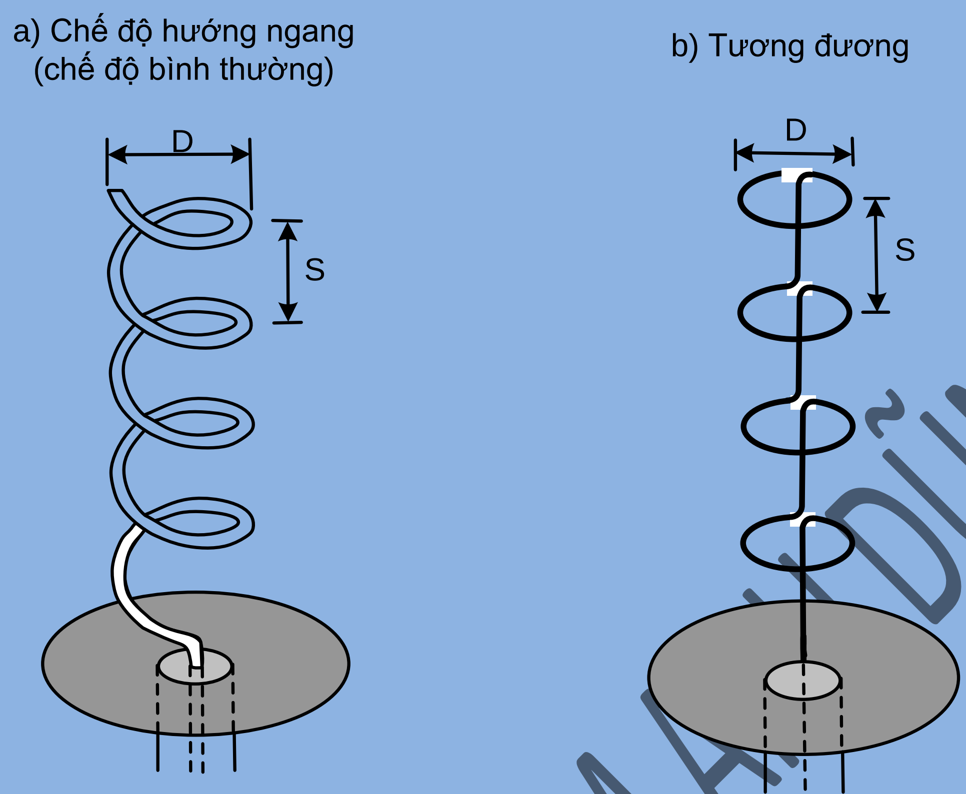
Khi $\beta=0^0$, cuộn dây trở thành và dây xoắn trở thành một anten vòng N cuộn. Khi $\beta=90^0$ dây xoắn trở thành dây thẳng. khi $0^0<\beta<90^0$ ta mới có dây xoắn thực sự.

Anten dây xoắn có thể hoạt động trog hai chế độ: hướng ngang và hướng trục. Hình 4.17 cho thấy mẫu phát xạ không gian của hai chế độ này.



Hình 4.17. Mẫu phát xạ công suất không gian cho hai chế độ: a) hướng ngang hay bình thường và b) hương trục của anten dây xoắn.

A. Chế độ hướng ngang. Trong chế độ này anten phát xạ cực đại trong mặt phẳng vuống góc với trục của dây xoắn và có mẩu phát xạ hình số 8 (hình 4.17a) giống như lưỡng cực tuyến tích có độ dài $\ell<\lambda$ hay xuyến nhỏ có bán kính a<<λ. Để được chế độ hướng ngang, kích thước của dây xoắn phải nhỏ hơn nhiều so với bước sóng (N<<λ). Trong chế độ này ta có thể coi dây xoắn (hình 4.17a) tương đương với N xuyến nhỏ đường kính D hoặc N lưỡng cực ngắn độ dài S (hình 4.17b).



Hình 4.17. Anten dây xoắn chế độ hướng ngang (a) và sơ đồ tương đương (b)

Tại vùng xa, trường phát xạ của lưỡng cực ngắn độ dài S, dòng điện không đổi là E_θ vf được xác định theo phương trình (2.12) như sau:

$$E_\theta = jZ_w \frac{IS}{2\lambda r}\sin\theta e^{-jkr} = jZ_w \frac{kIS}{4\pi r}\sin\theta e^{-jkr} \qquad (4.121)$$

Trường phát xạ của xuyến bán kính D/2 tại vùng xa là E_ϕ được xác định theo phương trình (4.96) như sau:

$$E_\phi = Z_W \frac{(kD/2)^2 I e^{-jkr}}{4r}\sin\theta \qquad (4.122)$$

So sánh (4.121) với (1.22) ta thấy chúng lệch pha theo thời gian một góc bằng $\pi/2$.

Ta định nghĩa tỷ số giữa thành phần E_ϕ và thành phần E_θ là tỷ số trục (AR) như sau:

$$AR = \frac{|E_\phi|}{|E_\theta|} = \frac{4S}{\pi k D^2} = \frac{2\lambda S}{(\pi D)^2} \qquad (4.123)$$

Tùy thuộc vào AR, trường tại vùng xa của anten dây xoắn có thể có phân cực tuyến tính, phân cực elip hoặc phân cực tròn (xem hình 1.22):

- $A_\phi=0$ (AR=0): phân cực tuyến tính ngang
- $A_\theta=0$ ($AR=\infty$): phân cực tuyến tính đứng
- $A_\phi= A_\theta$ (AR=1): phân cực tròn

Trong trường hợp phân cực tròn ta có:

$$AR=\frac{|E_\phi|}{|E_\theta|}=\frac{2\lambda S}{(\pi D)^2}=1 \Rightarrow \begin{cases} C=\pi D=\sqrt{2S\lambda} \\ \tan g\beta=\dfrac{S}{\pi D}=\dfrac{\pi D}{2\lambda} \end{cases} \qquad (4.124)$$

B. Chế độ hướng trục. Đây là chế độ thường dùng trong thực tế.Để đạt được chế độ này tỷ số D/λ và S/λ phả lớn. Để nhận được phân cực trong búp chính cần đảm bảo 3/4<C/λ<4/3 (với C/λ=1 gần như tối ưu) và khoảng các S≈λ/4. Góc xoắn thường là $12^0 \le \beta \le 14^0$.

Anten thường có đĩa kim loại với đường kính không nhỏ hơn λ/2 và được cấp sóng bằng cáp đồng truc.

C. Các thông số thiết kế

Dưới đây là các thông thông số thiết kế cho anten dây xoắn cho các trường hợp 3/4<C/λ<4/3 (với C/λ=1 gần như tối ưu), góc xoắn thường là $12^0 \le \beta \le 14^0$ và N>3.

All these relations are approximately valid provided $12° < \alpha < 14°$, $\frac{3}{4} < C/\lambda_0 < \frac{4}{3}$, and $N > 3$.

Trở kháng vào là thuần trở và được xác định theo công thức sau với độ chính xác vào khoảng ±20%
:

$$R \simeq 140\left(\frac{C}{\lambda}\right) \qquad (4.125)$$

Độ rộng búp 1/2 công suất được xác định như sau:

$$HPBW(\text{Độ}) \simeq \frac{52\lambda^{3/2}}{C\sqrt{NS}} \qquad (4.126)$$

Độ rông búp giữa các công suất không đầu tiên (FNPB) được xác đinh như sau:

$$\text{FNPB}(\text{Độ}) \simeq 115N\frac{C^2S}{\lambda^2} \quad (4.127)$$

Tính hướng được xác định như sau:

$$D_m \simeq 15N\frac{C^2S}{\lambda_0^3} \quad (4.128)$$

Đê tăng tính hướng, tỷ số trục được thiết kế như sau:

$$AR = \frac{2N+1}{2N} \quad (4.129)$$

Mẫu phát xạ được xác định như sauy:

$$E = \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\cos\theta\frac{\sin\left[\left(N/2\right)\psi\right]}{\sin\left(N/2\right)} \quad (4.130)$$

Trong đó

$$\psi = k_0\left(S\cos\theta - \frac{L_0}{p}\right) \quad (4.131)$$

$$p = \frac{L_0/\lambda}{S/\lambda + 1}$$ đối với phát xạ hướng trục thông thường (4.132)

$$p = \frac{L_0/\lambda}{S/\lambda + \left(\frac{2N+1}{2N}\right)}$$ đối với phát xạ hướng trục Hansen-Woodyard

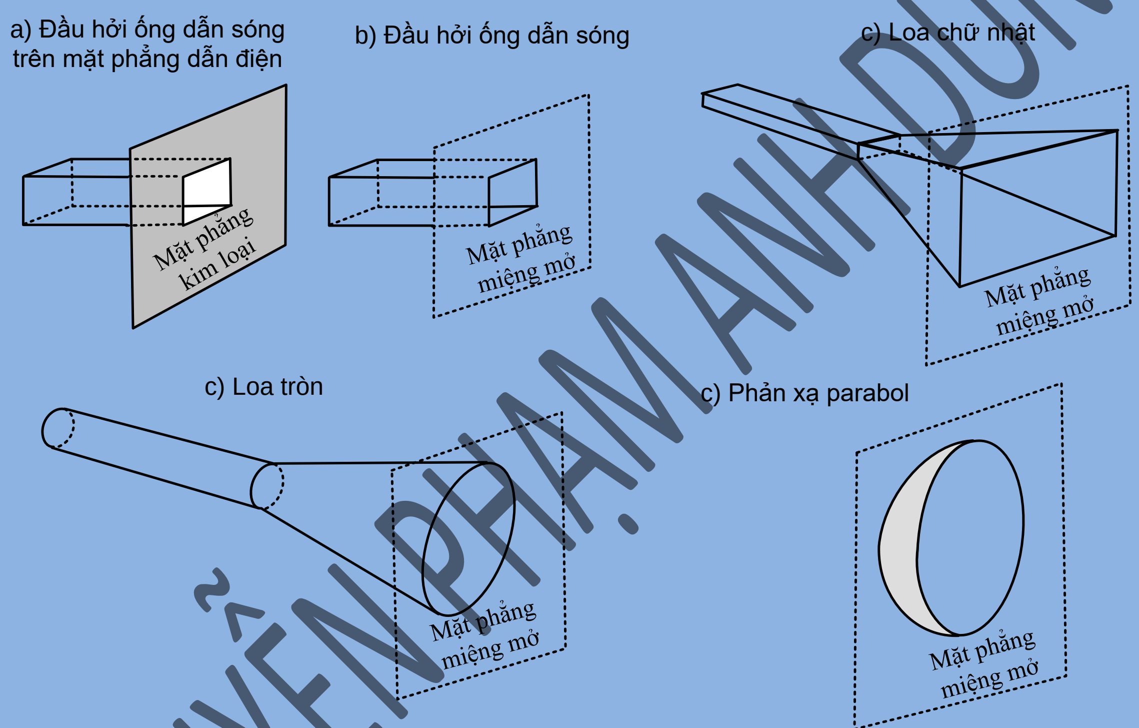
(4.133)

Chương 5

ANTEN MIỆNG MỞ

5.1. MỞ ĐẦU

Các anten miệng mở là cac loại anten phổ biến nhất tại các tần số vi ba. Hình 5.1 cho thấy các cấu hình hình học điển hình của cac anten miệng mở.



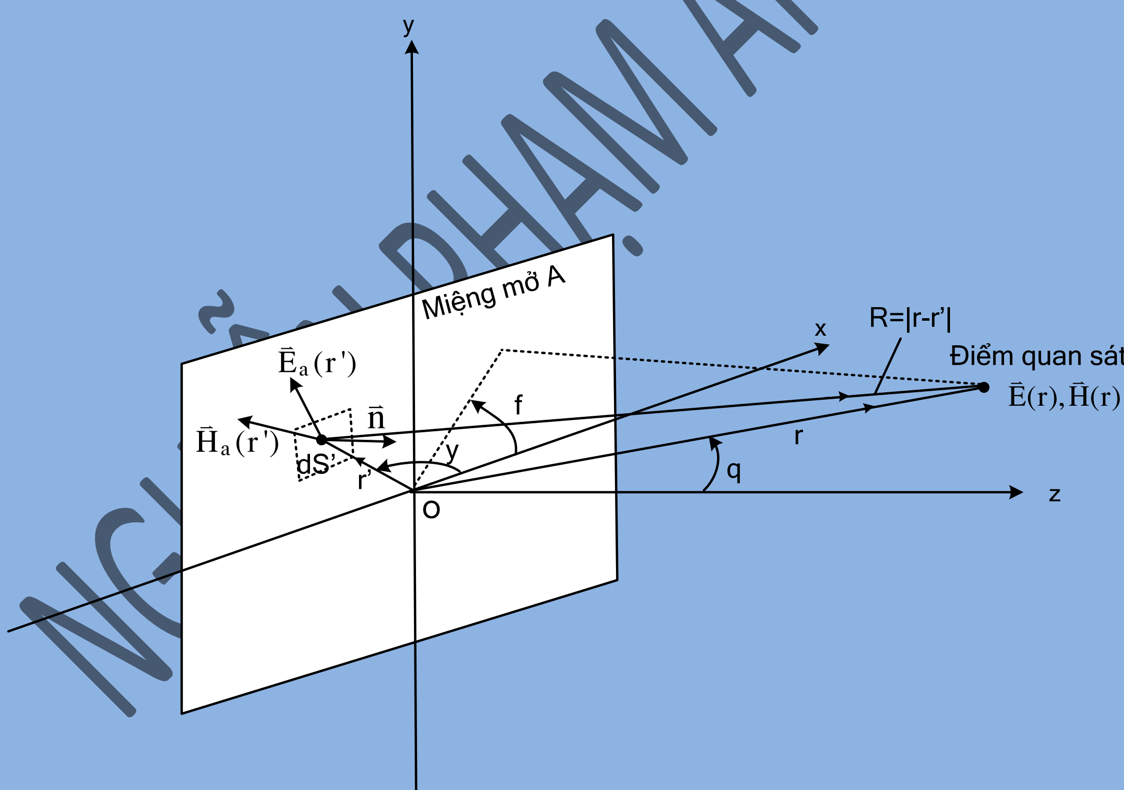
Hình 5.1. Các cấu hình hình học điển hình của cac anten miệng mở.

Các anten miệng mở có thể có dạng: 1) đầu hở cuả ống dẫn sóng trên một mặt dẫn điện (hình 5.1a), 2) đơn thuần là đầu hở của ống dẫn sóng (hình 5.1b), 3) đầu hở của loa chữ nhật nhận được tử mở rộng từ từ của ống dẫn sóng chữ nhận (5.1c), 4) đầu hở của loa tròn nhận được tử mở rộng của ống dẫn dong tròn (5.1d) và 5) bộ phản xạ parabol tròn xoay (5.1e).

5.2 PHÁT XẠ MIỆNG MỞ TRONG KHÔNG GIAN TỰ DO

5.2.1. Trường hợp tổng quát

Ta xét các trường tiếp tuyến $\vec{E}_a$ và $\vec{H}_a$ trên một miệng mở trong không gian tự do như trên hình 5.2. Để sử dụng nguyên lý tương đương ta chọn một mặt phẳng khép kín nằm trên mặt phẳng xoy lớn vô cung. Trên toàn bộ mặt phẳng này hình thành mặt độ dòng điện mặt $\vec{J}_S$ và dòng từ mặt $\vec{J}_{MS}$. Điều khó xử trong trường hợp này là cả hai $\vec{J}_S$ và $\vec{J}_{MS}$ đều khác không ben ngoài miệng mở và ta không thể biểu diễn chúng. Nếu ta thay tế toàn bộ không gian môi trường phái sau trục z (z âm) bămhf một vấn dẫn điện hoặc dẫn từ thì ta cũng chỉ loại bỏ được một trong hai: hoặc mặt độ dòng điện $\vec{J}_S$ hoặc mật độ dòng từ $\vec{J}_{MS}$. Vì thế ta phải chấp nhận mô hình tương đương gần đúng. Trong mô hình này ta coi rằng $\vec{E}_a, \vec{H}_a$ (tương ứng) chỉ tồn tại bên trong miệng mở còn bên ngoià miệng mở chúng bằng không. Kiểm chứng đo lường cũng cho thấy mô hình này là tôt nhất.



Hình 5.2. Các trường phát xạ từ một miệng mở trong không gian tự do

Từ các phương trình (1.156) và (1.157) của nguyên lý tương đương, ta có mật độ dòng điện và mật độ dòng từ trên miệng mở như sau:

$$\left.\begin{aligned}\vec{J}_S &= \vec{n}\times\vec{H}_a = \vec{a}_z\times\vec{H}_a \\ \vec{J}_{M_s} &= -\vec{n}\times\vec{E}_a = -\vec{a}_z\times\vec{E}_a\end{aligned}\right\}\begin{aligned}-a/2 \le x' \le a/2 \\ -b/2 \le y' \le b/2\end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\vec{J}_S \simeq \vec{J}_{M_s} \simeq 0 \qquad \text{tại mọi điểm khác} \tag{5.2}$$

Sử dụng các phương trình (1.123) và (1.125) ta có thể viết thế vectơ tại vùng xa như sau:

$$\vec{A} \simeq \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\vec{F} = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\left(\vec{a}_\theta F_\theta + \vec{a}_\phi F_\phi\right) \tag{5.3}$$

Trong đó:

$$\vec{F} = \oiint_S \vec{J}_s\left(x',y',z'\right).e^{j\vec{k}.a_{r'}}dS' = \vec{a}_z \oiint_S \vec{H}_a\left(r'\right).e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' \tag{5.4}$$

Tương tự đối với dòng từ, sử dụng phương trình (1.143) ta có:

$$\vec{A}_M \simeq \varepsilon\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\vec{F}_M = \varepsilon\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\left(\vec{a}_\theta F_{M\theta} + \vec{a}_\phi F_{M\phi}\right) \tag{5.5}$$

Trong đó

$$\vec{F}_M = \oiint_S \vec{J}_{M_s}(x',y',z')e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' = -\vec{a}_z \oiint_S \vec{E}_a\left(r'\right)e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' \tag{5.6}$$

$$r \simeq r - \vec{k}.\vec{a}_{r'} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned}\vec{k}.\vec{a}_{r'} &= k\vec{a}_r.\vec{a}_{r'} = r'\cos\psi \\ &= \left(\vec{a}_x x' + \vec{a}_y y'\right).\left(\vec{a}_x \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_y \sin\theta\sin\phi + \vec{a}_x\cos\theta\right) \\ &= k(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)\end{aligned} \tag{5.8}$$

Sử dụng phương trình ((1.132b) và (1.132d) ta có các thành phần trường được tạo bởi dòng điện tại vùng xa như sau:

$$\vec{E}_{\theta/\phi} \simeq -j\omega\vec{A}_{\theta/\phi}, \vec{E}_r \simeq 0 \tag{5.9}$$

$$\vec{H}_\theta \simeq -\vec{a}_\theta \frac{E_\phi}{Z_W} = \vec{a}_\theta \frac{j\omega A_\phi}{Z_W}, \vec{H}_\phi \simeq \vec{a}_\phi \frac{E_\theta}{Z_W} = -\vec{a}_\phi \frac{j\omega A_\theta}{Z_W}, \vec{H}_r \simeq 0 \qquad (5.10)$$

Sử dụng các phương trình (1.145b) và (1.145d) ta được thành phần từ trường tạo bởi dòng từ tại vùng xa như sau:

$$\vec{H}_{\theta/\phi} \simeq -j\omega\vec{A}_{M\theta/\phi}, \vec{H}_r \simeq 0 \qquad (5.11)$$

$$\begin{aligned} &\vec{E}_\theta \simeq \vec{a}_\theta Z_W H_\phi = -\vec{a}_\theta j\omega Z_W A_{M\phi}, \\ &\vec{E}_\phi \simeq -\vec{a}_\phi Z_W H_\theta = \vec{a}_\phi j\omega Z_W A_{M\theta}, \vec{E}_r \simeq 0 \end{aligned} \qquad (5.12)$$

Kết hợp các phương trình (5.9), (5.10) vào các phương trình (5.3), (5.5) ta được:

$$E_r \simeq 0 \qquad (5.13a)$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_{M\phi} + Z_W F_\theta\right) \qquad (5.13b)$$

$$E_\phi \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_{M\theta} - Z_W F_\phi\right) \qquad (5.13c)$$

$$H_r \simeq 0 \qquad (5.13d)$$

$$H_\theta \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_\phi - \frac{F_{M\theta}}{Z_W}\right) \qquad (5.13e)$$

$$H_\phi \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_\theta + \frac{F_{M\phi}}{Z_W}\right) \qquad (5.13f)$$

Cường độ phát xạ được tính như sau:

$$\begin{aligned} U(\theta,\phi) = r^2 \prod &= \frac{r^2}{2}\left(\vec{a}_\theta E_\theta + \vec{a}_\phi E_\phi\right) \times \left(\vec{a}_\theta H_\theta + \vec{a}_\phi H_\phi\right)^* \\ &= \frac{r^2}{2Z_W}\left(\left|E_\theta\right|^2 + \left|E_\phi\right|^2\right) \end{aligned} \qquad (5.14)$$

Cường độ phát xạ chuẩn hóa bằng:

$$U(\theta,\phi)=\frac{\left(|E_\theta|^2+|E_\phi|^2\right)}{\left(|E_\theta|^2+|E_\phi|^2\right)_{max}} \tag{5.15}$$

5.2.2. Có điện trường phân bố đồng đều trên miệng mở

Phân bố điện trường có dạng sau:

$$\left.\begin{aligned}\vec{E}_a &= \vec{a}_y E_0\\ H_a &= -\vec{a}_x\frac{E_0}{Z_W}\end{aligned}\right\}\begin{aligned}-a/2\le x'\le a/2\\ -b/2\le y'\le b/2\end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{J}_S &= \vec{n}\times\vec{H}_a=\vec{a}_z\times\vec{H}_a=-\vec{a}_y\frac{E_0}{Z_W}\\ \vec{J}_{M_s} &= -\vec{n}\times\vec{E}_a=-\vec{a}_z\times\vec{E}_a=\vec{a}_x E_0\end{aligned}\right\}\begin{aligned}-a/2\le x'\le a/2\\ -b/2\le y'\le b/2\end{aligned} \tag{5.17}$$

$$\vec{J}_S\simeq\vec{J}_{M_s}\simeq 0 \qquad \text{tại mọi điểm khác} \tag{5.18}$$

Trong đó

$$\vec{a}_x=\vec{a}_r\sin\theta\cos\phi+\vec{a}_\theta\cos\theta\cos\phi-\vec{a}_\phi\sin\phi \tag{5.19}$$

$$\vec{a}_y=\vec{a}_r\sin\theta\sin\phi+\vec{a}_\theta\cos\theta\sin\phi+\vec{a}_\phi\cos\phi \tag{5.20}$$

Tại vùng xa ta có thể bỏ qua thành phần xuyên tâm (thành phần trên trục $\vec{a}_r$). Từ (5.20) ta có:

$$\begin{aligned}\vec{F}&=\oiint_S \vec{J}_s(x',y',z').e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS'\\ &=-\vec{a}_y\oiint_S\frac{E_0}{Z_W}e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS'=\vec{a}_\theta F_\theta+\vec{a}_\phi F_\phi\end{aligned} \tag{5.21}$$

trong đó:

$$\vec{k}.\vec{a}_{r'}=k(x'\sin\theta\cos\phi+y'\sin\theta\sin\phi) \tag{5.22}$$

$$\vec{F}_\theta=-\vec{a}_\theta\cos\theta\sin\phi\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2}\frac{E_0}{Z_W}e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi+y'\sin\theta\sin\phi)}dx'dy' \tag{5.23}$$

$$\vec{F}_\phi=-\vec{a}_\phi\cos\phi\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2}\frac{E_0}{Z_W}e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi+y'\sin\theta\sin\phi)}dx'dy' \tag{5.24}$$

Sử dụng tích phân sau:

$$\int_{-c/2}^{c/2} e^{j\alpha z}dz = c\left[\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}c\right)}{\frac{\alpha}{2}c}\right] \qquad (5.26)$$

Cho các phương trình (5.23) và (5.24) ta được:

$$F_\theta = -\frac{abE_0}{Z_W}\left[\cos\theta\sin\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\right]\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \qquad (5.27)$$

$$F_\phi = -\frac{abE_0}{Z_W}\left[\cos\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right)\right] \qquad (5.28)$$

Từ (5.19) ta có:

$$\vec{F}_M = \oiint_S \vec{J}_{M_s}(x',y',z')e^{j\vec{k}.\vec{a}_r'}dS'$$

$$= \vec{a}_x \oiint_S E_0 e^{j\vec{k}.\vec{a}_r'}dS' = \vec{a}_\theta F_{M\theta} + \vec{a}_\phi F_{M\phi}$$

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta \cos\theta\cos\phi \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2} E_0 e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'dy' \qquad (5.29)$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi \sin\phi \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2} E_0 e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'dy' \qquad (5.30)$$

Sử dụng tích phân sau (5.26) cho các phương trình (5.29) và (5.30) ta được:

$$F_{M\theta} = abE_0\left[\cos\theta\cos\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right)\right] \qquad (5.31)$$

$$F_{M\phi} = -abE_0\left[\sin\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right)\right] \qquad (5.32)$$

Trong đó

$$X = \frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi \qquad (5.33)$$

$$Y = \frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi \qquad (5.34)$$

$$E_r \simeq 0 \qquad (5.35a)$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_{M\phi} + Z_W F_\theta\right)$$
$$= \frac{jabE_0 ke^{-jkr}}{4\pi r}\sin\phi(1+\cos\theta)\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \qquad (3.35b)$$

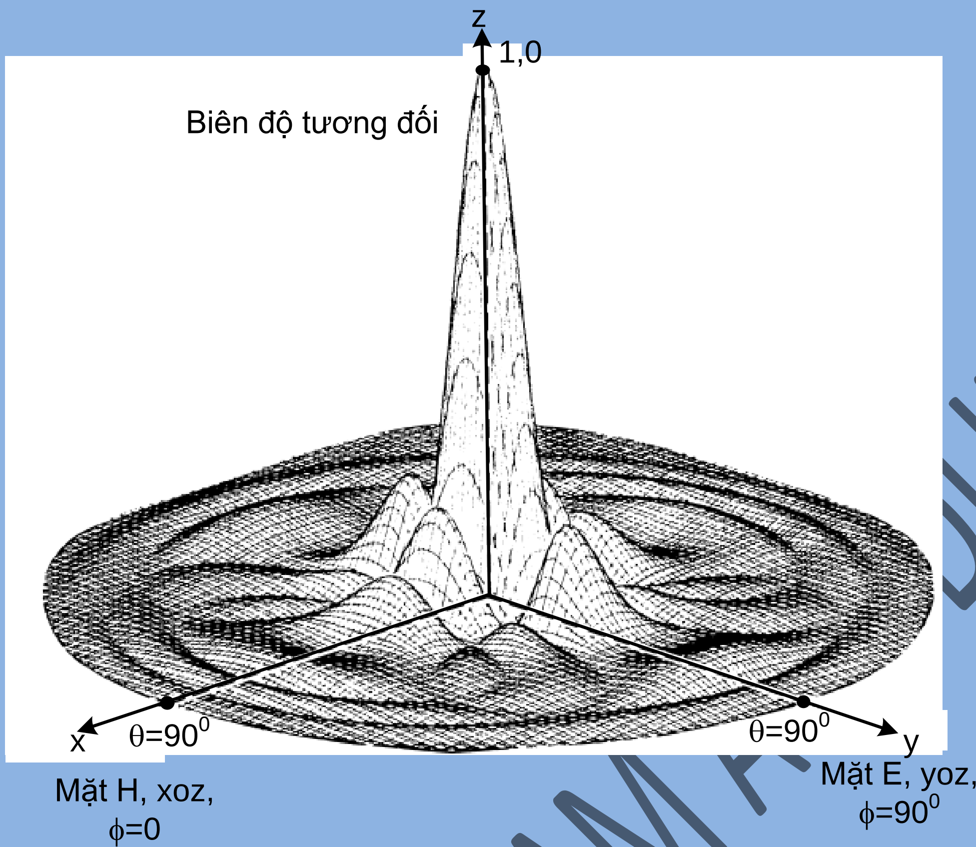
$$E_\phi \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_{M\theta} - Z_W F_\phi\right)$$
$$= \frac{jabkE_0 e^{-jkr}}{4\pi r}\cos\phi(1+\cos\theta)\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \qquad (3.35c)$$

$$H_r \simeq 0 \qquad (3.35d)$$

$$H_\theta = -\frac{E_\phi}{Z_W} \qquad (3.35e)$$

$$H_\phi = \frac{E_\theta}{Z_W} \qquad (3.35f)$$

Hình 5.3 cho thấy mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở chữ nhật có phân bố trường không đổi trong không gian tự do đối với trường hợp a=3λ và b=2λ.



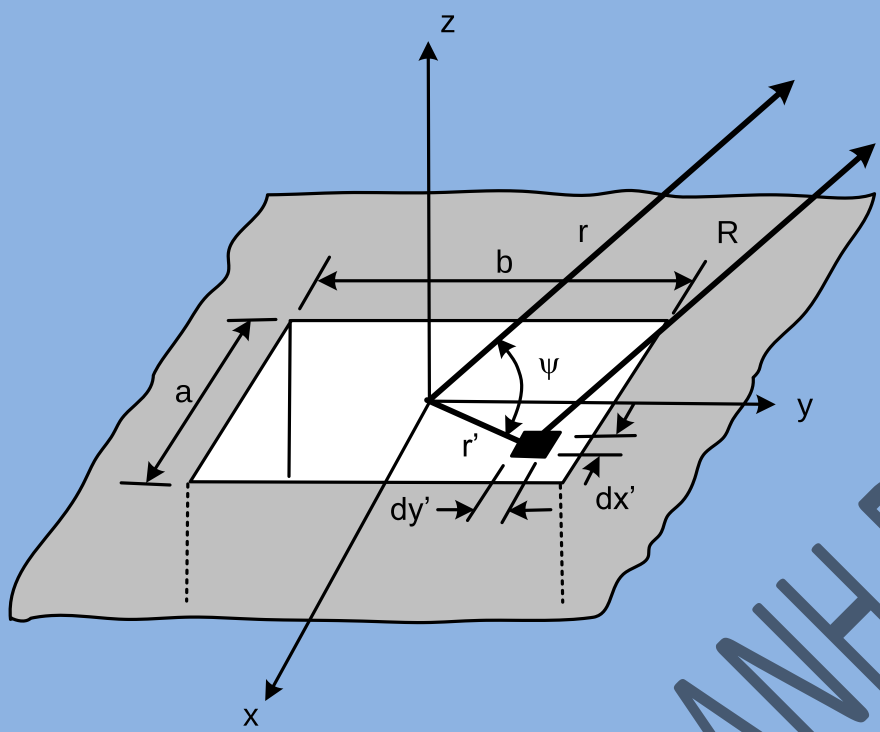
Hình 5.3. Mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở chữ nhật có phân bố trường không đổi trong không gian tự do đối với trường hợp a=3λ và b=2λ.

5.3. MIỆNG MỞ CHỮ NHẬT TRÊN MẶT DẪN LÝ TƯỞNG LỚN VÔ CÙNG VỚI ĐIỆN TRƯỜNG PHÂN BỐ ĐỀU

Ta xét một miệng mở chữ nhật trên một mặt dẫn lý tưởng lớn vô cùng như trên hình 5.4. Để đơn giản ta coi rằng phân bố điện trường trên miệng mở đồng đều và bằng:

$$\vec{E}_a = \vec{a}_y E_0 \qquad -a/2 \le x' \le a/2, \quad -b/2 \le y' \le b/2 \qquad (5.36)$$

Trong đó E_0 không đổi.



Hình 5.4. Miệng mở chữ nhật trên một mặt dẫn lý tưởng lớn vô cùng

Sử dụng nguyên lý tương đương từ hình 1.31e ta có:

$$\vec{J}_{M_s} = \begin{cases} -2\vec{n}\times\vec{E}_a = -2\vec{a}_z\times\vec{a}_y E_0 = 2\vec{a}_x E_0 & \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -a/2 \le y' \le a/2 \end{matrix} \\ 0 & \text{tại mọi vị trí khác} \end{cases} \quad (5.37)$$

$$\vec{J}_S = 0 \qquad \text{tại mọi vị trí}$$

Trong đó:

$$\vec{a}_x = \vec{a}_r \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_\theta \cos\theta\cos\phi - \vec{a}_\phi \sin\phi$$

$$\vec{k}.\vec{a}_{r'} = k(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)$$

Tại vùng xa thành phần dọc theo r rất nhỏ, nên sử dụng (5.4) và (5.6) cho trường hợp này ta được:

$$\vec{F} = \oiint_S \vec{J}_s(x',y',z').e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}} dS' = 0 \quad (5.38)$$

$$\vec{F}_M = \oint\!\!\oint_S \vec{J}_{M_s}(x',y',z')e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS'$$

$$= 2\vec{a}_x \oint\!\!\oint_S E_0 e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' = \vec{a}_\theta F_{M\theta} + \vec{a}_\phi F_{M\phi}$$

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta 2\cos\theta\cos\phi \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2} E_0 e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'dy' \qquad (5.39)$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi 2\sin\phi \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2} E_0 e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'dy' \qquad (5.40)$$

Sử dụng tích phân sau:

$$\int_{-c/2}^{c/2} e^{j\alpha z}dz = c\left[\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}c\right)}{\frac{\alpha}{2}c}\right] \qquad (5.41)$$

Cho (5.39) và (5.40), sau biến đổi ta được:

$$F_{M\theta} = 2abE_0\left[\cos\theta\cos\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\right]\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \qquad (5.42)$$

$$F_{M\phi} = -2abE_0\left[\sin\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\right]\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \qquad (5.43)$$

Trong đó

$$X = \frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi \qquad (5.44)$$

$$Y = \frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi \qquad (5.45)$$

Sử dụng các phương trình (5.13) với lưu ý F_θ=F_ϕ=0 ta được:

$$E_r \simeq 0 \qquad (5.46a)$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}F_{M\phi} = j\frac{abkE_0e^{-jkr}}{2\pi r}\sin\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \qquad (5.46b)$$

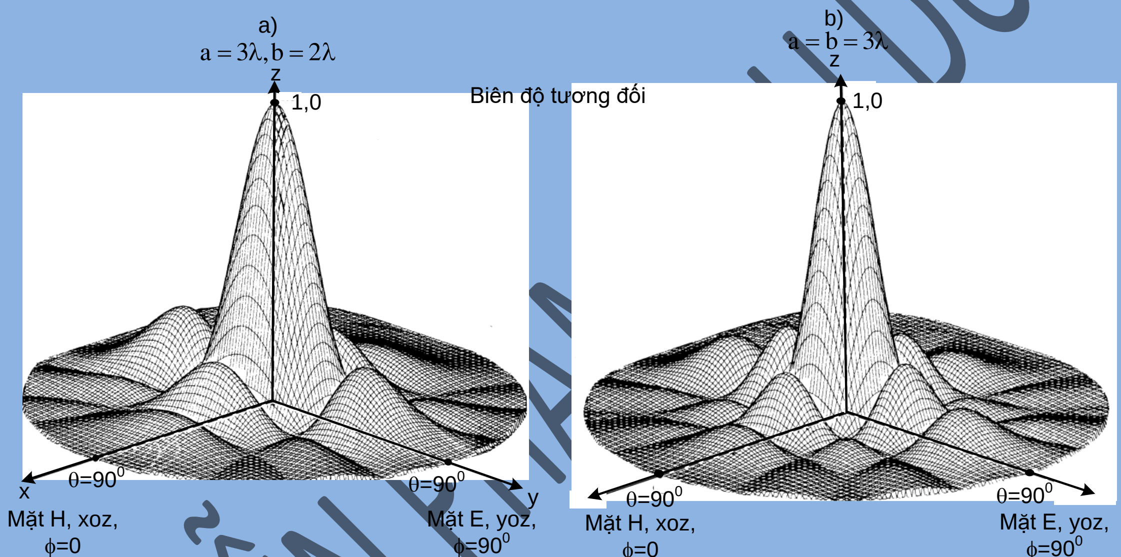
$$E_\phi \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}F_{M\theta} = j\frac{abkE_0e^{-jkr}}{2\pi r}\cos\theta\cos\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \qquad (5.46c)$$

$$H_r \simeq 0 \tag{5.46d}$$

$$H_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\frac{F_{M\theta}}{Z_W} = -j\frac{abkE_0e^{-jkr}}{2\pi rZ_W}\cos\theta\cos\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \tag{5.46e}$$

$$H_\phi \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\frac{F_{M\phi}}{Z_W} = j\frac{abkE_0e^{-jkr}}{2\pi rZ_W}\sin\phi\left(\frac{\sin X}{X}\right)\left(\frac{\sin Y}{Y}\right) \tag{5.46f}$$

Hình 5.5 cho thấy mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở chữ nhật trên mặt dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng có phân bố trường không đổi đối với trường hợp a=3λ và b=2λ (hình 5.5a) và đối với trường hợp a=b=3λ (hình 5.5b).



Hình 5.5. Mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở chữ nhật trên mặt dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng có phân bố trường không đổi đối với trường hợp a=3λ và b=2λ (hình 5.4a) và đối với trường hợp a=b=3λ (hình 5.4b).

Trong mặt phẳng E, yoz ($\phi=\pi/2$), trường có dạng sau:

$$E_r = E_\phi = 0 \tag{5.47}$$

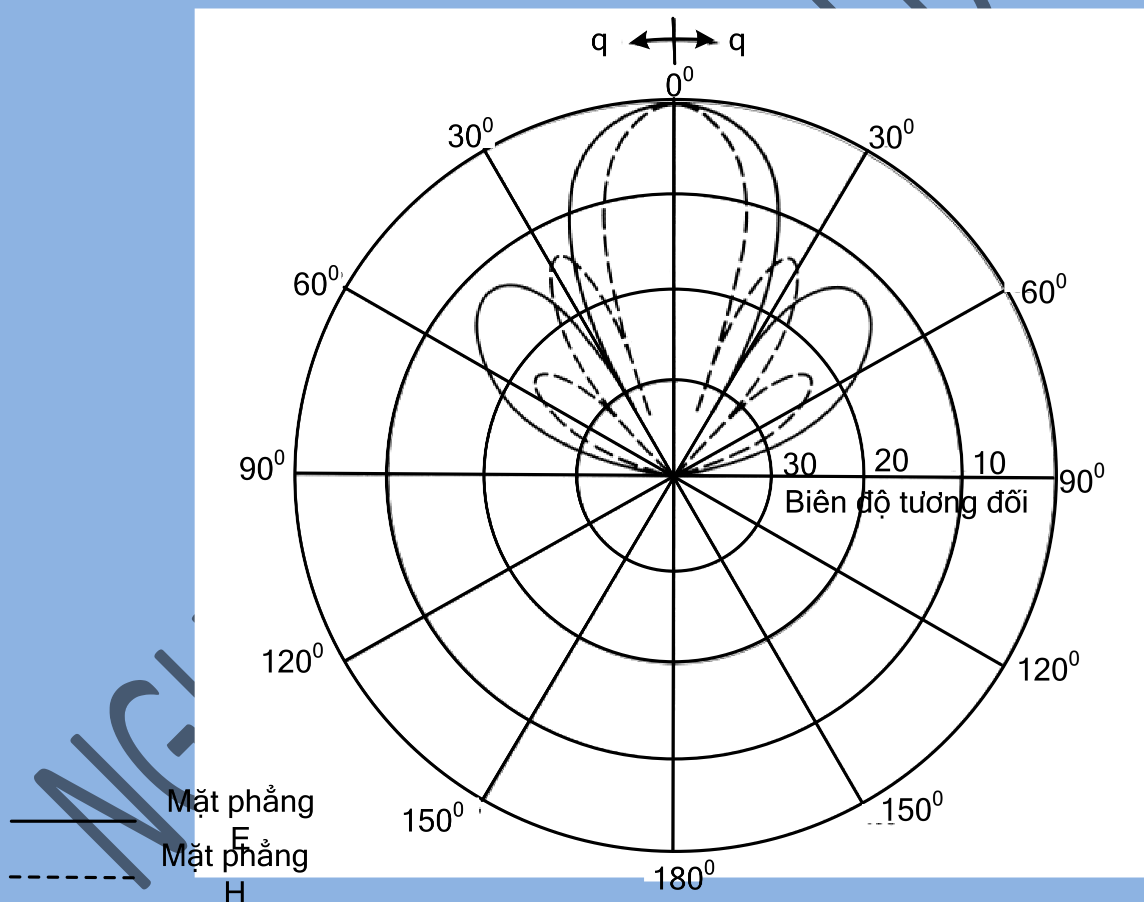
$$E_\theta \simeq j\frac{abkE_0e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\theta\right)}{\frac{kb}{2}\sin\theta}\right] \tag{5.48}$$

Trong mặt phẳng H, xoz (ϕ=0), trường có dạng sau

$$E_r = E_\theta = 0 \tag{5.49}$$

$$E_\phi \simeq j\frac{abkE_0e^{-jkr}}{2\pi r}\left\{\cos\theta\left[\frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\theta\right)}{\frac{kb}{2}\sin\theta}\right]\right\} \tag{5.50}$$

Hình 5.6 cho thấy mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong các mặt phẳng E((yoz) và mặt phẳng H (xoz) của miệng mở chữ nhật trên mặt dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng có phân bố trường không đổi đối với trường hợp a=3λ và b=2λ.

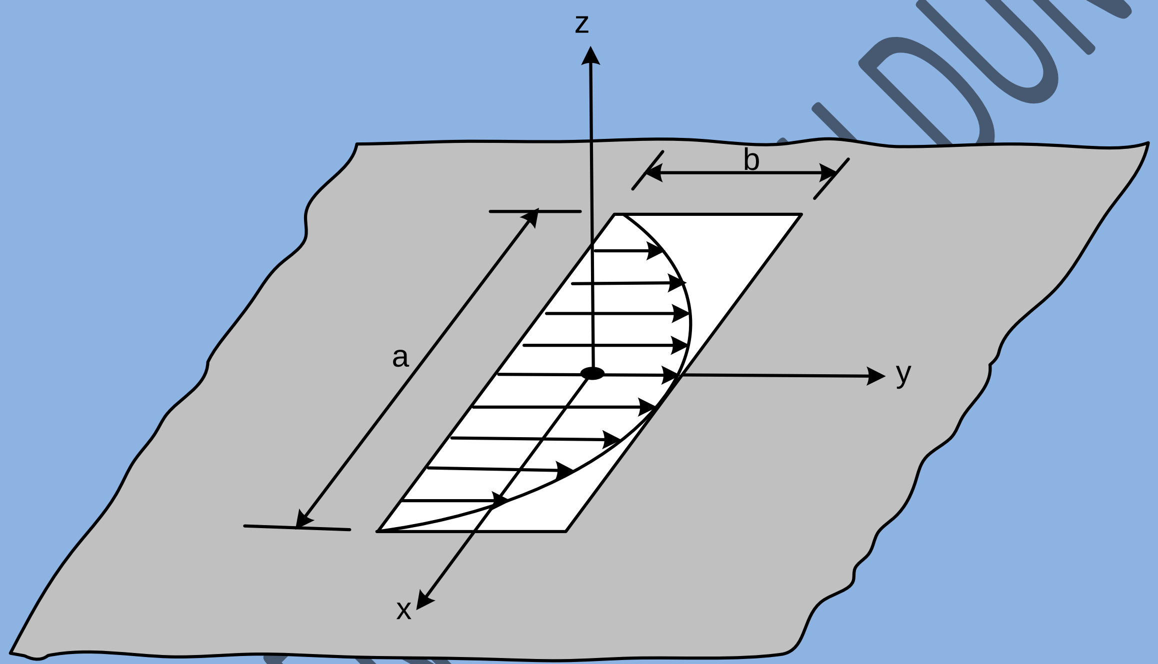


Hình 5.6. Mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong các mặt phẳng E((yoz) và mặt phẳng H (xoz) của miệng mở chữ nhật trên mặt dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng có phân bố trường không đổi đối với trường hợp a=3λ và b=2λ.

5.4. MIỆNG MỞ CHỮ NHẬT TRÊN MẶT DẪN LÝ TƯỞNG LỚN VÔ CÙNG VỚI ĐIỆN TRƯỜNG PHÂN BỐ HÀM COSIN

Ta xét một miệng mở chữ nhật đầu cuối ông dẫn sóng chế độ TE_{10} trên mặt dẫn điện lý tưởng có phân bố như sau (hình 5.7):

$$\vec{E}_a = \vec{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) \qquad -a/2 \le x' \le a/2, \quad -b/2 \le y' \le b/2 \tag{5.51}$$



Hình 5.7. Miệng mở chữ nhật trên mặt dẫn lý tưởng điện lớn vô cùng có phân bố trường hàm cosin

Phân bố dòng từ/điện tương đương như sau:

$$\vec{J}_{M_s} = \begin{cases} -2\vec{n} \times \vec{E}_a = -2\vec{a}_z \times \vec{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) = 2\vec{a}_x E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) & \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -a/2 \le y' \le a/2 \end{matrix} \\ 0 & \text{tại mọi vị trí khác} \end{cases}$$

$$\vec{J}_S = 0 \qquad \text{tại mọi vị trí}$$

$$\tag{5.52}$$

Tương tự như đã xét ở trên, tại vùng xa ta có:

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta 2\cos\theta\cos\phi \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2} E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)} dx'dy' \tag{5.53}$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi 2\sin\phi \int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{b/2} E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)} dx'dy' \quad (5.54)$$

Sử dụng tích phân sau:

$$\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{\pi}{a}x'\right) e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)} dx'dy' = \left(\frac{\pi ab}{2}\right)\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] \quad (5.55)$$

Trong đó

$$X = \frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi \quad (5.56)$$

$$Y = \frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi \quad (5.57)$$

Ta được:

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta 2\cos\theta\cos\phi E_0 \left(\frac{\pi ab}{2}\right)\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] = \vec{a}_\theta(\pi ab)E_0\cos\theta\cos\phi\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] \quad (5.57)$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi 2\sin\phi E_0 \left(\frac{\pi ab}{2}\right)\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] = -\vec{a}_\phi(\pi ab)E_0\sin\phi\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] \quad (5.58)$$

Sử dụng các phương trình (5.13) với lưu ý F_θ=F_ϕ=0 ta được

$$E_r \simeq 0 \quad (5.59a)$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}F_{M\phi} = \frac{jabE_0ke^{-jkr}}{4r}\sin\phi\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] \quad (5.59b)$$

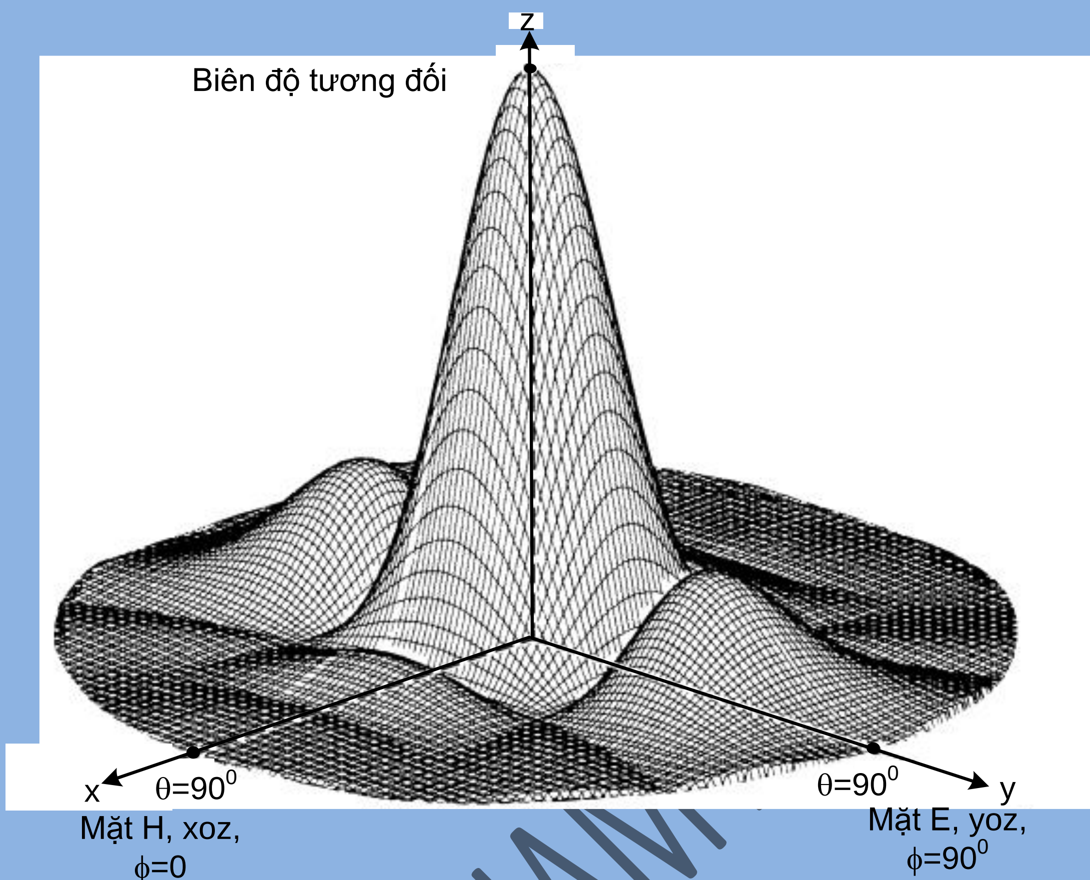
$$E_\phi \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} F_{M\theta}$$
$$= \frac{jabE_0ke^{-jkr}}{4r} E_0 \cos\theta \cos\phi \left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] \quad (5.59c)$$

$$H_r \simeq 0 \quad (5.59d)$$

$$H_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\frac{F_{M\theta}}{Z_W} = -\frac{E_\phi}{Z_W}$$
$$= -\frac{jabE_0ke^{-jkr}}{4rZ_W}\cos\theta\cos\phi\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] \quad (5.59e)$$

$$H_\phi \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\frac{F_{M\phi}}{Z_W} = \frac{E_\theta}{Z_W}$$
$$= \frac{jabE_0ke^{-jkr}}{4rZ_W}\sin\phi\left[\frac{\cos X}{(\pi/2)^2 - (X)^2}\right]\left[\frac{\sin Y}{Y}\right] \quad (5.59f)$$

Hình 5.8 cho thấy mẫu phát xạ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở ống dẫn sóng chữ nhật chế độ TE_{10} trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng cho trường hợp a=3λ, b=2λ.



Hình 5.8. Mẫu phát xạ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở ống dẫn sóng chữ nhật chế độ TE_{10} trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng cho trường hợp a=3λ, b=2λ.

5.5. TÍNH TOÁN THÔNG SỐ PHÁT XẠ CHO MIỆNG MỞ CHỮ NHẬT

Trong phần này ta sẽ xét cụ thể tính toán cac thông số phát xạ cho miệng mở chữ nhật có phân bố trường đồng đều trên mặt dẫn điện lý tưởng.

5.5.1. Độ rộng búp sóng

Búp sóng cực đại xẩy ra tại góc $\theta=0^0$
Trong mÆt ph¼ng E phát xạ bằng không xẩy ra tại các góc:

$$\frac{kb}{2}\sin\theta_n = n\pi \Rightarrow \theta_n = \sin^{-1}\left(\frac{n\lambda}{b}\right)\text{rad}$$
$$= 57{,}3\sin^{-1}\left(\frac{n\lambda}{b}\right)\text{độ},\ \ n = 1,2,3,... \qquad (5.60)$$

Nếu b>>λ phương trình (5.60) rút gọn còn:

$$\theta_n \simeq \frac{n\lambda}{b}\text{rad} = 57{,}3\frac{n\lambda}{b}\text{độ},\quad n = 1,2,3,... \qquad (5.61)$$

Độ rộng búp giữa công suất không bằng:

$$\Theta_n = 2\theta_n = 2\sin^{-1}\left(\frac{n\lambda}{b}\right)\text{rad}$$
$$= 114{,}6\sin^{-1}\left(\frac{n\lambda}{b}\right)\text{độ},\ \ n = 1,2,3,... \qquad (5.62)$$

Độ rộng búp giữa công suất không thứ nhất (FNBW) nhận được khi n=1.
Phương 1/2 công suất xảy ra tại góc:

$$\frac{kb}{2}\sin\theta_h = 1{,}391 \Rightarrow \theta_h = \sin^{-1}\left(\frac{2{,}872}{kb}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{0{,}443\lambda}{b}\right)\text{rad}$$
$$= 57{,}3\sin^{-1}\left(\frac{0{,}443\lambda}{b}\right)\text{độ} \qquad (5.63)$$

Nếu b>>0,443λ phương trình (5.63) rút gọn còn:

$$\theta_h = 0{,}443\left(\frac{\lambda}{b}\right)\text{rad} = 25{,}38\left(\frac{\lambda}{b}\right)\text{độ} \qquad (5.64)$$

Độ rộng búp 1/2 công suất (HPBW) bằng:

$$\Theta_h = 2\theta_h = 2\sin^{-1}\left(\frac{0{,}443\lambda}{b}\right)\text{rad}$$
$$= 114{,}6\sin^{-1}\left(\frac{0{,}443\lambda}{b}\right)\text{độ} \qquad (5.65)$$

Nếu b>>0,443λ phương trình (5.65) rút gọn còn:

$$\Theta_h = 2\theta_h = 0{,}886\left(\frac{\lambda}{b}\right)\text{rad} = 50{,}8\left(\frac{\lambda}{b}\right)\text{độ} \qquad (5.66)$$

5.5.2. Tính hướng

Công suất phát xạ có thể tính bằng cách lấy tích phân mật độ công suất phát xạ trung bình $\vec{\Pi}$ theo mặt cầu:

$$P = \oiint_S \vec{\Pi}.d\vec{S} \qquad (5.66)$$

Tuy nhiên sẽ đơn giản hơn nếu ta coi rằng công suất phát xạ chính là công suất phát của miệng mở, vì thế ta có thể chỉ cần lấy tích phân mật độ công suất phát xạ trung bình tại miệng mở theo diện tích của miệng mở:

$$P = \iint_{S_a} \vec{\Pi}_a\, d\vec{S} = \iint_{S_a} \frac{|E_0|^2}{2Z_W} dS = ab\frac{|E_0|^2}{2Z_W} \qquad (5.67)$$

Cường độ phát xạ tính theo phương trình (5.14) như sau

$$U(\theta,\phi) = \frac{r^2}{2Z_W}\left(|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2\right) \qquad (5.68)$$

Cường độ phát xạ cực đại nhận được tại $\theta=0^0$, từ phương trình (5.68) và các phương trình (5.46b) và (5.46c) ta được

$$U_{max} = \frac{1}{2Z_W}\left(\frac{abkE_0}{2\pi}\right)^2 = \left(\frac{ab}{\lambda}\right)^2 \frac{E_0^2}{2Z_W} \qquad (5.69)$$

Tính hướng cực đại sẽ bằng:

$$D_m = \frac{4\pi U_{max}}{P} = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_p = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_{em} \qquad (5.70)$$

Trong đó: A_p=ab là diện tích thực tế của miệng mở, A_{em} là diện tích hiệu dung cực đại của miệng mở.

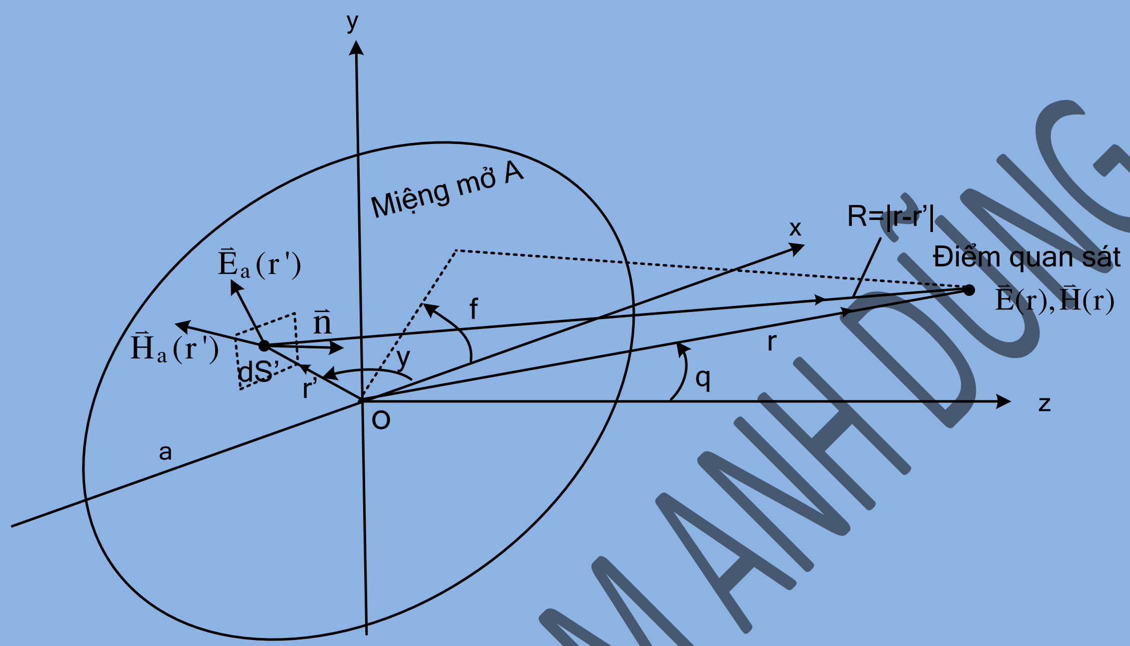
5.6. TỔNG KẾT CÁC THÔNG SỐ CỦA CÁC MIỆNG MỞ CHỮ NHẬT

Bảng 5.1. Tổng kết các thông số của các anten miệng mở chữ nhật

		Miệng mở phân bố đồng trong không gian tự do	Miệng mở phân bố điện trường đều trên mặt phẳng dẫn điện vô hạn	Miệng mở phân bố điện trường hàm cosin trên mặt phẳng dẫn điện vô hạn
Phân bố trường miệng mở		Ph.tr. (5.16)	Ph.tr. (5.36)	Ph.tr. (5.51)
Dòng điện/từ tương đương		Ph.tr. (5.17)	Ph.tr. (5.37)	Ph.tr.(5.52)
Trường ở vùng xa		Các phương trình (5.35)	Các phương trình (5.46)	Các phương trình (5.59)
Độ rộng núp 1/2 (độ)	Mặt E b>>λ	$\frac{50,6}{b/\lambda}$	$\frac{50,6}{b/\lambda}$	$\frac{50,6}{b/\lambda}$
	Mặt H a>>λ	$\frac{50,6}{a/\lambda}$	$\frac{50,6}{a/\lambda}$	$\frac{50,6}{a/\lambda}$
Độ rộng búp công suất không thứ nhất (độ)	Mặt E b>>λ	$\frac{114,6}{b/\lambda}$	$\frac{114,6}{b/\lambda}$	$\frac{114,6}{b/\lambda}$
	Mặt H a>>λ	$\frac{114,6}{a/\lambda}$	$\frac{114,6}{a/\lambda}$	$\frac{114,6}{a/\lambda}$
Búp bên thứ nhất max (so với max chính) (dB)	Mặt E	-132,6	-132,6	-132,6
	Mặt H	-132,6 a>>λ	-132,6 a>>λ	-23 a>>λ
Tính hướng cực đại D_m (tương đối)		$\frac{4\pi}{\lambda^2}$(d.tích) $=4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)$	$\frac{4\pi}{\lambda^2}$(d.tích) $=4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)$	$\frac{8}{\pi^2}\left[4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)\right]$ $=0,81\left[4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)\right]$

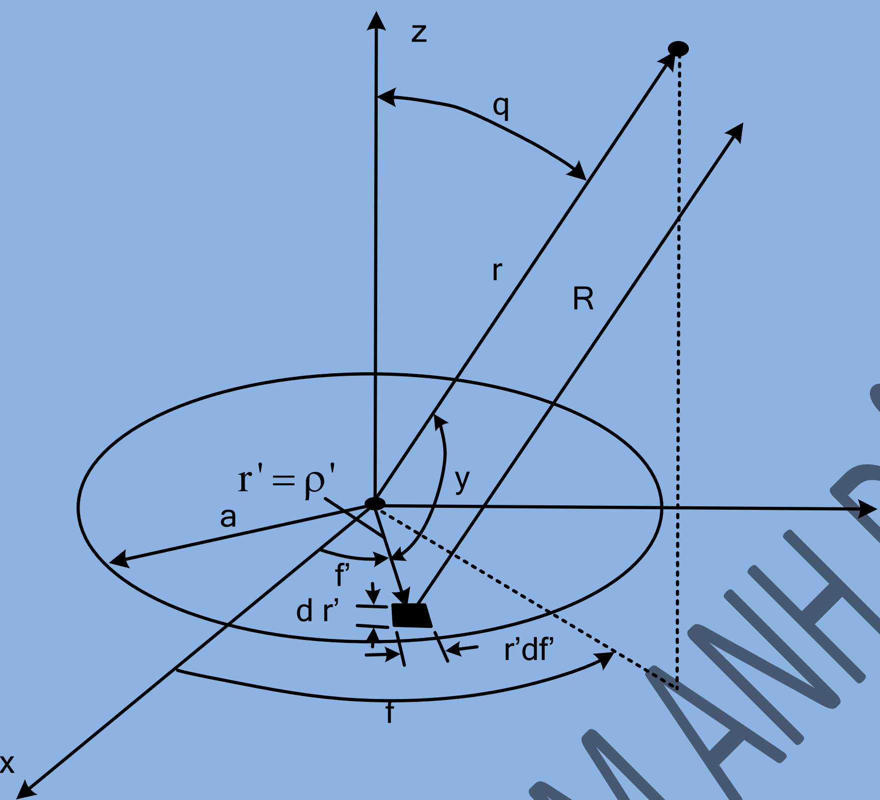
5.7. MIỆNG MỞ TRÒN TRONG KHÔNG GIAN TỰ DO

Ta xét các trường tiếp tuyến $\vec{E}_a$ và $\vec{H}_a$ trên một miệng mở tròn trong không gian tự do như trên hình 5.9



Hình 5.9. Miệng mở tròn trong không gian tự do với các trường tiếp tuyến $\vec{E}_a$ và $\vec{H}_a$

Vì xét hình dạng tròn của miệng mở dễ hơn trong tọa đọ trụ, nên ta sẽ bố trí nó trong không gian toa độ trụ như trên hình 5.10.



Hình 5.10. Bố trí miệng mở tròn trong hệ tọa độ trụ

Từ các phương trình (1.156) và (1.157) của nguyên lý tương đương, ta có mật độ dòng điện và mật độ dòng từ trên miệng mở như sau:

$$\left.\begin{aligned}\vec{J}_S &= \vec{n}\times\vec{H}_a = \vec{a}_z\times\vec{H}_a\\ \vec{J}_{M_s} &= -\vec{n}\times\vec{E}_a = -\vec{a}_z\times\vec{E}_a\end{aligned}\right\}\rho' \le a \qquad (5.71)$$

$$\vec{J}_S \simeq \vec{J}_{M_s} \simeq 0 \qquad \text{tại mọi điểm khác} \qquad (5.72)$$

Sử dụng các phương trình (1.123) và (1.125) ta có thể viết thế vectơ tại vùng xa như sau:

$$\vec{A} \simeq \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\vec{F} = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\left(\vec{a}_\theta F_\theta + \vec{a}_\phi F_\phi\right) \qquad (5.73)$$

Trong đó:

$$\vec{F} = \oiint_S \vec{J}_s\left(x',y',z'\right).e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' = \vec{a}_z \oiint_s \vec{H}_a\left(\rho'\right).e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' \qquad (5.74)$$

Tương tự đối với dòng từ, sử dung phương trình (1.143) ta có:

$$\vec{A}_M \simeq \varepsilon \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\vec{F}_M = \varepsilon \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\left(\vec{a}_\theta F_{M\theta} + \vec{a}_\phi F_{M\phi}\right) \tag{5.75}$$

Trong đó

$$\vec{F}_M = \oiint_S \vec{J}_{M_s}(x',y',z')e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' = -\vec{a}_z \oiint_S \vec{E}_a(\rho')e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' \tag{5.76}$$

Trong đó

$$r \simeq r - \vec{k}.\vec{a}_{r'} \tag{5.77}$$

$$\vec{k}.\vec{a}_{r'} = k\vec{a}_r.\vec{a}_{r'} = r'\cos\psi$$

$$= \left(\vec{a}_x x' + \vec{a}_y y'\right).\left(\vec{a}_x \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_y \sin\theta\sin\phi + \vec{a}_x\cos\theta\right)$$

$$= k(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi) \tag{5.78}$$

$$= k\left(\rho'\cos\phi'\cos\phi\sin\theta + \rho'\sin\phi'\sin\phi\sin\theta\right)$$

$$= k\rho'\sin\theta\cos(\phi - \phi')$$

$x' = \rho'\cos\phi'$, $y' = \rho'\sin\phi'$

$dS' = dx'dy' = \rho' d\rho' d\phi'$

TRường xác định theo các phương trình (5.13) như sau:

$$E_r \simeq 0 \tag{5.79a}$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_{M\phi} + Z_W F_\theta\right) \tag{5. 79b}$$

$$E_\phi \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_{M\theta} - Z_W F_\phi\right) \tag{5. 79c}$$

$$H_r \simeq 0 \tag{5. 79d}$$

$$H_\theta \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_\phi - \frac{F_{M\theta}}{Z_W}\right) \tag{5. 79e}$$

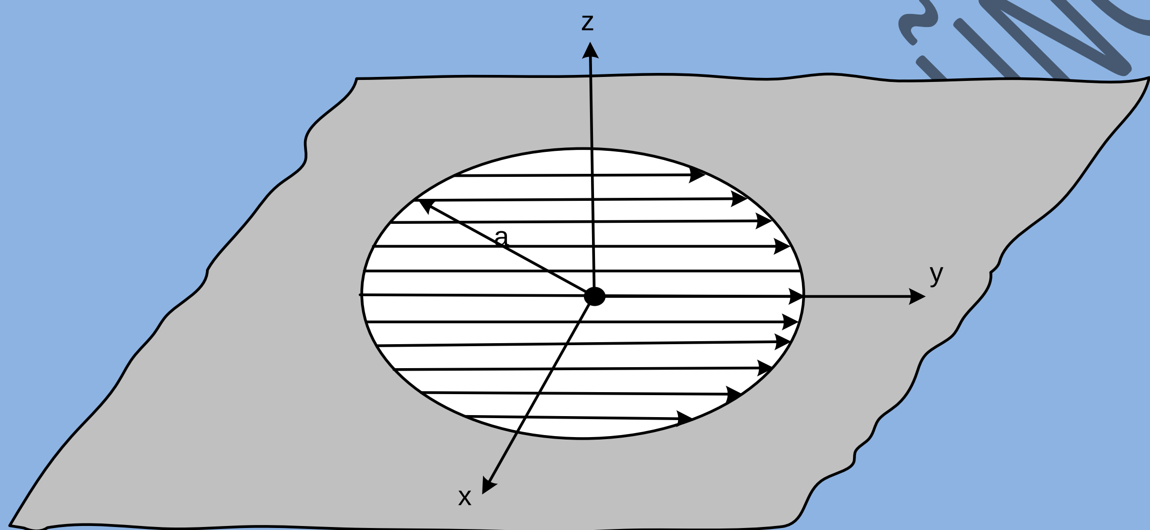
$$H_\phi \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}\left(F_\theta + \frac{F_{M\phi}}{Z_W}\right) \tag{5. 79f}$$

5.7. MIỆNG MỞ TRÒN TRÊN MẶT PHẲNG DẪN ĐIỆN LÝ TƯỞNG LỚN VÔ CÙNG CÓ PHÂN BỐ ĐIỆN TRƯỜNG ĐỀU

Ta xét một miệng mở chữ nhật trên một mặt dẫn lý tưởng lớn vô cùng như trên hình 5.11. Để đơn giản ta coi rằng phân bố điện trường trên miệng mở đồng đều và bằng:

$$\vec{E}_a = \vec{a}_y E_0 \qquad \rho' \leq a \tag{5.80}$$

Trong đó E_0 không đổi.



Hình 5.11. Phân bố trường đếu trên miệng mở tròn đặt trê mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng

Dòng điện/từ tương đương trên mặt mở có dạng sau:

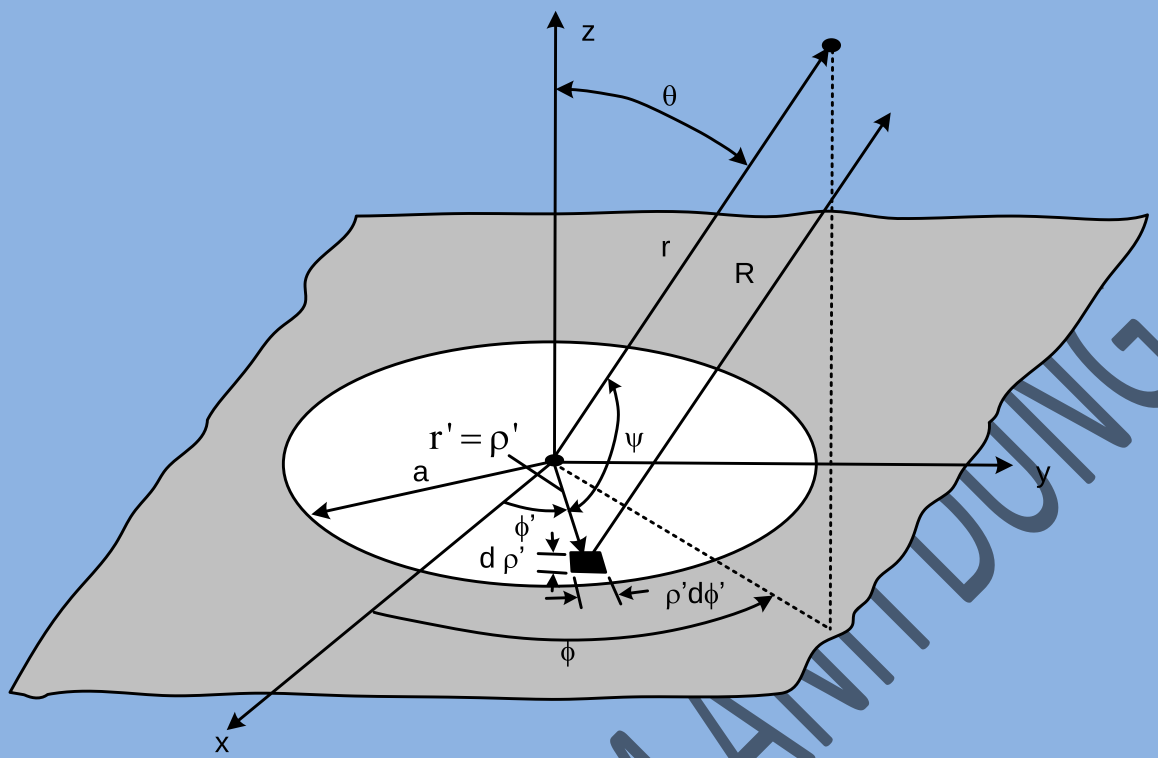
$$\vec{J}_{M_s} = \begin{cases} -2\vec{n} \times \vec{E}_a = -2\vec{a}_z \times \vec{a}_y E_0 = 2\vec{a}_x E_0 & \rho' \leq a \\ 0 & \text{tại mọi vị trí khác} \end{cases} \tag{5.81}$$

$$\vec{J}_S = 0 \qquad \text{tại mọi vị trí}$$

Trong đó

$$\vec{a}_x = \vec{a}_r \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_\theta \cos\theta\cos\phi - \vec{a}_\phi \sin\phi \tag{5.82}$$

Để xét trường phát xạ của mặt mở ta bố trí nó trọng hệ tọa độ trụ như trên hình 5.12.



Hình 5.12. Bố trí miệng mở đặt trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng trong hệ tọa độ trụ

Từ (5.73) và (5.74) ta có:

$$F_\theta = F_\phi = 0 \tag{5.83}$$

$$\vec{F}_M = \oiint_S \vec{J}_{M_s}(x',y',z')e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' = 2\vec{a}_x \oiint_S E_0 e^{j\vec{k}.\vec{a}_{r'}}dS' \tag{5.84}$$

Trong đó từ (5.78) ta có:

$$\vec{k}.r'\vec{a}_{r'} = k\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi') \tag{5.85}$$

Từ các phương trình (5.82), (5.84) và (5.85) ta được

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta 2E_0\cos\theta\cos\phi\int_0^a \rho'\left[\int_0^{2\pi} e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}d\phi'\right]d\rho' \tag{5.86}$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi 2\sin\phi\int_0^a \rho'\left[\int_0^{2\pi} e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}d\phi'\right]d\rho' \tag{5.87}$$

Để tính các tích phân nói trên ta sử dụng các trình bày sau đây cho các hàm Bessel bậc không và bậc một:

Sử dụng tích phân:

$$\int_0^{2\pi} e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}d\phi' = 2\pi J_0\left(k\rho'\sin\theta\right)$$

trong đó $J_0\left(t\right)$ là hàm Bessel loại một bậc không, các phương trình (5.86) và (5.87) được biến đổi thành:

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta 4\pi E_0 \cos\theta\cos\phi\int_0^a J_0\left(k\rho'\sin\theta\right)\rho' d\rho' \tag{5.88}$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi 4\pi E_0 \sin\phi\int_0^a J_0\left(k\rho'\sin\theta\right)\rho' d\rho' \tag{5.89}$$

.

Thay:

t=kρ’sinθ

dt=kρ’sinθdρ

vào (5.88) và (5.89) ta được:

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta \frac{4\pi E_0 \cos\theta\cos\phi}{\left(\sin\theta\right)^2}\int_0^{ka\sin\theta} tJ_0\left(t\right)dt \tag{5.90}$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi \frac{4\pi E_0 \sin\phi}{\left(\sin\theta\right)^2}\int_0^{ka\sin\theta} tJ_0\left(t\right)dt \tag{5.91}$$

Vì

$$\int_0^{\beta} zJ_0\left(z\right)dz = zJ_1(z)\Big|_0^{\beta} = \beta J_1(\beta)$$

Trong đó $J_1(\beta)$ là hàm Bessel loại một bậc một.
Nên có thể biến đổi các phương trình (5.90)và (5.91) vào dạng sau:

$$\vec{F}_{M\theta} = \vec{a}_\theta 4\pi a^2 E_0 \left\{\cos\theta\cos\phi\left[\frac{J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\right]\right\} \tag{5.92}$$

$$\vec{F}_{M\phi} = -\vec{a}_\phi 4\pi a^2 E_0 \left\{ \sin\phi \left[\frac{J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right] \right\} \quad (5.93)$$

Sử dụng các phương trình (5.13) ta được:

$$E_r \simeq 0 \quad (5.94a)$$

$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} F_{M\phi} = \frac{jka^2 E_0 e^{-jkr}}{r} \left\{ \sin\phi \left[\frac{J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right] \right\} \quad (5.\ 94b)$$

$$E_\phi \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} F_{M\theta} = \frac{jka^2 E_0 e^{-jkr}}{r} \left\{ \cos\theta\cos\phi \left[\frac{J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right] \right\} \quad (5.94c)$$

$$H_r \simeq 0 \quad (5.\ 94d)$$

$$H_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \frac{F_{M\theta}}{Z_W} = -\frac{E_\phi}{Z_W} \quad (5.\ 94e)$$

$$H_\phi \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \frac{F_{M\phi}}{Z_W} = \frac{E_\theta}{Z_W} \quad (5.\ 94f)$$

Trong các mặt phẳng chính E và H, các vectơ điện trường được đơn giản thành:

Mặt phẳng E: $\phi=\pi/2$

$$E_r \simeq E_\phi = 0 \quad (5.95a)$$

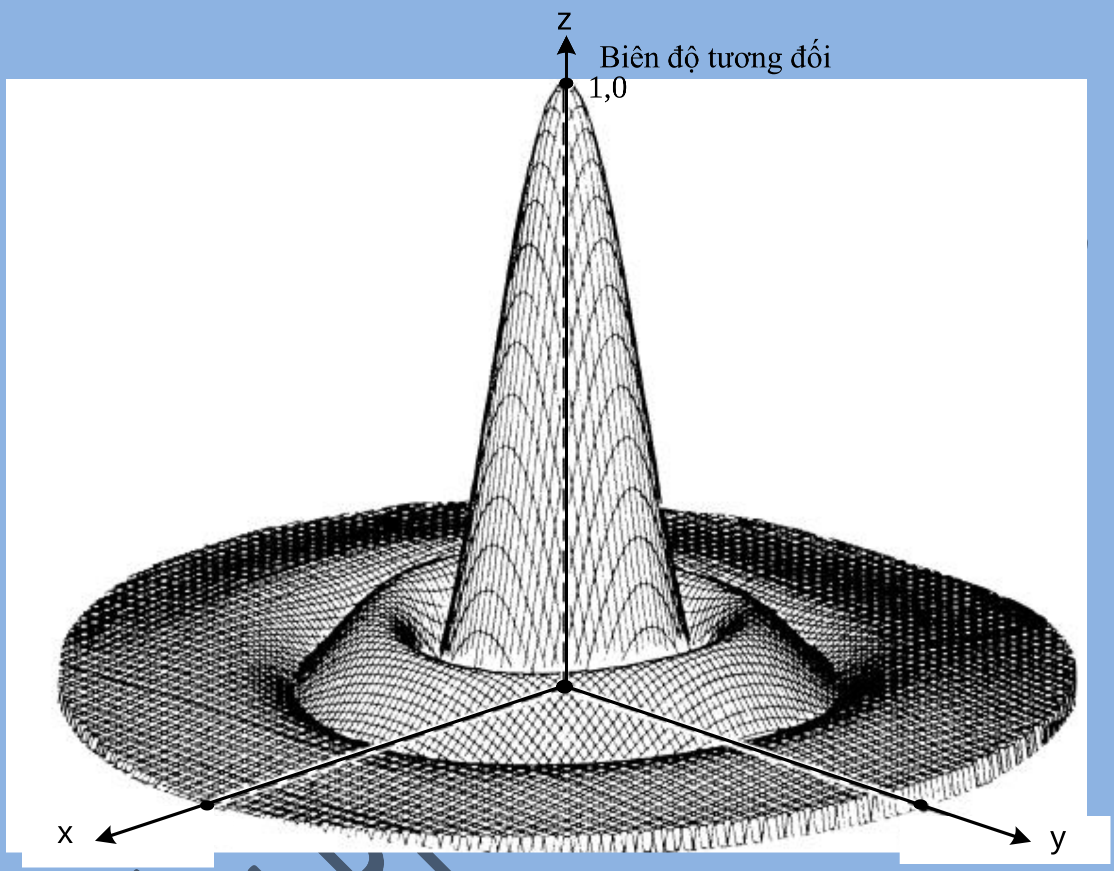
$$E_\theta \simeq -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} F_{M\phi} = \frac{jka^2 E_0 e^{-jkr}}{r} \left[\frac{J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right] \quad (5.\ 95b)$$

Mặt phẳng H: $\phi=0$

$$E_r \simeq E_\theta = 0 \quad (5.96a)$$

$$E_\phi \simeq \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} F_{M\theta} = \frac{jka^2 E_0 e^{-jkr}}{r} \left\{ \cos\theta \left[\frac{J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right] \right\} \quad (5.96b)$$

Hình 5.13 cho thấy mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở tròn có phân bố trường đều trên mặt dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng cho trường hợp a=1,5λ.



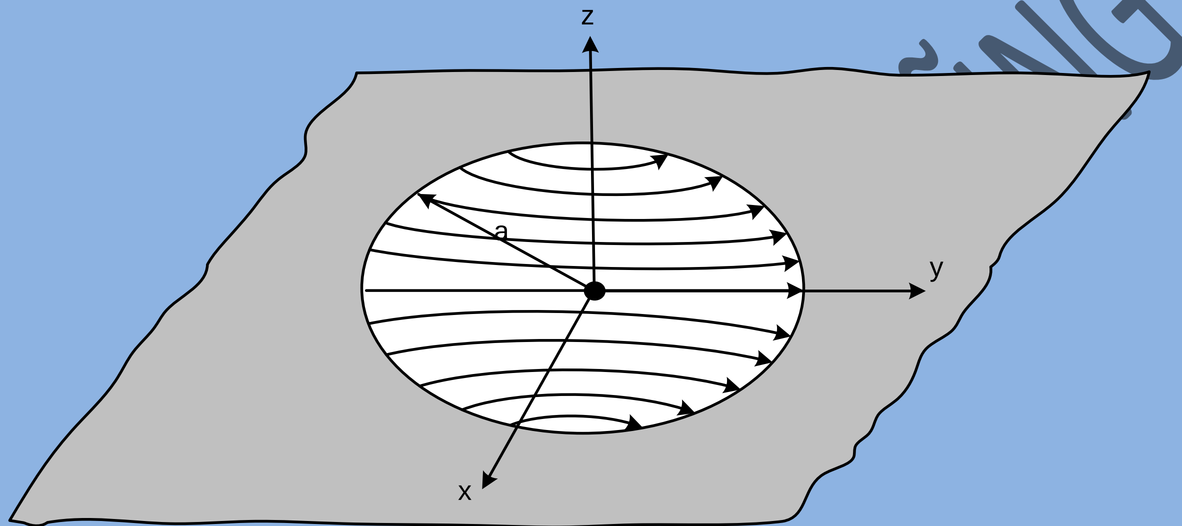
Hình 5.13. Mẫu phát xạ theo biên độ tương đối trong không gian ba chiều của miệng mở tròn có phân bố trường đều trên mặt dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng cho trường hợp a=1,5λ.

5.8. MIỆNG MỞ TRÒN VỚI PHÂN BỐ CHẾ ĐỘ TE_{11} TRÊN MẶT PHẲNG DẪN ĐIỆN LÝ TƯỞNG LỚN VÔ CÙNG

Ta xét một miệng mở chữ nhật trên một mặt dẫn lý tưởng lớn vô cùng cóphân bố trường chế độ TE_{11} như trên hình 5.14. Phân bố điện trường TE_{11} trên miệng mở có dạng sau:

$$\left.\begin{aligned}
&\vec{E}_a = \vec{a}_\rho E_\rho + \vec{a}_\phi E_\phi \\
&E_\rho = E_0 J_1\left(\chi'\rho'\right)\sin\phi'/\rho' \\
&E_\phi = E_0 \frac{\partial}{\partial\rho'}\left[J_1\left(\chi'\rho'\right)\right]\cos\phi'
\end{aligned}\right\} \begin{aligned}&\rho' \le a \\ &\chi_{11} = 1{,}847\end{aligned} \qquad (5.96)$$

Trong đó E_0 không đổi.



Hình 5.14. Phân bố trường chế độ TE_{11} trên miệng mở tròn đặt trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng

Dòng điện/từ tương đương trên mặt mở có dạng sau:

$$\vec{J}_{M_s} = \begin{cases} -2\vec{n} \times \vec{E}_a & \rho' \le a \\ 0 & \text{tại mọi vị trí khác} \end{cases} \qquad (5.97)$$

$$\vec{J}_S = 0 \qquad \text{tại mọi vị trí}$$

Trường phát xạ được tính như sau:

$$E_r = H_r = 0 \qquad (5.98a)$$

$$E_\theta = j\frac{kaE_0 J_1(\chi'_{11})e^{-jkr}}{r}\sin\phi\frac{J_1(Z)}{Z} \qquad (5.98b)$$

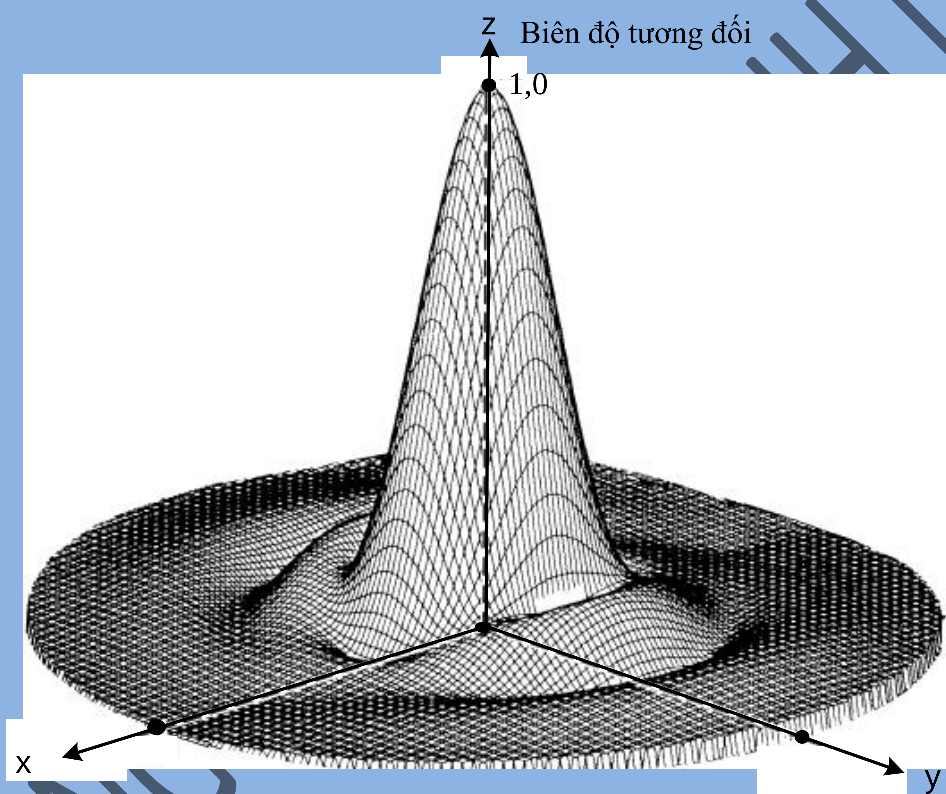
$$E_\phi = j\frac{kaE_0 J_1(\chi'_{11})e^{-jkr}}{r}\cos\theta\cos\phi\frac{J_1(Z)}{1-\left(Z/\chi'_{11}\right)^2} \qquad (5.98c)$$

$$H_{\theta} = -\frac{E_{\phi}}{Z_W} \tag{5.98d}$$

$$H_{\phi} = \frac{E_{\theta}}{Z_W} \tag{5.98e}$$

$$J_1^{'}(Z) = J_0(Z) - J_1(Z)/Z \tag{5.98f}$$

Hình 5.15 cho thấy mẫu phát xạ theo biên độ tương đối của miệng mở tròn có phân bố trường chế đọ TE_{11} trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng cho trường hợp a=1,5λ..



Hình 5.15. Mẫu phát xạ theo biên độ tương đối của miệng mở tròn có phân bố trường chế đọ TE_{11} trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng lớn vô cùng cho trường hợp a=1,5λ.

5.9. TỔNG KẾT CÁC THÔNG CỦA MIỆNG MỞ TRÒN

Các thông số của miệng mở tròn được tổng kết trong bảng 5.2 .

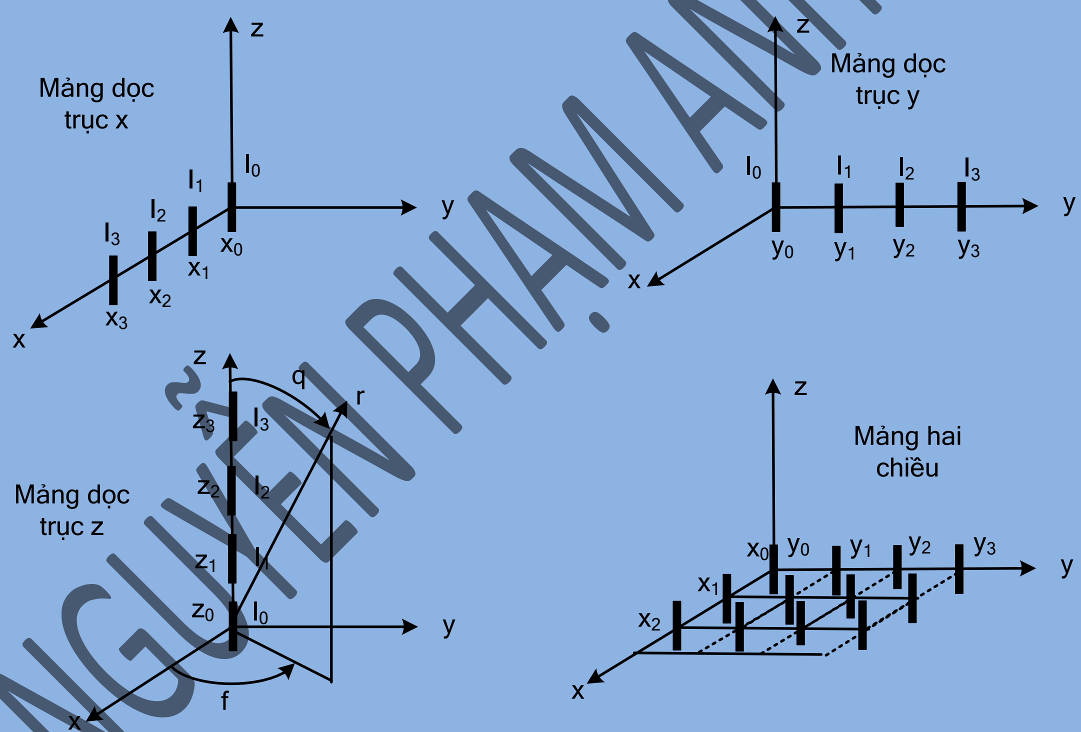
Bảng 5.2. Tổng kết các thông số của miệng mở tròn

		Miệng mở phân bố đều trên mặt dẫn điện	Miệng mở phân bố chế độ TE_{11} trên mặt dẫn điện
Phân bố trường miệng mở		Ph.tr. (5.80)	Ph.tr. (5.96)
Dòng điện/từ tương đương		Ph.tr. (5.81)	Ph.tr.(5.97)
Trường ở vùng xa		Các phương trình (5.94)	Các phương trình (5.8)
Độ rộng núp 1/2 (độ)	Mặt E a>>λ	$\frac{29{,}2}{a/\lambda}$	$\frac{29{,}2}{a/\lambda}$
	Mặt H a>>λ	$\frac{29{,}2}{a/\lambda}$	$\frac{29{,}2}{a/\lambda}$
Độ rộng búp công suất không thứ nhất (độ)	Mặt E a>>λ	$\frac{69{,}9}{a/\lambda}$	$\frac{69{,}9}{a/\lambda}$
	Mặt H a>>λ	$\frac{69{,}9}{a/\lambda}$	$\frac{69{,}9}{a/\lambda}$
Búp bên thứ nhất max (so với max chính) (dB)	Mặt E	-17,6	-17,6
	Mặt H	-17,6	-26,2
Tính hướng cực đại D_m (tương đối)		$\frac{4\pi}{\lambda^2}(\text{d.tích}) = \frac{4\pi}{\lambda^2}\left(\pi a^2\right) = \left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2$	$0{,}836\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2 = 10{,}5\pi\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2$

Chương 6
CÁC ANTEN MẢNG

6.1. MỞ ĐẦU

Các anten mảng hay còn được gọi là mảng anten (Antenna Array) được sử dụng để hướng công suất phát xạ đến đoạn phủ sóng mong muốn. Số lượng các phần tử phát xạ, bố trí hình học và tương quan biên và pha của các phần tử phát xạ của mảng phụ thuộc vào mẫu phát xạ cần đạt được. Một khi mảng đã được thiết kế để tập trung công suất phát xạ đến một hướng cho trước, để lái nó đến một hướng khác chỉ cần đơn giản thay đổi quan hệ biên và pha dòng điện của các phần tử phát xạ: quá trình này được gọi là lái tia (Steering) hay quét (Scanning). Hình 6.1 cho thấy các thí dụ về các mảng một chiều và hai chiều tạo nên các anten tuyến tính đồng dạng.



Hình 6.1. Các cấu hình mảng điển hình

Mảng **c**ác phần tử anten tuyến tích dọc trục z chẳng hạn có mẫu phát xạ đẳng hướng trong mặt ngang (mặt azimuth) tương ứng với góc ϕ. Đặt mảng các phần tử tuyến tính theo trục x hoặc trục y sẽ phá vỡ tính đối xứng azimuth. Lựa chọn các hệ số cấp sóng a_n phù hợp ta có thể tổng hợp được các mẫu khuếch đại g(ϕ) khác nhau. Nếu mảng các phần tử được đặt theo trục z thì tính đẳng hướng theo góc ϕ vẫn được giữ nguyên. Với số phần tử mảng đủ lớn, có thể thiết kế được mọi mẫu $g(\theta)$ trong tọa độ độc cực cho trước.

6.2. TẬP HỢP CÁC PHẦN TỬ PHÁT XẠ

Ta xét một anten bao gồm tập hợp N các phần tử phát xạ đồng dạng được đặt gần nhau trong không gian sao cho không ảnh hưởng lên nhau và có dòng điện khác nhau. Tính chất cơ bản nhất của anten này là là dịch vị trí tương đối của các phần tử phát xạ so với nhau sẽ tạo ra các dịch pha tương đối trong các vectơ phát xạ dẫn đến tại một số phương các vectơ này cộng với nhau và tại một số phương khác chúng trừ đi nhau. Nếu các N phần tử phát xạ đồng dạng, trường vùng xa mảng này là tổng các vectơ trường thành phần xác định theo phương trình (2.24) như sau:

$$E_{total} = E_0.\sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{jk\vec{r}_n \vec{a}_{\vec{r}_n}\vec{a}_r} \qquad (6.1)$$

Trong đó

$E_0 = C|I_0|e^{j\beta_0} f(\theta,\phi)e^{j\Psi(\theta,\phi)}e^{-jkr}$ với $|I|_0$, β_0 và r_0 là trường, dòng điện và khoảng cách đến điểm quan sát của phần tử tham chuẩn, n=0 là phần tử tham chuẩn.

$$a_n = \frac{|I|_n}{|I|_0} e^{j(\beta_n - \beta_0)} = \frac{|I|_n}{|I|_0} e^{j\alpha_n} = \gamma_n e^{j\alpha_n} \qquad (6.2)$$

là tỷ số giữa dòng điện phần tử n và dòng điện phần tử tham chuẩn, γ_n là tỷ số biên độ và α_n là hiệu số pha giữa hai dòng điện.

$$e^{-j\vec{r}_i \vec{a}_{\vec{r}_n}\vec{a}_r} \qquad (6.3)$$

là hệ số dịch pha trong không gian.

Thành phần tổng trong phương trình (6.1) được gọi là hệ số dàn (AF: Array Factor):

$$AF(\theta,\phi) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{jk\vec{r}_n \vec{a}_{\vec{r}_n}\vec{a}_r} \qquad (6.4)$$

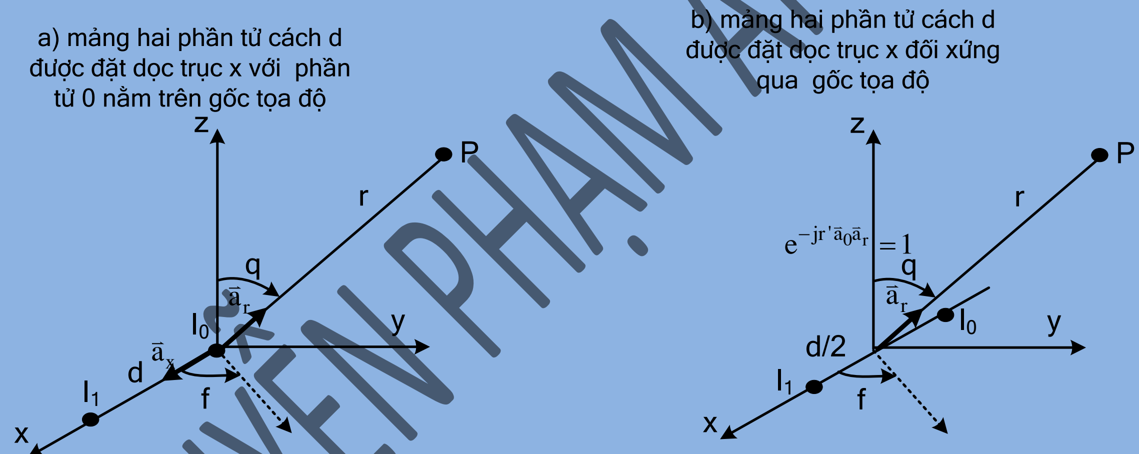
Từ phương trình (6.1) ta có thể coi mảng anten là một hệ thống tuyến tính với $AF(\theta,\phi)$ là hàm truyền đạt và cường độ phát xạ cũng như hệ số khuếch đại của mảng sẽ được xác định theo các phương trình sauc sau:

$$\begin{aligned} U_{total}(\theta,\phi) &= \left|AF(\theta,\phi)\right|^2 U_0(\theta,\phi) \\ G_{total}(\theta,\phi) &= \left|AF(\theta,\phi)\right|^2 G_0(\theta,\phi) \end{aligned} \qquad (6.5)$$

Trong đó $U_0(\theta,\phi)$ và $G_0(\theta,\phi)$ là cường độ phát xạ và hệ số khuếch đại của một phần tử.

6.3. MẢNG HAI PHẦN TỬ

Ta xét mảng hai phần tử phát xạ lưỡng cực được đặt dọc trục x cách nhau d có biên độ dòng điện như nhau nhưng pha dòng lệch nhau α (hình 6.2) cho hai trường hợp: (a) phần tử 0 được đăt tại gốc tọa độ, (b) hai phần tử được đặt đối xứng qua gốc tọa độ.



Hình 6.2. Mảng hai phần tử phát xạ đặt theo trục x cách nhau d có cùng dòng điện

Đối với trường hợp trên hình 6.2a ta có:

$e^{j0.\bar{a}_x\bar{a}_r} = 1$, $e^{jkd\bar{a}_x\bar{a}_r} = e^{jkd\sin\theta\cos\phi}$

a_0=1 và a_1=$e^{j\alpha}$

$$AF(\theta,\phi) = 1 + e^{j(kd\sin\theta\cos\phi+\alpha)} \qquad (6.6)$$

Đối với trường hợp hình 6.2b ta có:

$e^{jk(-d/2)\bar{a}_x\bar{a}_r} = e^{-jkd\sin\theta\cos\phi}$, $e^{jkd\bar{a}_x\bar{a}_r} = e^{jk(d/2)\sin\theta\cos\phi}$

$a_0=1$ và $a_1=e^{j\alpha}$

$$AF(\theta,\phi)=e^{-j\frac{1}{2}kd\sin\theta\cos\phi}+e^{j\frac{1}{2}(kd\sin\theta\cos\phi+\alpha)}$$
$$=\cos\left[\frac{1}{2}(kd\sin\theta\cos\phi+\alpha)\right] \qquad (6.7)$$

và

$$|AF|^2=\cos^2\left[\frac{1}{2}(kd\sin\theta\cos\phi+\alpha)\right] \qquad (6.8)$$

Đối với trường hợp trọng số a_1 khác nhau, ta được hệ số dàn chuẩn hóa như sau:

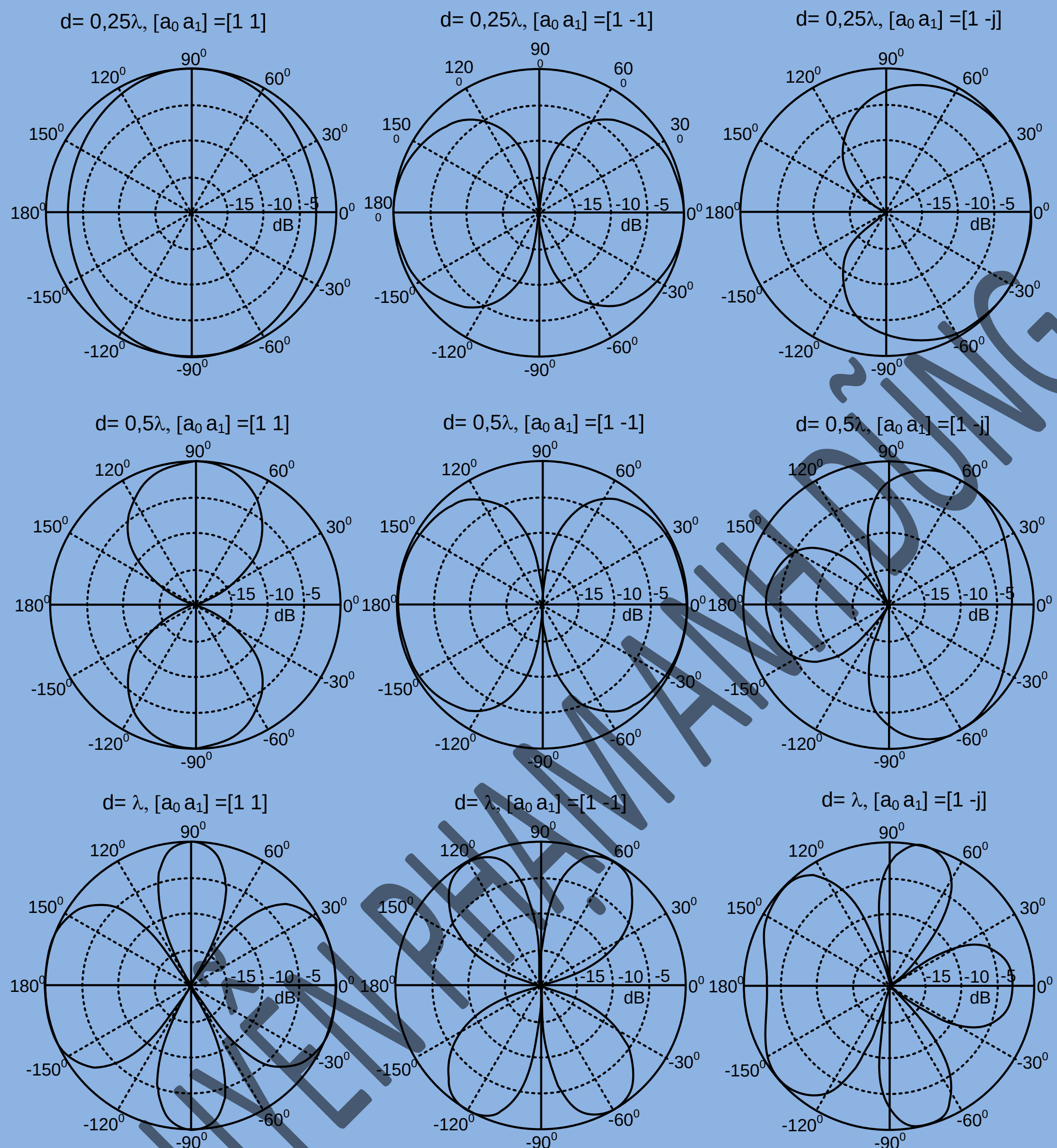
1. $a_1=1$ ($\alpha=0$) $\Rightarrow$ $|AF|^2_{nor}=\dfrac{|AF|^2}{|AF|^2_{max}}=\cos^2\left[\dfrac{1}{2}(kd\sin\theta\cos\phi)\right]$

2. $a_1=-1$($\alpha=\pi$) $\Rightarrow$ $|AF|^2_{nor}=\sin^2\left[\dfrac{1}{2}(kd\sin\theta\cos\phi)\right]$

3. $a_1=j$ ($\alpha=\pi/2$) $\Rightarrow$ $|AF|^2_{nor}=\cos^2\left[\dfrac{1}{2}(kd\sin\theta\cos\phi+\pi/2)\right]$

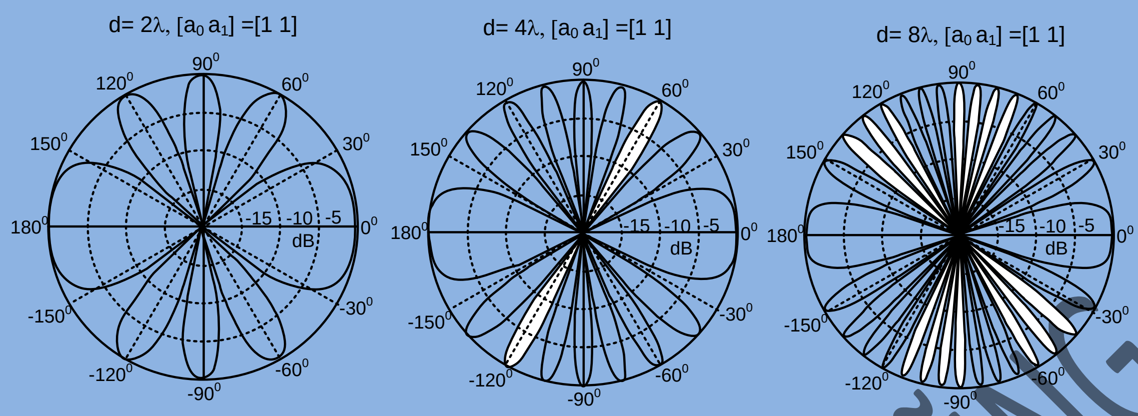
4. , $a_1=-j$ ($\alpha=3\pi/2$) $\Rightarrow$ $|AF|^2_{nor}=\sin^2\left[\dfrac{1}{2}(kd\sin\theta\cos\phi+\pi/2)\right]$

Hình 6.3 cho thấy mẫu phát xạ của hệ số mảng hai phần tử trong mặt ngang ($\theta=0$) đối với các khoảng cách d và tỷ lệ dòng điện (trọng số) a_1 khác nhau.



Hình 6.3. Mẫu phát xạ của hệ số mảng hai phần tử trong mặt ngang (θ=0) đối với các khoảng cách d và tỷ lệ dòng điện (trọng số) a_1 khác nhau.

Khi d≥λ, xuất hiện nhiều búp chính trong mẫu phát xạ. Các búp này được gọi là các búp hàng rào (Grating lobe) hay các ngón. Hình 6.4 cho thấy một số thí dụ về các búp hàng rào cho các khoảng cách d=2λ,4λ và 8λ.



Hình 6.4. Các búp hàng rào đối với mảng hai phần tử

6.4. MẢNG TUYẾN TÍNH NHIỀU PHẦN TỬ ĐỒNG DẠNG ĐẶT CÁCH ĐỀU NHAU

6.4.1. Trường vùng xa của mảng tuyến tính đồng dạng

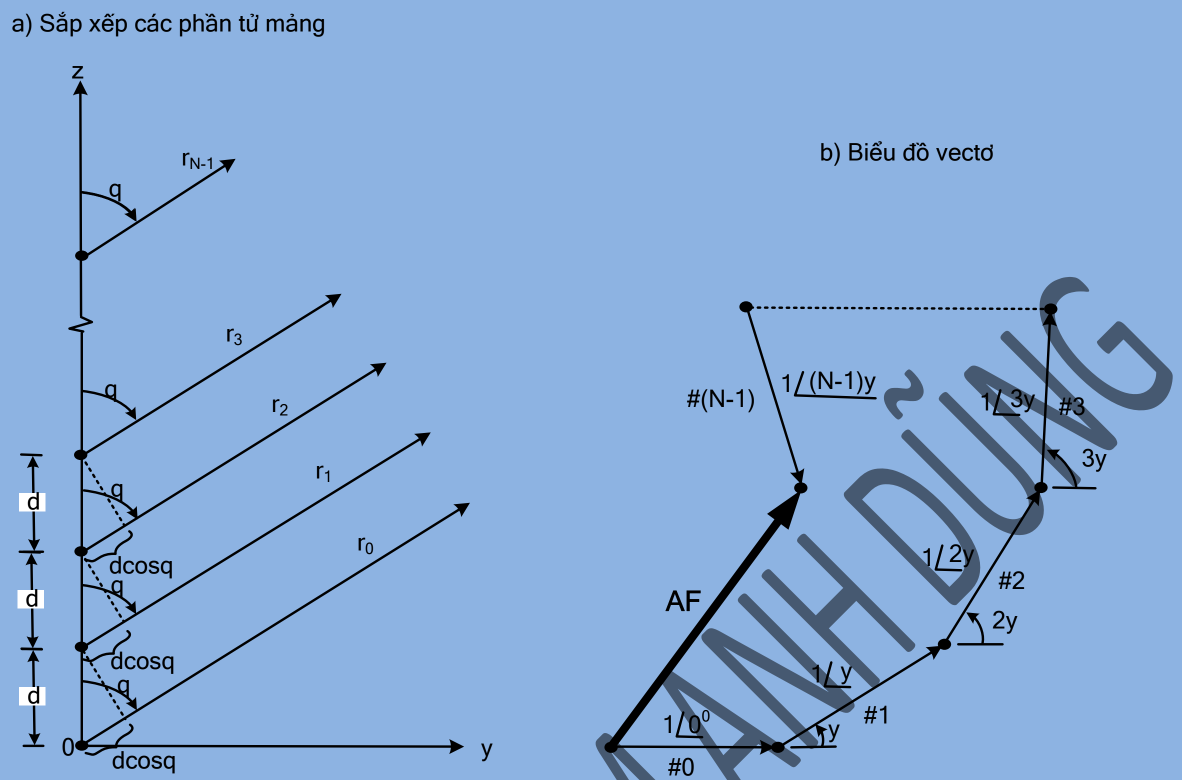
Mảng gồm các phần tử đồng dạng có biên độ dòng điện bằng nhau, lệch pha các dòng điện theo lũy tiến và được đặt cách đều nhau trên cùng một trục được gọi mảng đồng dạng tuyến tính (ULA: Uniform Linear Array).

Ta xét một một mảng ULA. Hệ số mảng được xác định theo phương trình (6.4) và phụ thuộc vào trục của mảng, phương trình này sẽ có dạng sau:

$$AF(\theta,\phi)=\sum_{i=0}^{N-1}a_n e^{jk\vec{r}'_n\vec{a}_r}=\begin{cases}\sum_{n=0}^{N-1}a_n e^{jkx'_n\sin\theta\cos\phi}, \text{nếu trục mảng là x}\\ \sum_{n=0}^{N-1}a_n e^{jky'_n\sin\theta\sin\phi}, \text{nếu trục mảng là y}\\ \sum_{n=0}^{N-1}a_n e^{jkz'_n\cos\theta}, \quad \text{nếu trục mảng là z}\end{cases} \quad (6.9)$$

trong đó $x'_n/y'_n/z'_n = nd$

Hình 6.5a cho thấy một ULA được đặt trên trục z gồm N phần tử.



Hình 6.5. Sắp xếp phần tử mảng ULA theo trục z và biểu đồ vectơ trường tại vùng xa.

Sử dụng phương trình (6.9) ta được:

$$E_{total} = E_0.\sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{jkz_n\cos\theta} = E_0.\sum_{n=0}^{N-1} e^{j.n.(kd\cos\theta+\alpha)} = E_0.\sum_{n=0}^{N-1} e^{j.n.\psi} \qquad (6.10)$$

Trong đó: $a_n=e^{j\alpha}$, $z_n = n.d$, $\psi=kd\cos\theta+\alpha$

Vì thế:

$$AF = \sum_{n=0}^{N-1} e^{j.n.\psi} \qquad (6.11)$$

Nhân hai vế phương trình (6.11) với $e^{j\psi}$ rồi trừ đi chính nó ta được:

$$AF\left(e^{j\psi}-1\right) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{j.(n+1).\psi} - \sum_{n=0}^{N-1} e^{j.n.\psi} = e^{jN\psi}-1$$

hay

$$AF=\frac{e^{jN\psi}-1}{e^{j\psi}-1}=e^{j\frac{N-1}{2}\psi}\left[\frac{e^{j\frac{N}{2}\psi}-e^{-j\frac{N}{2}\psi}}{e^{j\frac{1}{2}\psi}-e^{-j\frac{1}{2}\psi}}\right]$$

$$=e^{j\frac{N-1}{2}\psi}\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)}\right] \tag{6.12}$$

Nếu điểm tham chuẩn là tâm của mảng thì:

$$AF=\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)}\right] \tag{6.13}$$

Khi ψ=0, AF nhận giá trị cực đại bằng N, nên ta có thể viết phương trình (6.13) và dạng chuẩn như sau:

$$AF_n=\frac{1}{N}\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)}\right] \tag{6.14}$$

Khi ψ nhỏ, ta có thể biểu diễn phương trình (6.14) vào dạng gần đúng sau:

$$AF_n\simeq\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\frac{N}{2}\psi}\right] \tag{6.15}$$

Vì hệ số mảng tổng là tổng của các thành phần hàm mũ, nên có thể biểu diễn nó như là tổng vectơ của N vectơ pha trong đó các vectơ có biên độ một và pha ψ lũy tiến so với vectơ trước đó. Tổng vectơ này được biểu thị trên hình 6.5b. Bằng cách thay đổi góc lệch pha α, ta có thể thay đổi ψ và vì thế có thể thay đổi AF.

6.4.2. Mảng hướng ngang (Broadside Array)

Mảng hướng ngang là mảng có phát xạ cực đại theo phương vuông góc với trục của nó ($\phi=90^0$).

Khi này điều kiện để mảng hướng ngang có phát xạ cực đại thứ nhất theo phương $\theta=90^0$ như sau:

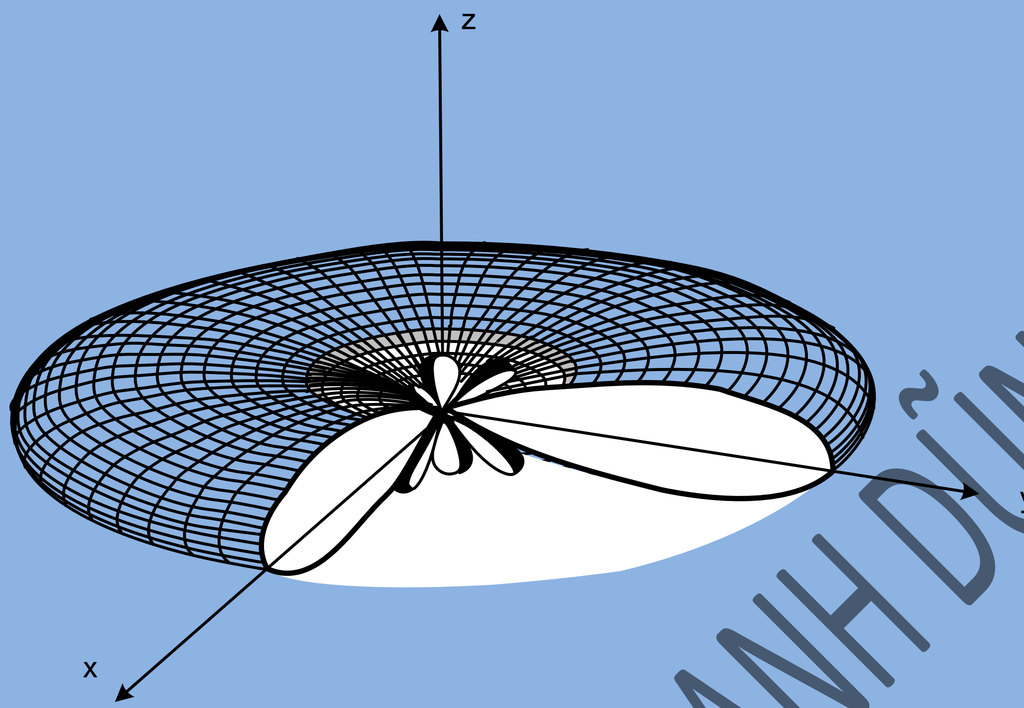
$$\psi = kd\cos\theta+\alpha = kd\cos 90^0+\alpha=0^0 \Rightarrow \alpha=0^0 \qquad (6.16)$$

Để tránh có nhiều búp phát xạ cực đại (các búp hàng rào), khoảng cách giữa các phần tử cạnh nhau phải nhỏ hơn bước sóng ($d_{max}<\lambda$).

Hệ số khuêch đại chuẩn hóa của hệ số mảng hướng ngang được xác định như sau:

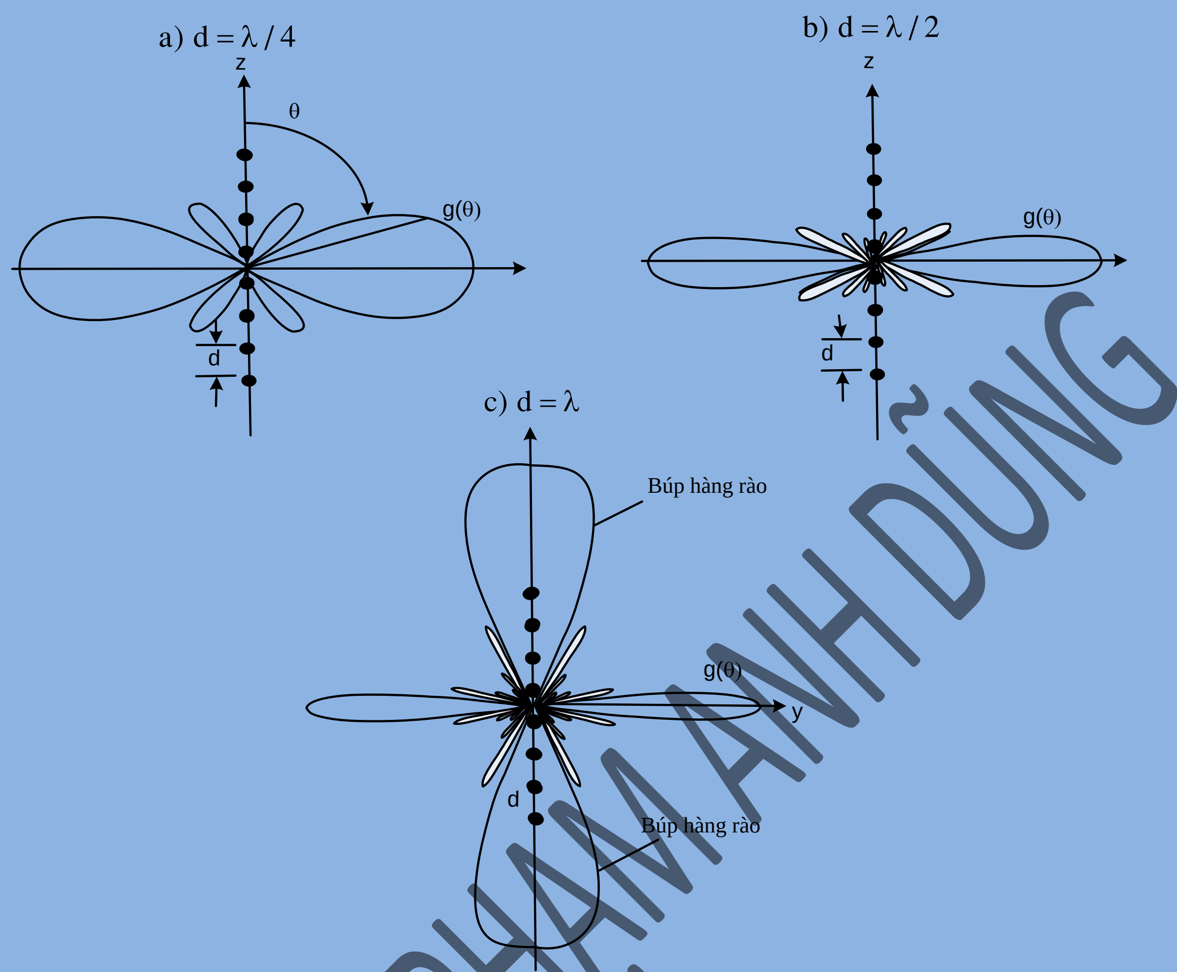
$$g(\theta)=|AF_n|^2=\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{N\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)}\right]^2=\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\cos\theta\right)}{N\sin\left(\frac{1}{2}kd\cos\theta\right)}\right]^2 \qquad (6.17)$$

Hình 6.6 cho thấy hệ số mảng ngang trong không gian ba chiều theo hệ số khuếch đại khi $d=\lambda/4$, $N=10$ và $\alpha=0$.



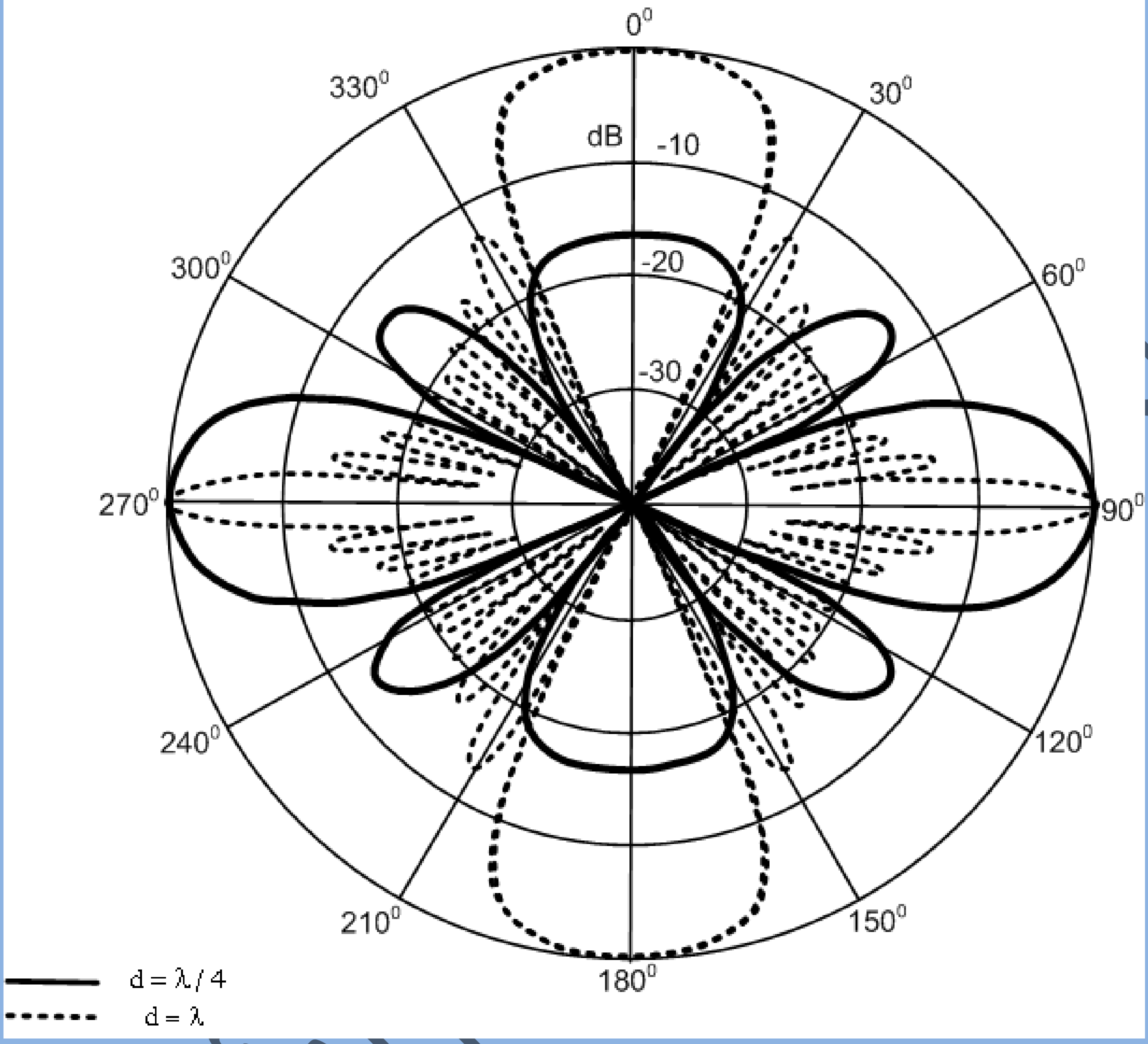
Hình 6.6. Phát xạ của mảng hướng ngang khi d=λ/4, N=10 và α=0

Hình 6.7 cho thấy hệ số mảng hướng ngang trong mặt đứng theo hệ số khuếch đại theo kích thước tương đối khi N=8, d=λ/4, d=λ/2 và d=λ .



Hình 6.7. Mẫu phát xạ trong mặt đứng theo hệ số khuếch đại chuẩn hóa của hệ số mảng hướng ngang khi N=8, d=λ/4, d=λ/2 và d=λ.

Hình 6.8 cho thấy hệ số mảng hướng ngang trong mặt đứng theo hệ số khuếch đại chuẩn hóa theo dB khi N=8, d=λ/4, d=λ/2 và d=λ .



Hình 6.8. Hệ số mảng hướng ngang trong mặt đứng theo hệ số khuếch đại chuẩn hóa theo dB khi N=8, d=λ/4, d=λ/2 và d=λ .

Dưới đây ta sẽ tính tính hướng của mảng hướng ngang.

Cường độ phát xạ mảng hướng ngang khi d<<λ (ψ nhỏ) được xác định như sau:

$$U(\theta)=|AF|^2 \simeq \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\frac{N}{2}\psi}\right]^2=\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\cos\theta\right)}{\left(\frac{N}{2}kd\cos\theta\right)}\right]^2 \qquad (6.18)$$

Cường độ phát xạ anten đẳng hướng được tính như sau:

$$U_I = \frac{P}{4\pi} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U(\theta)\sin\theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\cos\theta\right)}{\left(\frac{N}{2}kd\cos\theta\right)}\right]^2 \sin\theta d\theta \qquad (6.19)$$

Đặt

$$Z = \frac{N}{2}kd\cos\theta \Rightarrow dZ = -\frac{N}{2}kd\sin\theta d\theta$$

Ta có thể viết lại phương trình (6.19) như sau:

$$U_I = -\frac{1}{Nkd}\int_{+Nkd/2}^{-Nkd/2}\left[\frac{\sin Z}{Z}\right]^2 dZ = \frac{1}{Nkd}\int_{-Nkd/2}^{+Nkd/2}\left[\frac{\sin Z}{Z}\right]^2 dZ \qquad (6.20)$$

Đối với N lớn (Nkd/2 lớn), ta có thể viết:

$$U_I = \frac{1}{Nkd}\int_{-Nkd/2}^{+Nkd/2}\left[\frac{\sin Z}{Z}\right]^2 dZ \simeq \frac{1}{Nkd}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\sin Z}{Z}\right]^2 dZ = \frac{\pi}{Nkd} \qquad (6.21)$$

Vì

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\sin Z}{Z}\right]^2 dZ = \pi$$

Vậy tính hướng mảng hướng ngang được xác định như sau:

$$D(\theta) = \frac{U(\theta)}{U_I} \simeq \frac{Nkd}{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\cos\theta\right)}{\left(\frac{N}{2}kd\cos\theta\right)}\right]^2 \qquad (6.22)$$

$$D_{max} = \frac{U_{max}}{U_i} \simeq \frac{Nkd}{\pi} = 2N\left(\frac{d}{\lambda}\right) \qquad (6.23)$$

Vì chiều dải mảng L=(N-1)d, nên

$$D_{max} \simeq 2\left(1+\frac{L}{d}\right)\left(\frac{d}{\lambda}\right) \tag{6.24}$$

Khi L>>d ta được:

$$D_{max} \simeq 2\left(\frac{L}{\lambda}\right) \tag{6.25}$$

Thí dụ: Mảng ULA hướng ngang với N=10, d=λ/4 có tinh hướng cực đại như sau:

$$D_{max} \simeq 2N\left(\frac{d}{\lambda}\right)=5 \quad \Rightarrow D_{max} \simeq 10\log 5 = 6{,}99\text{dBi}$$

6.4.3. Mảng hướng trục (End-fire Array)

Mảng hướng trục là mảng có phát xạ cực đại theo phương dọc trục của nó ($\theta=0^0$ hoặc $\theta=180^0$).

Điều kiện để mảng hướng trục có phát xạ cực đại thứ nhất theo phương $\theta=0^0$ như sau:

$$\psi= kd\cos\theta+\alpha= kd\cos 0^0+\alpha=0 \;\Rightarrow\; \alpha=-kd \tag{6.26}$$

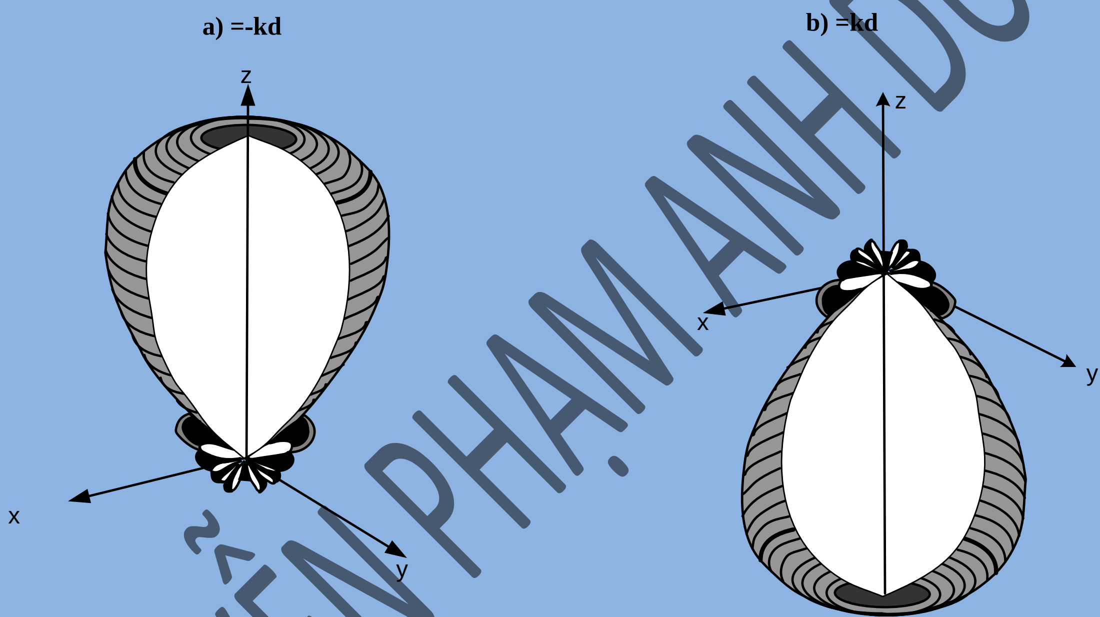
Điều kiện để mảng hướng trục có phát xạ cực đại thứ nhất theo phương $\phi=180^0$ như sau:

$$\psi= kd\cos\theta+\alpha= kd\cos 180^0+\alpha=0 \;\Rightarrow\; \alpha=kd \tag{6.27}$$

Hệ số khuếch đại chuẩn hóa của hệ số mảng hướng trục được xác định như sau:

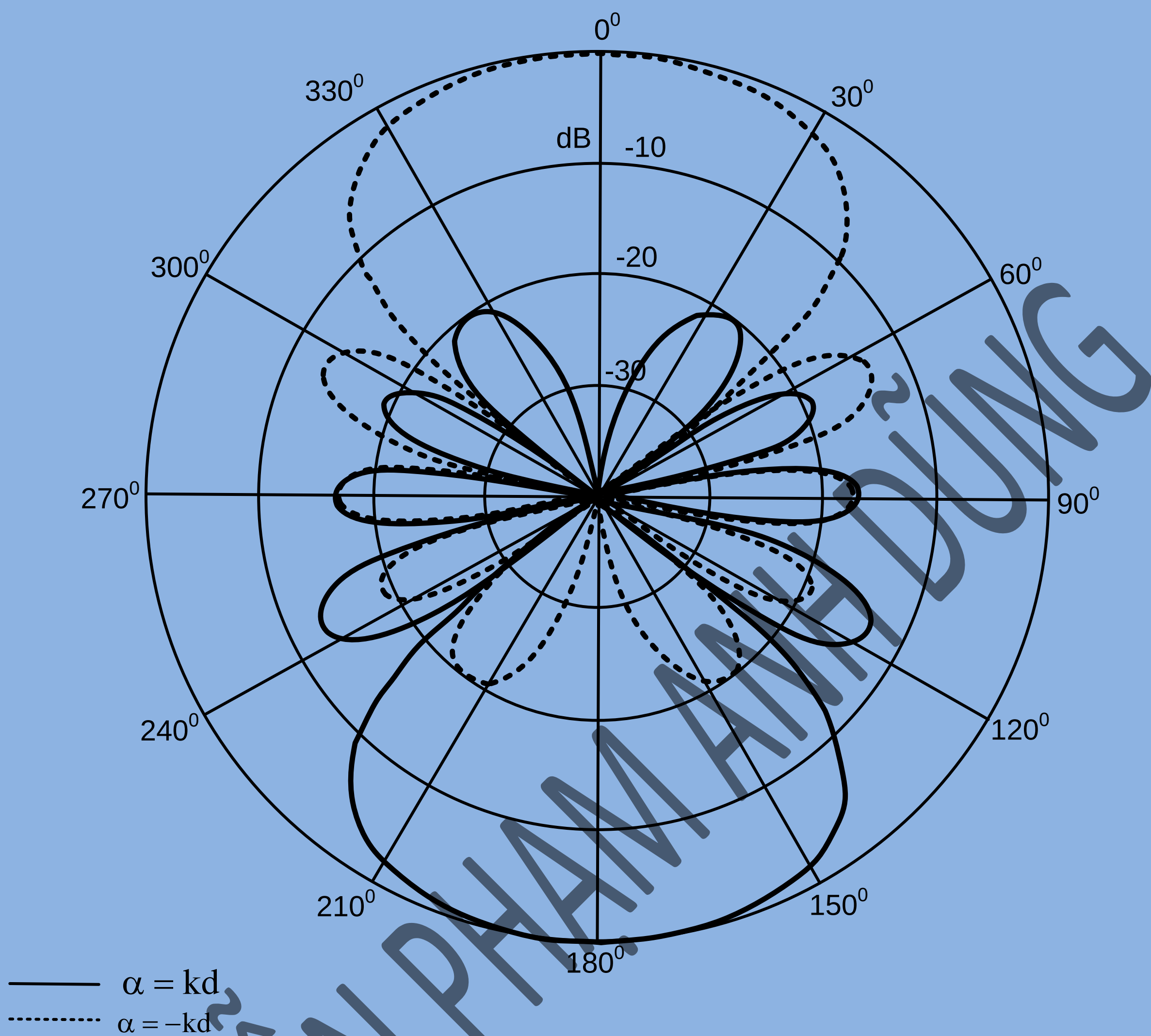
$$g(\theta) = |AF_n|^2 = \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{N\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)} \right]^2 = \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\,(\cos\theta - 1)\right)}{N\sin\left(\frac{1}{2}kd\,(\cos\theta - 1)\right)} \right]^2 \qquad (6.28)$$

Để tránh chỉ có một búp phát xạ cực đại và tránh các búp hàng rào, khoảng cách giữa các phần tử cạnh nhau phải nhỏ hơn nửa bước sóng ($d_{max} < \lambda/2$). Hình 6.9 cho thấy phát xạ của mảng hướng trục khi $d=\lambda/4$, N=10 và $\alpha=0$.



Hình 6.9. Phát xạ của mảng hướng trục khi $d=\lambda/4$, N=10 và: a) α= -kd, b) α=kd

Hình 6.10 cho thấy phát xạ của mảng hướng trục khi $d=\lambda/4$, N=10 trong mặt đứng.



Hình 6.10. Phát xạ của mảng hướng trục khi d=λ/4, N=10 trong mặt đứng

Trường hợp khoảng cách giữa các phần tử nhỏ hơn nhiều so với bước sóng (d<<λ) ta được biểu thức gần đúng sau đây:

$$g(\theta) = \left|AF_n\right|^2 \cong \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\,(\cos\theta - 1)\right)}{\frac{N}{2}kd\,(\cos\theta - 1)}\right]^2 \qquad (6.29)$$

Dưới đây ta sẽ tính tính hướng của mảng hướng trục.

$$U(\theta) = |AF_n|^2 \cong \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2} kd\,(\cos\theta - 1)\right)}{\frac{N}{2} kd\,(\cos\theta - 1)} \right]^2 = \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 \qquad (6.30)$$

Trong đó $Z = \frac{N}{2} kd(\cos\theta - 1)$ và $U_{max}=1$ tại phương $\theta=0^0$.

Cường độ phát xạ đẳng hướng được xác định như sau:

$$U_I = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2} kd\,(\cos\theta - 1)\right)}{\frac{N}{2} kd\,(\cos\theta - 1)} \right]^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2} kd\,(\cos\theta - 1)\right)}{\frac{N}{2} kd\,(\cos\theta - 1)} \right]^2 \sin\theta d\theta \qquad (6.31)$$

Đặt $Z = \frac{N}{2} kd(\cos\theta - 1)$

$$dZ = \frac{N}{2} kd\sin\theta$$

Ta được

$$U_I = \frac{1}{Nkd} \int_0^{-Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ = \frac{1}{Nkd} \int_0^{Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ \qquad (6.32)$$

Đối với mảng lớn (Nkd lớn) ta có thể xấp xỉ hóa biểu thức trên như sau:

$$U_I = \frac{1}{Nkd} \int_0^{Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ \simeq \frac{1}{Nkd} \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ = \frac{\pi}{2Nkd}$$

Vậy tính hướng mảng hướng trục được xác định như sau:

$$D(\theta) = \frac{U(\theta)}{U_I} \simeq \frac{2Nkd}{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd(\cos\theta - 1)\right)}{\left(\frac{N}{2}kd(\cos\theta - 1)\right)}\right]^2 \qquad (6.33)$$

Tính hướng cực đại của mảng hướng trụ sẽ là:

$$D_{max} \simeq \frac{2Nkd}{\pi} = 4N\left(\frac{d}{\lambda}\right) = 4\left(1 + \frac{L}{d}\right)\left(\frac{d}{\lambda}\right) \qquad (6.34)$$

trong đó L=(N-1)d là chiều dài mảng.

Khi L>>d ta được biểu thức lược giản:

$$D_{max} \simeq 4\left(\frac{L}{\lambda}\right) \qquad (6.35)$$

Thí dụ. Mảng ULA dọc trục với N=10, d=λ/4. có tính hướng cực đại của hệ số dàn như sau:

$$D_{max} \simeq 4.10\left(\frac{1}{4}\right) = 10 \Rightarrow D_{max}[dBi] = 10\log 10 = 10dBi$$

6.5. MẢNG LÁI TIA (MẢNG ĐƯỢC ĐỊNH PHA)

Mảng lái tia cho phép lái phương phát xạ cực đại đến một hướng bất kỳ nhờ định góc lệch pha giữa các phần tử phát xạ. Vì thế mảng này còn được gọi là mảng quét hay mảng được định pha.

Để định hướng phát xạ cực đại của mảng tạ góc $0^0 \le \theta_0 \le 180^0$, cần định góc lệch pha giữa các phần tử phát xạ α như sau:

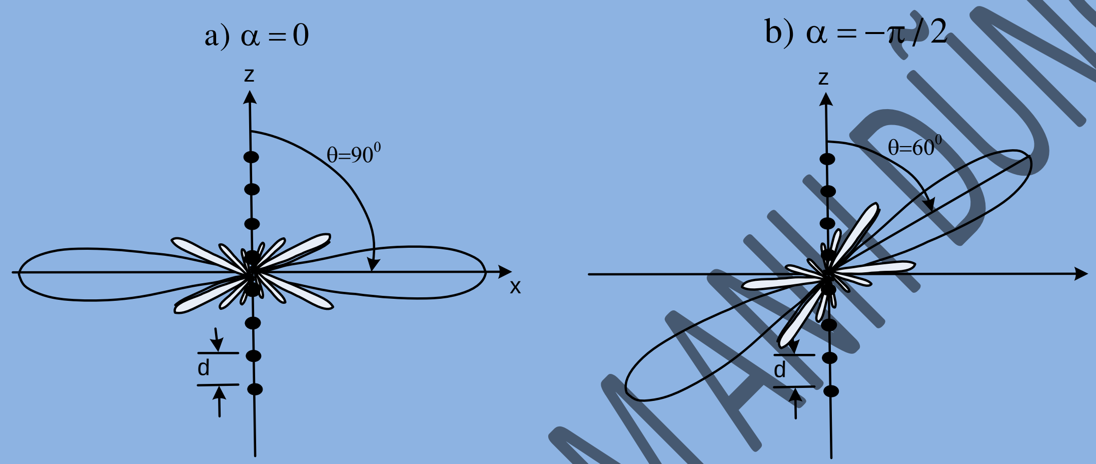
$$\psi = kd\cos\theta_0 + \alpha = 0 \;\Rightarrow\; \alpha = -kd\cos\theta_0 \qquad (6.36)$$

Bằng cách thay đổi α ta có thể lái phướng phát xạ cực đại cuả mảng theo cac góc θ_0 khác nhau.

Thí dụ. Mảng với d=λ/2 sẽ phát xạ cực đại tại phương $\theta_0=60^0$ khi:

$$\alpha = -kd\cos\theta_0 = -\pi/2$$

Hình 6.11 cho thấy lái tia mảng hướng ngang với N=8, d=λ/2, $\alpha = 0$ phát xạ cực đại tại $\theta_0=90^0$, đến phương phát xạ cực đại $\theta_0=60^0$ bằng định pha $\alpha = -\pi/2$.



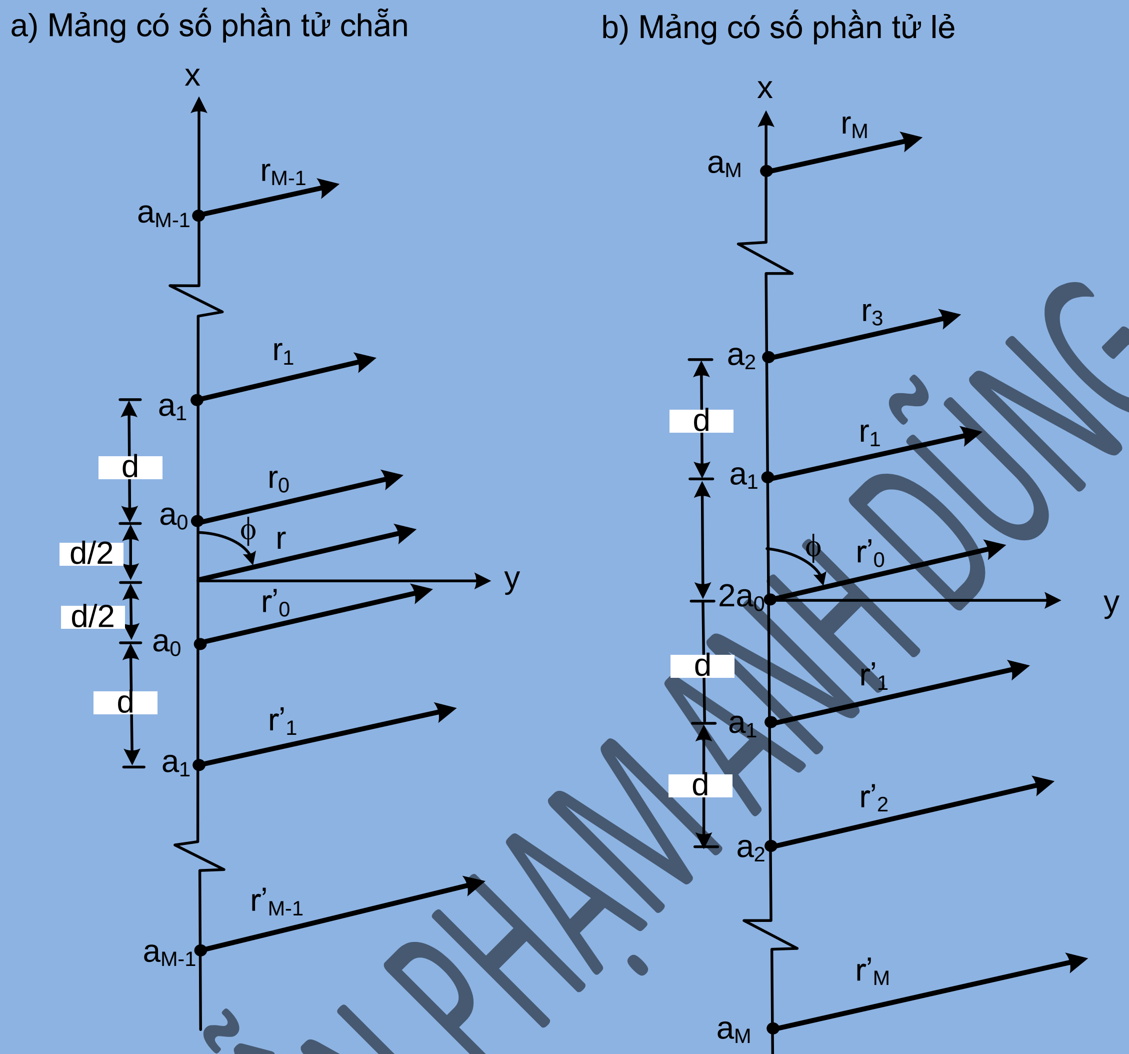
Hình 6.11. Lái tia mảng hướng ngang với N=8, d=λ/2, $\alpha = 0$ phát xạ cực đại tại $\theta_0=90^0$, đến phương phát xạ cực đại $\theta_0=60^0$ bằng định pha $\alpha = -\pi/2$.

6.6. MẢNG CÁCH ĐỀU VỚI BIÊN ĐỘ KHÔNG ĐỒNG NHẤT

Trước khi xét mảng biên độ không đồng nhất, ta tìm công thức cho hệ số mảng.

6.6.1. Thừa số mảng (AF: Array Factor)

Ta xét các mảng gồm nhiều phần tử đồng dạng đặt đối xứng theo trọc x qua gốc tọa độ như trên hình 6.12, trong đó hình 6.12a có sô phần tử chẵn (N=2M) còn hình 6.12b có số phần tử lẻ (N=2M+1).



Hình 6.12. Các mảng có số phần tử chẵn và lẻ được đặt đối xứng qua gốc tọa độ trên trục x

Đối với trường hợp số phần tử chẵn (N=2M), ta có:

$$(AF)_{2M} = a_0 e^{j(1/2)kd\cos\phi} + a_1 e^{j(3/2)kd\cos\phi} + \ldots$$

$$+ a_{M-1} e^{j(2M-1)/2kd\cos\phi}$$

$$+ a_0 e^{-j(1/2)kd\cos\phi} + a_1 e^{-j(3/2)kd\cos\phi} + \ldots$$

$$+ a_{M-1} e^{-j(2M-1)/2kd\cos\phi}$$

$$(AF)_{2M} = 2\sum_{n=0}^{M-1} a_n \cos\left[\frac{(2n-1)}{2} kd\cos\phi\right] \qquad (6.37)$$

Sau chuẩn hóa, ta có:

$$\left(AF\right)_{2M} = \sum_{n=0}^{M-1} a_n \cos\left[\frac{(2n-1)}{2} kd\cos\phi\right] \qquad (6.38)$$

Đối với trường hợp số phần tử lẻ, ta có:

$$\left(AF\right)_{2M+1} = 2a_0 + a_1 e^{jkd\cos\phi} + a_2 e^{j2kd\cos\phi} + \ldots + a_M e^{j(M-1)kd\cos\phi}$$
$$+ a_1 e^{-jkd\cos\phi} + a_2 e^{-j2kd\cos\phi} + \ldots + a_M e^{-j(M-1)kd\cos\phi}$$

$$\left(AF\right)_{2M+1} = 2\sum_{n=o}^{M-1} a_n \cos\left[(n-1)kd\cos\phi\right] \qquad (6.39)$$

Sau chuẩn hóa ta có:

$$\left(AF\right)_{2M+1} = \sum_{n=0}^{M-1} a_n \cos\left[(n-1)kd\cos\phi\right] \qquad (6.40)$$

6.6.2. Mảng nhị thức

Mảng nhị thức là mảng trong đó các trọng số của mảng được xác định theo hệ số của triển khai nhị thức sau :

$$(1+x)^{m-1} = 1 + (m-1)x + \frac{(m-1)(m-2)}{2!}x^2$$
$$+ \frac{(m-1)(m-2)(m-3)}{3!}x^3 + \ldots$$

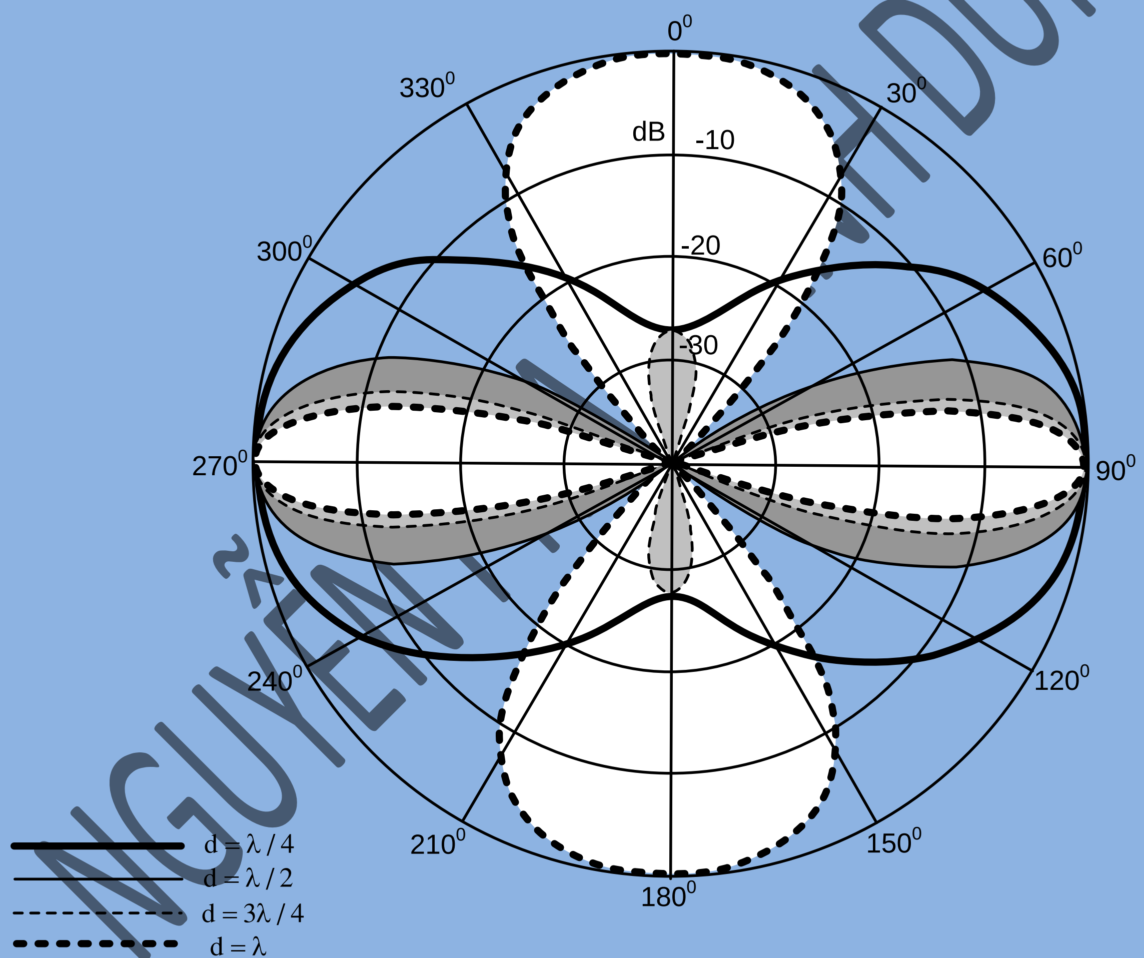
Các hệ số dương của triển khai chuỗi theo m là :

m=1 1
m=2 1 1
m=3 1 2 1
m=4 1 3 3 1
m=5 1 4 6 4 1
m=6 1 5 10 10 5 1

m=7 1 6 15 20 15 6 1
m=8 1 7 21 35 35 21 7 1
m=9 1 8 28 56 70 56 28 8 1
m=10 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

Ta xét mảng N=10 (M=5), ta có :
a_0= 126, a_1= 84, a_2= 36, a_3= 9, a_4= 1.

Hình 6.13 cho thấy các mẫu phát xạ của mảng nhị thức mười phần tử khi d=λ/4, λ/2, 3λ/4 và λ.

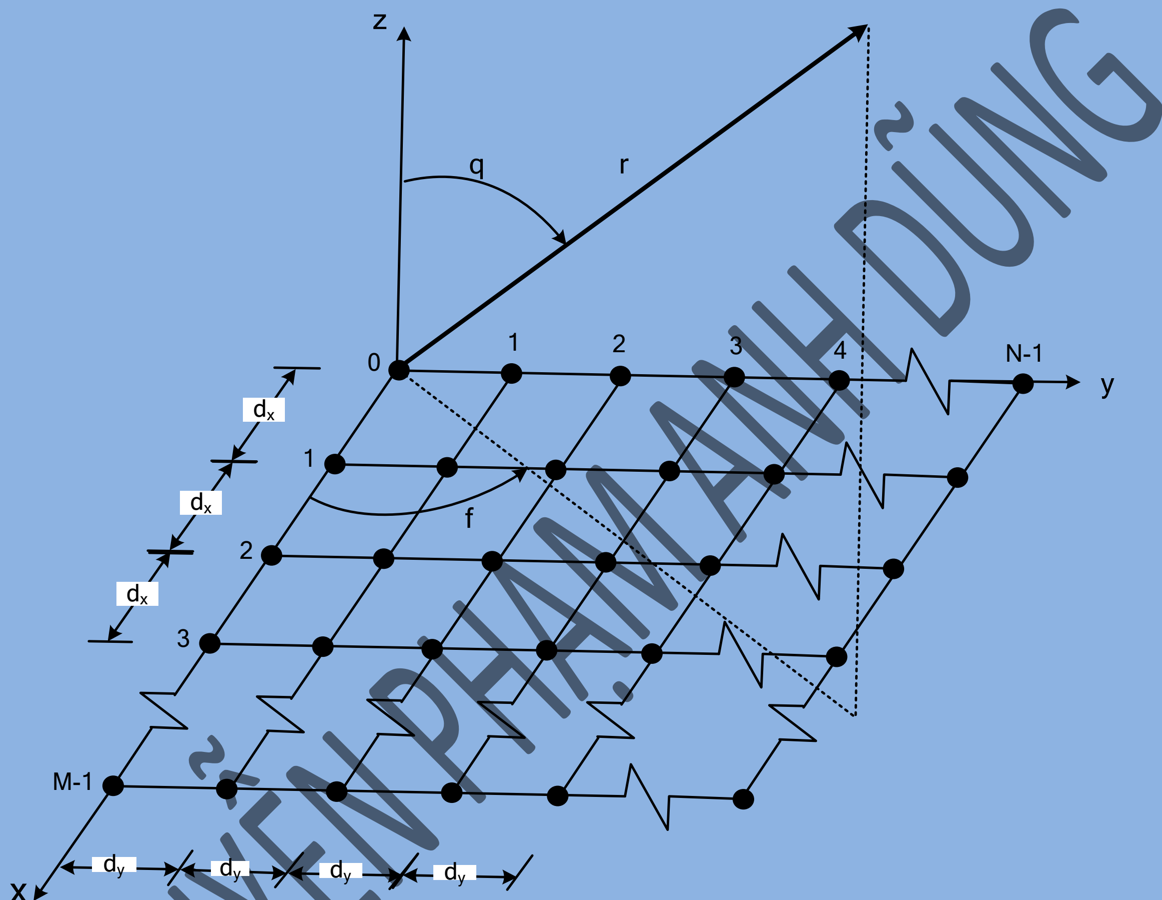


Hình 6.13. Các mẫu phát xạ của mảng nhị thức mười phần tử khi d=λ/4, λ/2, 3λ/4 và λ.

6.7. MẢNG MẶT PHẲNG VÀ MẢNG TRÒN

6.7.1. Mảng mặt phẳng

Mảng mặt phẳng được cấu tạo từ tập hợp các phần tử phát xạ được sắp đặt trên một mặt lưới hình chữ nhật (hình 6.14). Mảng mặt phẳng cho mẫu phát xạ đối xứng hơn, ít búp bên hơn và búp chính hẹp (tính hướng cao hơn). Có thể sử dụng mảng mặt phẳng để quét đến bất cứ điểm nào trong không gian.



Hình 6.14. Bố trí các phần tử phát xạ trên mảng mặt phẳng

Từ phương trình (6) ta có thể xác định AF của mảng tuyến tính gồm M phần tử dọc trục x như sau:

$$AF_{x1} = \sum_{m=0}^{M-1} a_{m0} e^{jkx'_m \bar{a}_x \bar{a}_r} = \sum_{m=0}^{M-1} a_{m0} e^{jkx'_m \sin\theta\cos\phi} \tag{6.41}$$

$$= \sum_{m=0}^{M-1} \gamma_{m0} e^{jm(kd_x \sin\theta\cos\phi + \alpha_x)}$$

Trong đó:

$\bar{a}_x \bar{a}_r = \sin\theta\cos\phi$, $x'_m = m.d_x$, m=0,1, …, M-1

$$a_{m0} = \frac{|I|_{m0}}{|I|_{00}} e^{j(\beta_{m0}-\beta_{00})} = \frac{|I|_{m0}}{|I|_{00}} e^{j\alpha_x} = \gamma_{m0} e^{j\alpha_x} \qquad (6.42)$$

Và: γ_{00}=1, $x'_0 = 0$, α_x là thay đổi pha cấp tiến của các dòng điện kích thích phần tử phát xạ.

Nếu N mảng tuyến tính nói trên được đặt cách nhau d_y theo trục và α_y là thay đổi pha cấp tiến của các dòng điện kích thích phần tử phát xạ, thì AF của mảng mặt phẳng được xác định như sau:

$$\begin{aligned} AF &= \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{0n} \left[\sum_{m=0}^{M-1} \gamma_{m0} e^{jm(kd_x \sin\theta\cos\phi + \alpha_x)} \right] e^{jky'_m \bar{a}_x \bar{a}_r} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{0n} \left[\sum_{m=0}^{M-1} \gamma_{m0} e^{jm(kd_x \sin\theta\cos\phi + \alpha_x)} \right] e^{jn(kd_y \sin\theta\sin\phi + \alpha_y)} \end{aligned} \qquad (6.43)$$

Trong đó $\sin\theta\cos\phi = \bar{a}_x \bar{a}_r$, $\sin\theta\sin\phi = \bar{a}_y \bar{a}_r$, $y'_n = n.d_y$. n=0, 1, …, N-1,

$$a_{0n} = \frac{|I|_{0n}}{|I|_{00}} e^{j(\beta_{0n}-\beta_{00})} = \frac{|I|_{0n}}{|I|_{00}} e^{j\alpha_y} = \gamma_{0n} e^{j\alpha_y} \qquad (6.44)$$

Hay

$$AF = S_{xM}.S_{yN} \qquad (6.45)$$

Trong đó:

$$S_{xM} = \sum_{m=0}^{M-1} \gamma_{m0} e^{jm(kd_x \sin\theta\cos\phi + \alpha_x)} \qquad (6.46)$$

$$S_{yN} = \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{0n} e^{jn(kd_y \sin\theta\sin\phi + \alpha_y)} \qquad (6.46)$$

Đối với mảng phẳng (chữ nhật) đồng nhất, $I_{m0}=I_{0n}=I_0$ đối với mọi m và n, vì thế:

$$AF = \sum_{m=0}^{M-1} \gamma_{m0} e^{jm(kd_x \sin\theta\cos\phi + \alpha_x)} \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{0n} e^{jn(kd_y \sin\theta\sin\phi + \alpha_y)} \qquad (6.47)$$

Hệ số mảng chuẩn được xác định như sau:

$$AF_n = S_{xM} S_{yN} = \left[\frac{1}{M} \frac{\sin\left(M\frac{\psi_x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right)} \right] \left[\frac{1}{N} \frac{\sin\left(N\frac{\psi_y}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right)} \right] \qquad (6.48)$$

Trong đó

$$\psi_x = kd_x \sin\theta\cos\phi + \alpha_x \qquad (6.49)$$

$$\psi_y = kd_y \sin\theta\sin\phi + \alpha_y \qquad (6.50)$$

Búp chính và các búp hàng rào của S_{xM} và S_{yN} xảy ra tại các góc thỏa mãn điều kiện sau:

$$kd_x \sin\theta_m\cos\phi_m + \alpha_x = \pm 2m\pi,\ \ m = 0,1,... \qquad (6.51)$$

$$kd_y \sin\theta_n\sin\phi_n + \alpha_y = \pm 2n\pi,\ \ n = 0,1,... \qquad (6.52)$$

Trong đó búp chính cầy ra tại m=0 và n=0.

Tổng quát α_x, α_y độc lập với nhau nhưng phải đảm bảo các búp chính của S_{xM} và S_{yN} cắt nhau, khi này búp chính chung sẽ xảy ra tại góc:

$$\theta=\theta_0,\ \phi=\phi_0 \text{ và } m=n=0 \qquad (6.53)$$

Như vậy các góc lệch pha dòng điện phải thỏa mãn điều kiện sau:

$$\alpha_x = -kd_x \sin\theta_0\cos\phi_0 \qquad (6.54)$$

$$\alpha_y = -kd_y \sin\theta_0\sin\phi_0$$

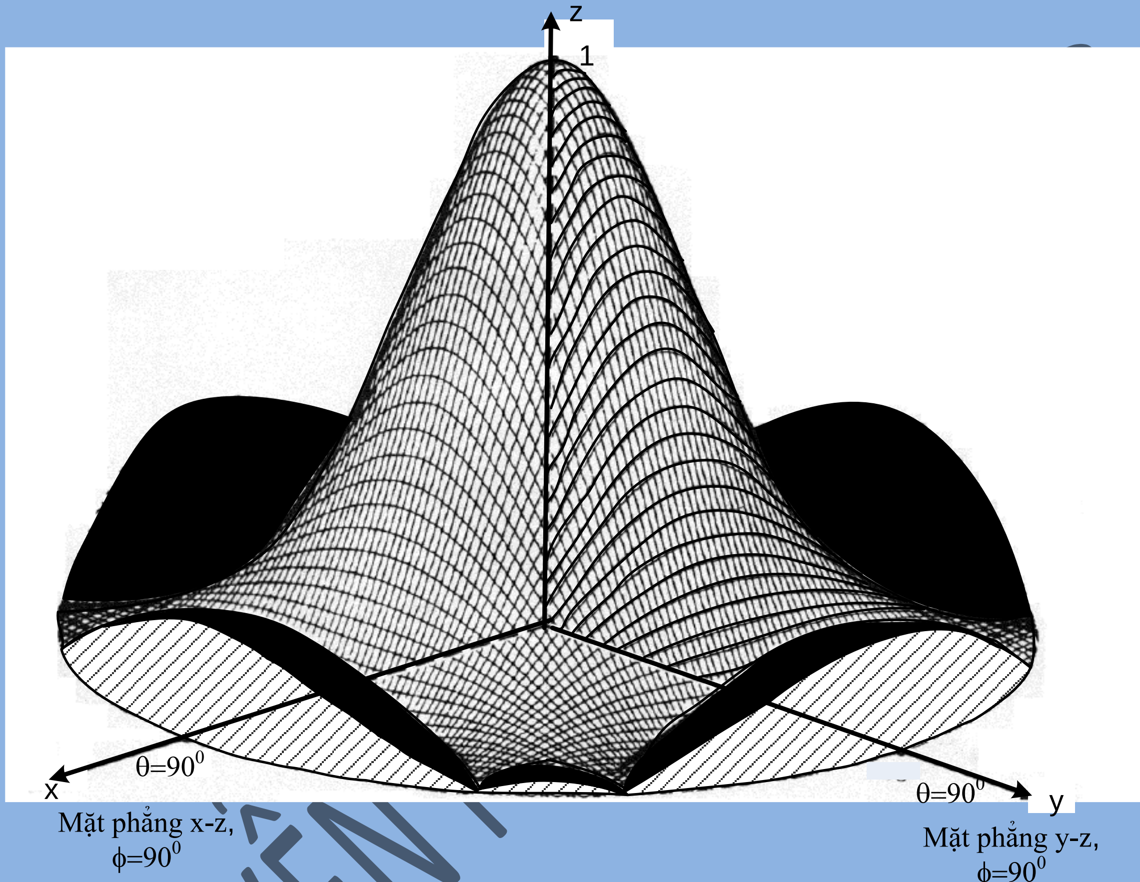
Hay:

$$\tan\phi_0 = \frac{\alpha_y d_y}{\alpha_x d_x} \qquad (6.55)$$

$$\sin\theta_0 = \pm\sqrt{\left(\frac{\alpha_x}{kd_x}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_y}{kd_y}\right)^2} \qquad (6.56)$$

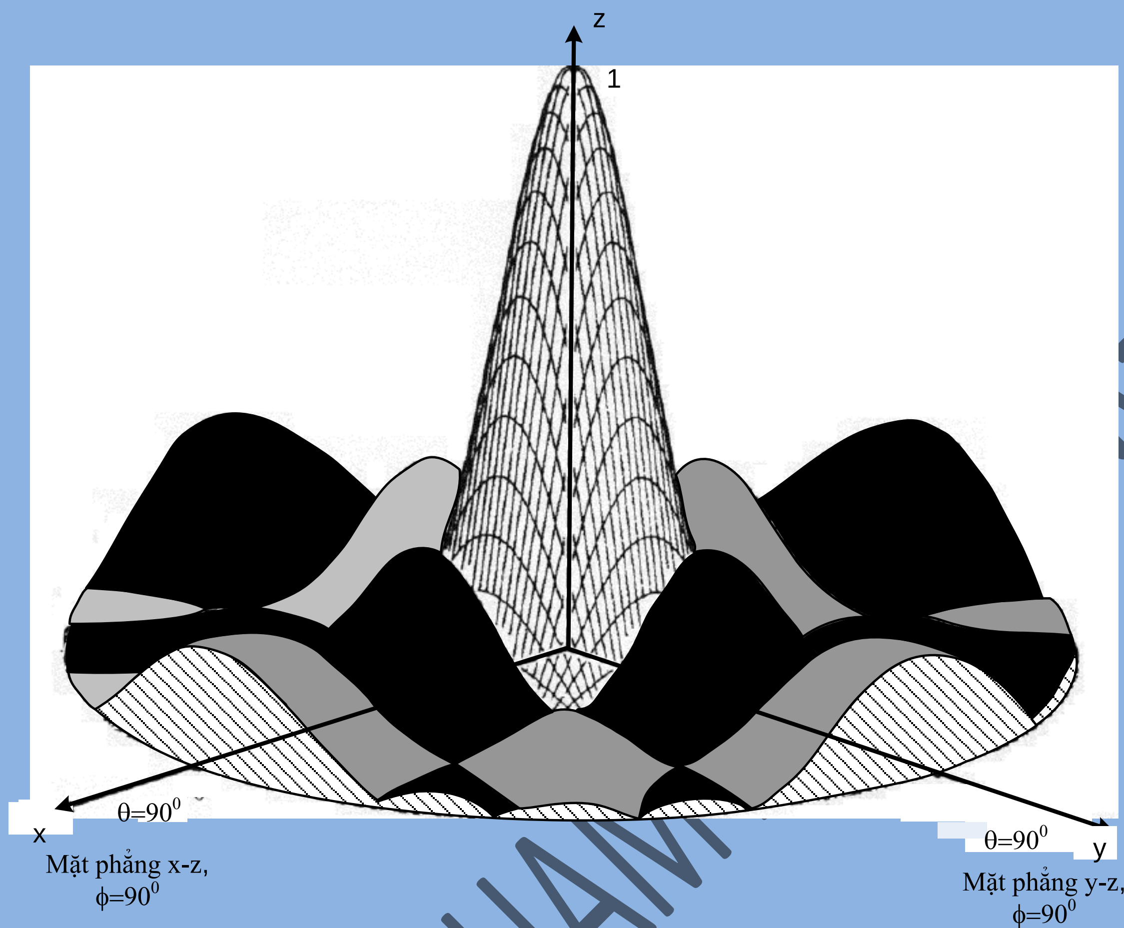
Để tránh cac búp hàng rào cầm đảm bảo khoảng cách giữa các phần tử nhỏ hơn bước sóng ($d_x<\lambda$ và $d_y<\lambda$).

Mẫu phát xạ 3D của một mảng phẳng vuông 5 phần tử không có các búp hàng rào với M=N=5, $d_x=d_y=\lambda/4$, $\alpha_x= \alpha_y=0$ được cho trên hình 6.15.



Hình 6.15. Mẫu phát xạ 3D của một mảng phẳng vuông 5 phần tử không có các búp hàng rào (M=N=5, $d_x=d_y=\lambda/4$, $\alpha_x= \alpha_y=0$)

Mẫu phát xạ 3D của một mảng phẳng vuông 5 phần tử không có các búp hàng rào với M=N=5, $d_x=d_y=\lambda/2$, $\alpha_x= \alpha_y=0$ được cho trên hình 6.16.

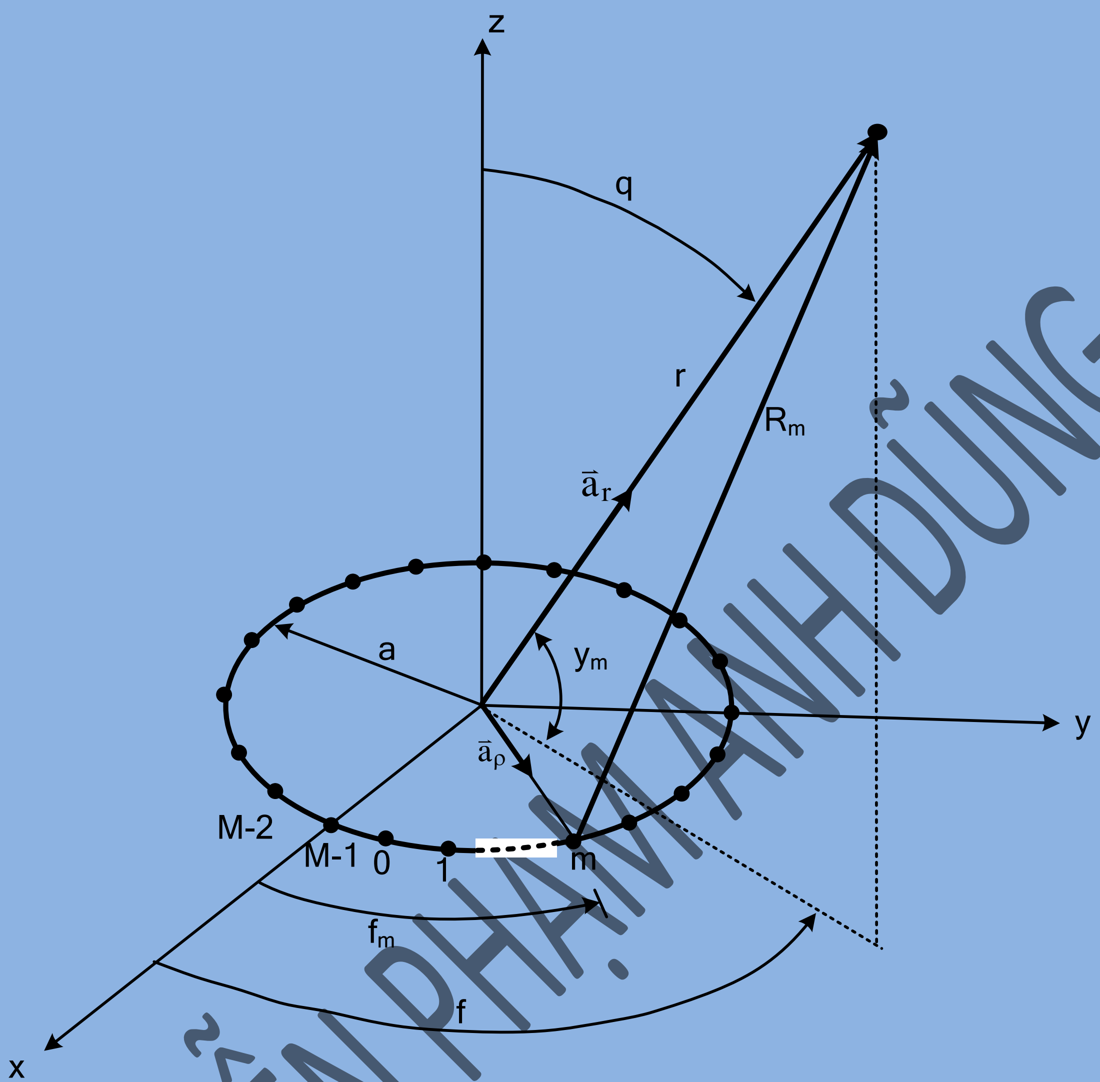


Hình 6.16. Mẫu phát xạ 3D của một mảng phẳng vuông 5 phần tử không có các búp hàng rào với M=N=5, d_x=d_y=λ/2, α_x= α_y=0

Ta thấy rằng khi khoảng cách giữa các phần tử tăng từ λ/4 lên λ/2 búp chính thu hẹp một cách đáng kể.

6.7.2. Mảng tròn

Ta xét một mảng tròn đồng nhất (UCA: Uniform Circular Array) bao gồm M phần tử (m=0, 1, …, M-1) sắp đặt cách đều nhau trên một đường tròn đường kính a (hình 6.17).



Hình 6.17. Mảng tròn đồng nhất (UCA: Uniform Circular Array)

Hệ số mảng tròn được xác định như sau:

$$\begin{aligned} AF &= \sum_{n=0}^{M-1} a_m\, e^{jka\vec{a}_\rho \vec{a}_r} \\ &= \sum_{n=0}^{M-1} \gamma_m e^{j\left[ka(\sin\theta\cos\phi\cos\phi_m + \sin\theta\sin\phi\sin\phi_m) + \alpha_m\right]} \\ &= \sum_{n=0}^{M-1} \gamma_m e^{j\left[ka\sin\theta\cos(\phi-\phi_m) + \alpha_m\right]} \end{aligned} \tag{6.56}$$

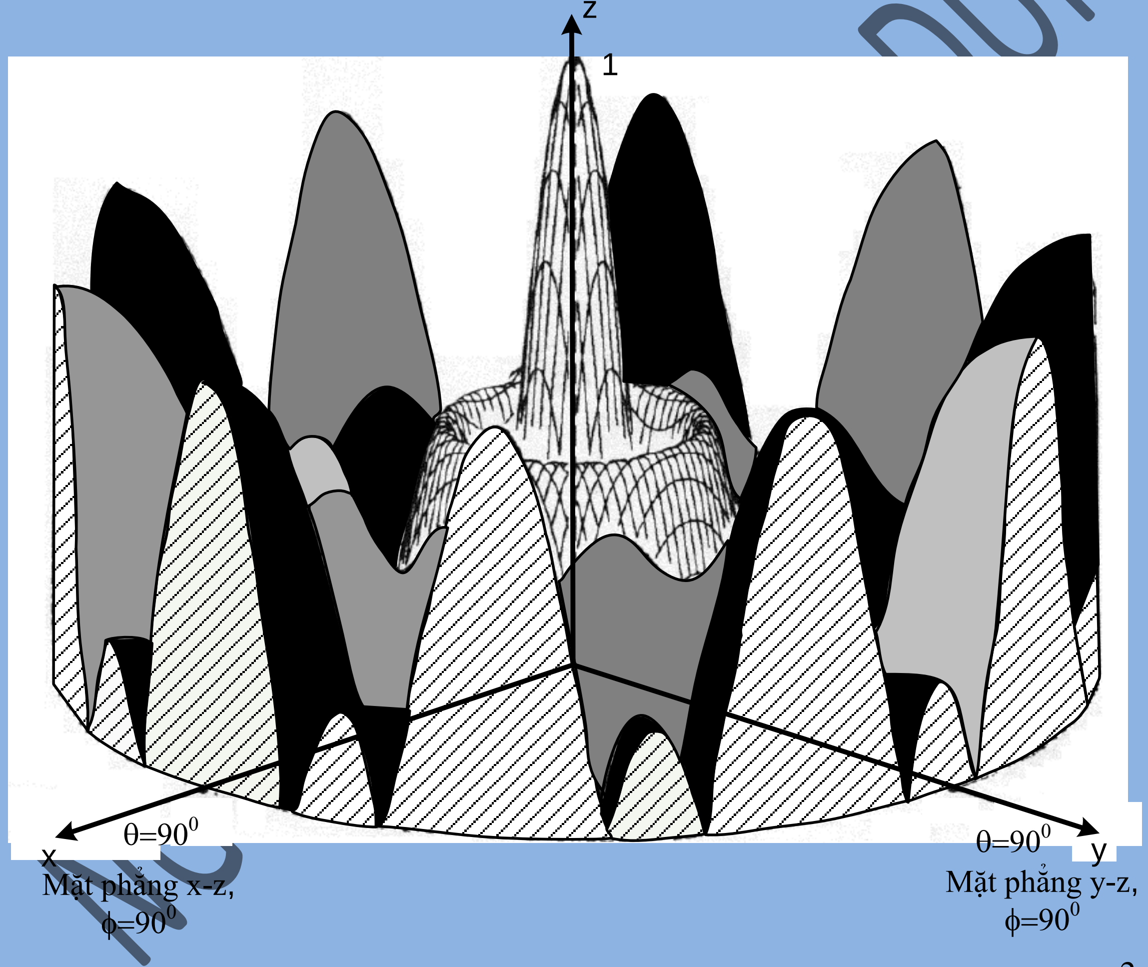
Trong đó

$$\vec{a}_\rho = \vec{a}_x \cos\phi_m + \vec{a}_y \sin\phi_m \qquad (6.57)$$

$$\vec{a}_r = \vec{a}_x \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_y \sin\theta\sin\phi + \vec{a}_z\cos\theta \qquad (6.58)$$

$$a_m = \frac{|I|_m}{|I|_0} e^{j(\beta_m - \beta_0)} = \frac{|I|_m}{|I|_0} e^{j\alpha_m} = \gamma_m e^{j\alpha_m} \qquad (6.59)$$

Mẫu phát xạ 3D của một mảng tròn 10 phần tử với M=10, $ka = \frac{2\pi}{\lambda}a = 10$ được cho trên hình 6.18.

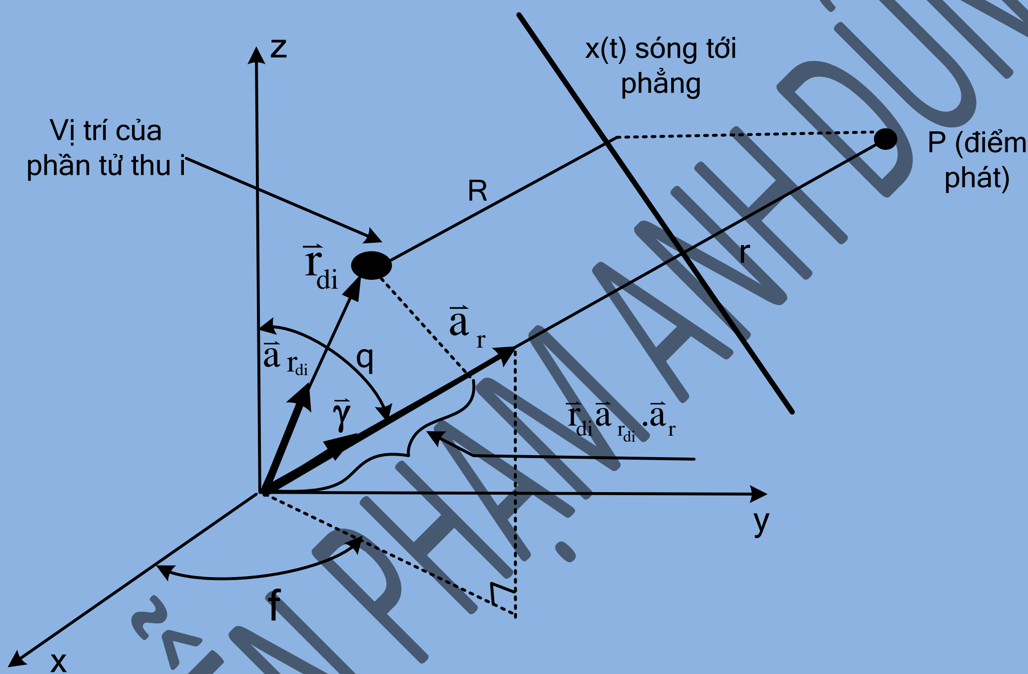


Hình 6.18. Mẫu phát xạ 3D của một mảng tròn 10 phần tử với M=10, $ka = \frac{2\pi}{\lambda}a = 10$

6.8. MÔ HÌNH TÍN HIỆU TRONG HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG SỬ DỤNG ANTEN MẢNG

6.8.1. Tín hiệu thu tại một phần tử của anten mảng

Hình 6.19 cho thấy quá trình thu của phần tử anten thứ i trong một anten mảng từ sóng tới phẳng x(t).



Hình 6.19. Quá trình thu của phần tử anten thứ i trong một anten mảng từ sóng tới phẳng x(t).

Ký hiệu vecto khoảng cách của một phần tử thu trong mảng so với gốc hệ tọa độ là hình 6.19):

$$\vec{r}_{di} = \vec{a}_x x_{di} + \vec{a}_y y_{di} + \vec{a}_z \breve{z}_{di} \qquad (6.60)$$

Ta có thể biểu diễn tín hiệu không gian thời gian thu được tại phần tử anten i trong mảng anten bằng ký hiệu $y(x_{di},y_{di},z_{di},t)$, trong đó x_{dn} y_{dn}, z_{dn} là các biến không gian của toạ độ Descatese và t ký hiệu cho thời gian. Biểu thức giá trị phức cho tín hiệu này có dạng sau:

$$\tilde{y}(\vec{x}_{di},t) = (x_{di},y_{di},z_{di},t) = x(t)e^{j\left(\omega t-\vec{k}.\vec{r}_{di}\right)} = \tilde{x}(t)e^{-j\left(k_x x_{di} + k_y.y_{di} + k_y.z_{di}\right)} \qquad (6.61)$$

Trong đó:

$\tilde{s}(t) = P(t)e^{j\omega t}\dfrac{e^{-jkr}}{r} = \tilde{P}(t)e^{j\omega t}\dfrac{e^{-jkr}}{r}$ là tín hiệu thu phức tức thời, $\tilde{P} = P(t)e^{j\omega t}$ là công suất phát phức tức thời , r là khoảng cách từ máy phát đến mảng anten thu.

$$\vec{k} = \vec{a}_r k = \vec{a}_x k_x + \vec{a}_y k_y + \vec{a}_z k_z \qquad (6.62)$$

$$\vec{r}_{di} = \vec{a}_{r_{di}} r_{di} = \vec{a} x_{di} + \vec{a}_y y_{di} + \vec{a}_z z_{di} \qquad (6.63)$$

$$\vec{k}.\vec{r}_{di} = k_x x_{di} + k_y y_{di} + k_z z_{di} \qquad (6.64)$$

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \qquad (6.65)$$

Sử dụng ký hiệu $\vec{\gamma} = \vec{k}/\omega = \dfrac{k\vec{a}_r}{\omega} = \dfrac{\vec{a}_r}{c} \Rightarrow \vec{a}_r = c\vec{\gamma}$ và gọi nó là vectơ trễ, ta có thể biểu diễn tín hiệu không gian thời gian $y(\vec{r}_{di}, t)$ như sau:

$$\tilde{y}(\vec{x}_{di}, t) = \tilde{y}(t - \vec{\gamma}.\vec{r}_{di}) = \tilde{x}(t)e^{-j\omega\vec{\gamma}.\vec{r}_{di}} \qquad (6.66)$$

trong đó $\vec{\gamma} = \dfrac{\vec{k}}{\omega}$ và $|\vec{\gamma}| = \dfrac{1}{c}$

Ta ký hiệu $\tau_i = \vec{\gamma}.\vec{r}_{di}$ là thời gian trễ do tốc độ truyền sóng có hạn của tín hiệu. Khi này trễ được xác định như sau: $\tau_i = \dfrac{\vec{a}_r.\vec{r}_{di}}{c}$, trong đó $\vec{a}_r = \vec{a}_x \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_y \sin\theta\sin\phi + \vec{a}_z \cos\theta$. Vì thế ta có thể biểu diễn trễ như sau:

$$\tau_i = \frac{\vec{a}_r.\vec{r}_{di}}{c} = \frac{1}{c}(x_{di}\sin\theta\cos\phi + y_{di}\sin\theta\sin\phi + z_{di}\cos\theta) \qquad (6.67)$$

Khi này ta có thể viết lại biểu thức (6.65) như sau:

$$\tilde{y}(r_{di}, t) = \tilde{x}(t - \tau_i) = \tilde{x}(t)e^{-j\omega\tau_i} \qquad (6.68)$$

trong đó $\tau_i = \vec{\gamma}.r_{di} = \dfrac{\vec{a}_r.\vec{r}_{di}}{c}$.

Từ (6.67) ta thấy tín hiệu thu gồm hai thành phần, thành phần thứ nhất biểu thị sự suy giảm tín hiệu phát và thành phần thứ hai biểu thị trễ của tín hiệu phát tại phía thu.

Giả sử $\vec{r}_{d0}, \vec{r}_{d1}, ..., \vec{r}_{dK-1}$ là các vectơ vị trí của K phần tử trong mảng anten, khi này từ (6.65) và (6.67) ta có thể biểu diễn vectơ tín hiệu thu như sau :

$$\bar{y}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{y}(\vec{r}_{d0}, t) \\ \tilde{y}(\vec{r}_{d1}, t) \\ \vdots \\ \tilde{y}(\vec{r}_{dK-1}, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}(t - \vec{\gamma}.\vec{r}_{d0}) \\ \tilde{y}(t - \vec{\gamma}.r_{d1}) \\ \vdots \\ \tilde{y}(t - \vec{\gamma}.\vec{r}_{dK-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}(t - \tau_0) \\ \tilde{y}(t - \tau_1) \\ \vdots \\ \tilde{y}(t - \tau_{K-1}) \end{bmatrix} \qquad (6.69)$$

trong đó $\tau_i = \vec{\gamma}.\vec{x}_{di}$ là thời gian trễ do tốc độ truyền sóng có hạn của tín hiệu.

Sử dụng công thức (6.67) ta có thể viết:

$$\tau_i = \frac{\vec{a}_r.\vec{r}_{di}}{c} = \frac{1}{c}(x_{di}\sin\theta\cos\phi + y_{di}\sin\theta\sin\phi + z_{di}\cos\theta) \qquad (6.70)$$

Nếu coi rằng trường thu nằm trong vùng xa và các suy hao của các tín hiệu đến phần tử mảng như nhau và bằng C, ta có thể viết lại (6.68) như sau:

$$\tilde{y}(t) = \begin{bmatrix} \exp\ \text{-}j\omega\tau_0 \\ \exp\ \text{-}j\omega\tau_1 \\ \vdots \\ \exp\ \text{-}j\omega\tau_{K-1} \end{bmatrix} \tilde{x}(t) \qquad (6.71)$$

trong đó $\tilde{y}(t)$ là ma trận tín hiệu thu tức thời phức, $\tilde{x}(t)$ là tín hiệu phát tại điểm thu phụ thuộc vào công suất phát và khoảng cách từ máy phát đén máy thu. Nếu ký hiệu ma trận trong (6.71) là **v**(t) và gọi nó là đáp ứng mảng, ta có thể viết lại công thức (6.71) như sau:

$$\tilde{y}(t) = v(t)\tilde{x}(t) \qquad (6.72)$$

trong đó:

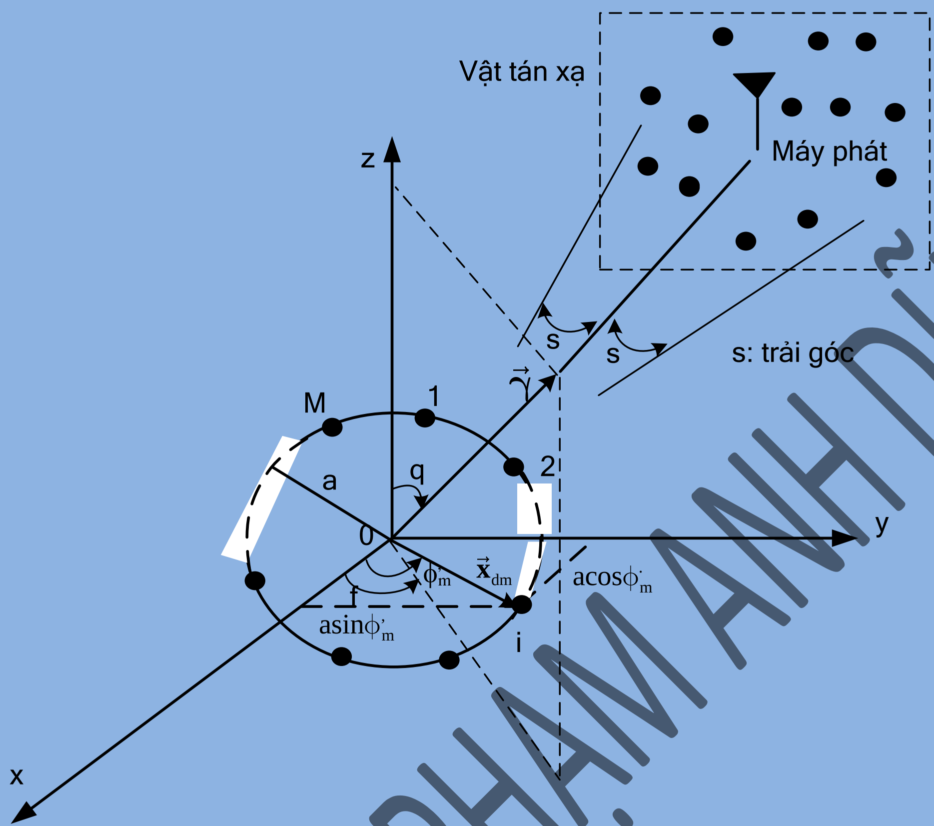
$$\bar{v}(t) = \begin{bmatrix} \exp\ \text{-}j\omega\tau_0 \\ \exp\ \text{-}j\omega\tau_1 \\ \vdots \\ \exp\ \text{-}j\omega\tau_{K-1} \end{bmatrix} \qquad (6.73)$$

được gọi là vectơ đáp ứng mảng.

Dưới đây ta sẽ xét các vectơ đáp ứng mảng cho một số mảng đơn giản.

6.8.2. Vectơ đáp ứng mảng tròn M phần tử đồng dạng cách đều

Hình 6.20 cho thấy một hệ thống thông tin vô tuyến sử dụng mảng anten tròn có M (m=0, 1,…, M-1) phần tử đồng dạng phân cách đều (UCA: uniform circular array) với mảng được đặt trong mặt phẳng xy.



Hình 6.20. Hệ thống thông tin vô tuyến sử dụng mảng tròn M phần tử đồng dạng cách đều nhau.

Từ hình 6.20 ta có thể biểu thị vectơ vị trí của phần tử mảng tròn như sau: $\vec{r}_{dm}$ =(acos ϕ_m, asin ϕ_m,0). Sử dụng (6.69) ta có thể viết:

$$\begin{aligned}\tau_m &= \frac{1}{c}\left(a\cos\phi_m \sin\theta\cos\phi + a\sin\phi_m \sin\theta\sin\phi\right)\\ &= \frac{a\sin\theta}{c}\left(\cos\phi_m\cos\phi + \sin\phi_m\sin\phi\right)\\ &= \frac{a\sin\theta}{c}\cos\left(\phi - \phi_m\right) \qquad (6.74)\end{aligned}$$

trong đó a là bán kính đường tròn mảng, (θ,ϕ) là góc ngẩng và góc phương vị của vectơ trễ, ϕ'_m là góc phương vị của phần tử mảng, m=0,1,…,M-1.

Sử dụng (6.73) ta được vectơ hiệu ứng mảng tròn với M phần tử đồng dạng đặt cách đều nhau như sau:

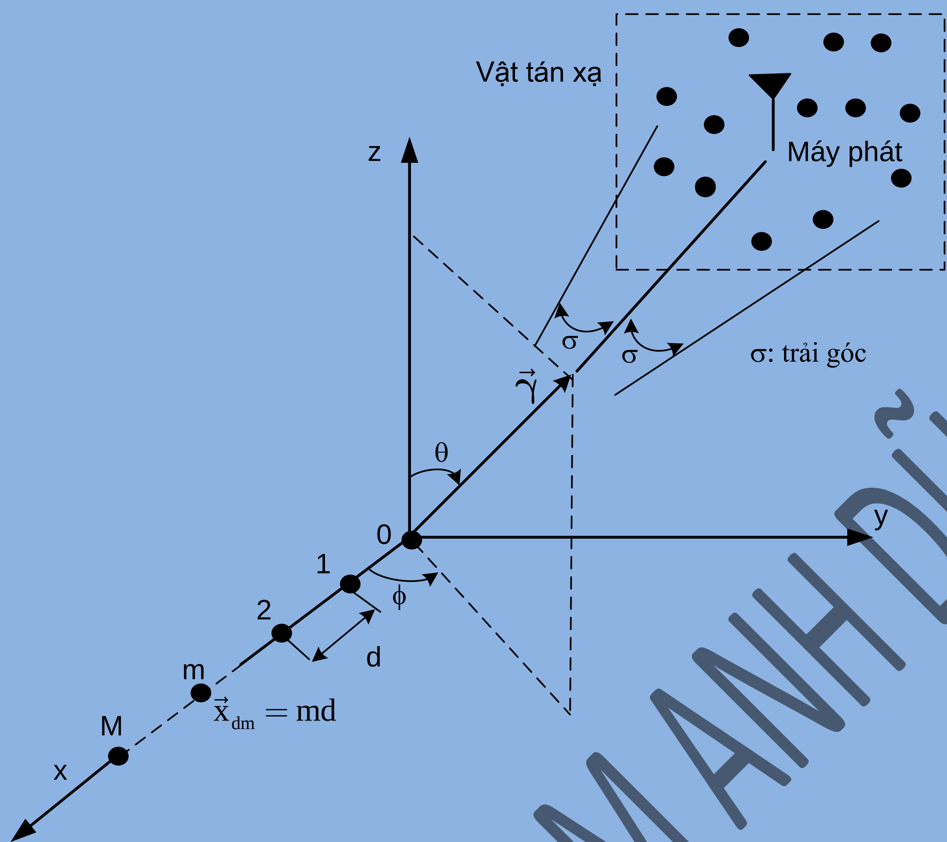
$$\bar{\mathbf{v}}(\theta,\phi)=\begin{bmatrix}\upsilon_0(\theta,\phi)\\ \upsilon_1(\theta,\phi)\\ \vdots\\ \upsilon_{M-1}(\theta,\phi)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e^{-2\pi\frac{a}{\lambda}\sin(\theta)\cos(\phi\text{-}\phi_0)}\\ e^{-2\pi\frac{a}{\lambda}\sin(\theta)\cos(\phi\text{-}\phi_1)}\\ \vdots\\ e^{-2\pi\frac{a}{\lambda}\sin(\theta)\cos(\phi\text{-}\phi_{M-1})}\end{bmatrix} \tag{6.75}$$

trong đó a là bán kính đường tròn của mảng, $\lambda=c/f_c$ là bước sóng, c là tốc độ ánh sáng, f_c là tần số sóng mang. Để đơn giản đặt $\theta=90^0$ và chỉ xét các góc phương vị ϕ sau đó sẽ tổng quát kết quả cho ba chiều. Khi này tia tới nằm trong mặt phẳng xoy và ϕ là góc tới (viết tắt là AOA: angle of arrival) và ta được vectơ đáp ứng mảng như sau:

$$\bar{\mathbf{v}}(\theta,\phi)=\begin{bmatrix}\upsilon_0(\theta,\phi)\\ \upsilon_1(\theta,\phi)\\ \vdots\\ \upsilon_{M-1}(\theta,\phi)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e^{-2\pi\frac{a}{\lambda}\cos(\phi\text{-}\phi_0)}\\ e^{-2\pi\frac{a}{\lambda}\cos(\phi\text{-}\phi_1)}\\ \vdots\\ e^{-2\pi\frac{a}{\lambda}\cos(\phi\text{-}\phi_{M-1})}\end{bmatrix} \tag{6.76}$$

6.8.3. Vectơ đáp ứng mảng tuyến tính M phần tử đồng dạng cách đều

Hình 6.21 cho thấy một hệ thống thông tin vô tuyến sử dụng mảng anten tuyến tính gồm M phần tử đồng dạng đặt cách đều nhau (ULA: uniform linear array).



Hình 6.21. Hệ thống thông tin vô tuyến sử dụng mảng tuyến tính với M phần tử đồng dạng đặt cách đều nhau.

Từ hình 6.21 ta có thể biểu thị vectơ vị trí của phần tử mảng tuyến tính như sau: $\vec{r}_{dm}$ =(md,0,0) với m=1,2,…, M-1. Sử dụng (6.69) ta có thể viết:

$$\tau_m = \frac{\vec{a}_r.\vec{r}_{dm}}{c} = \frac{1}{c} md \sin\theta \cos\phi \qquad (6.77)$$

Sử dụng (6.76) là lưu ý $\Psi_m(\vec{\gamma},\omega) = -\omega\tau_m$ ta được vectơ hiệu ứng mảng tuyến tính với M phần tử đồng dạng đặt cách đều nhau như sau:

$$\bar{\mathbf{v}}(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} \upsilon_1(\theta,\phi) \\ \upsilon_2(\theta,\phi) \\ \vdots \\ \upsilon_M(\theta,\phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-2\pi\frac{d}{\lambda}\sin\theta\sin(\pi/2-\phi)} \\ e^{-2\pi\frac{2d}{\lambda}\sin\theta\sin(\pi/2-\phi)} \\ \vdots \\ e^{-2\pi\frac{(M-1)d}{\lambda}\sin\theta\sin(\pi/2-\phi)} \end{bmatrix} \qquad (678)$$

trong đó d là khỏang cách giữa hai phần tử anten, θ là góc tới (AOA: Angle of Arrival) mảng anten.

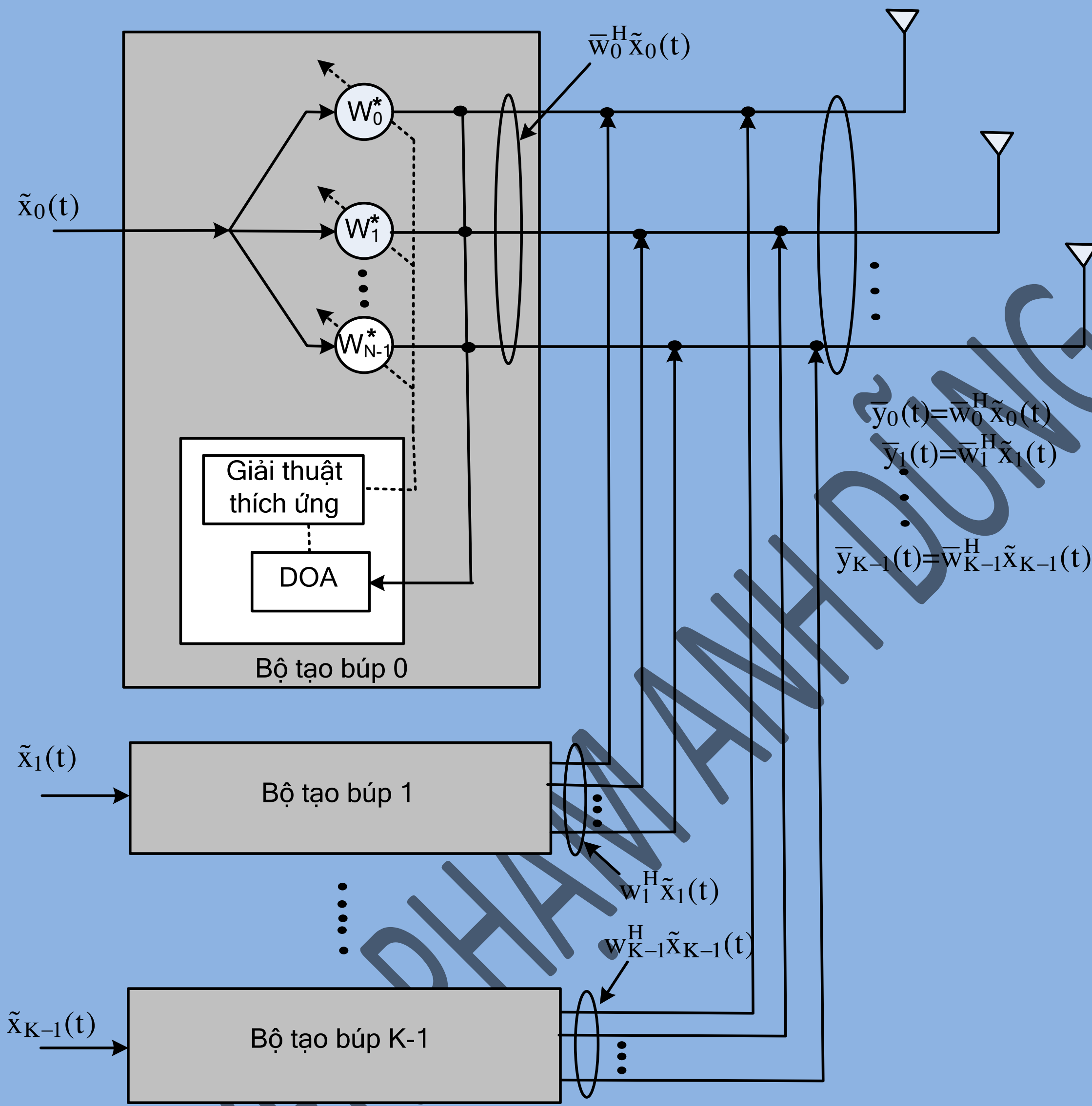
Nếu ta coi rằng sóng tới nằm trong mặt phẳng xoy ($\theta=90^0$), thì ta có thể đơn giản (6.78) vào dạng sau:

$$\bar{\mathbf{v}}(\theta,\phi)=\begin{bmatrix}\upsilon_1(\theta,\phi)\\ \upsilon_2(\theta,\phi)\\ \vdots\\ \upsilon_M(\theta,\phi)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ e^{-2\pi\frac{d}{\lambda}\sin(\pi/2-\phi)}\\ e^{-2\pi\frac{2d}{\lambda}\sin(\pi/2-\phi)}\\ \vdots\\ e^{-2\pi\frac{(M-1)d}{\lambda}\sin(\pi/2-\phi)}\end{bmatrix} \tag{6.79}$$

6.9. TẠO BÚP ANTEN

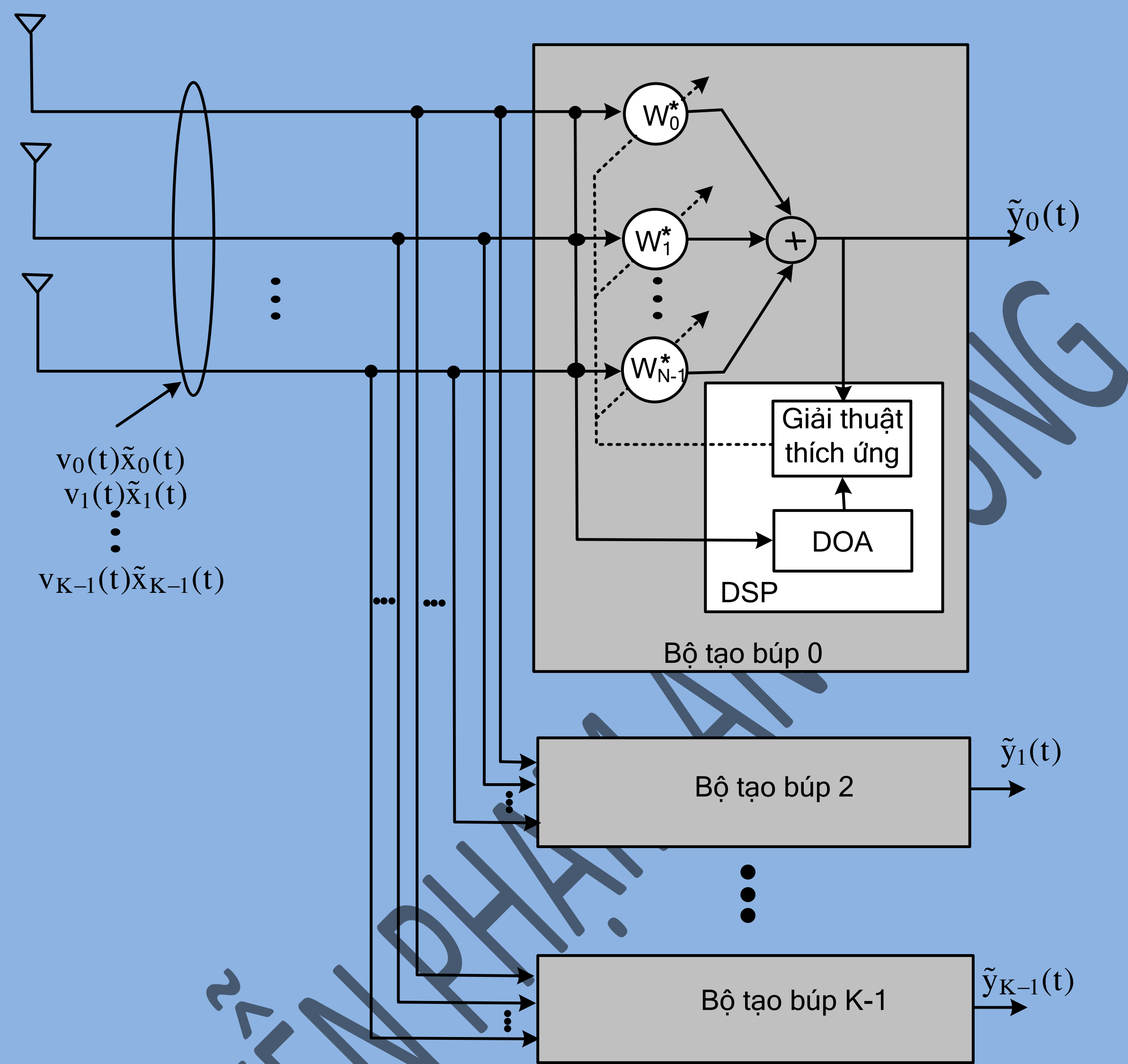
6.9.1. Tổng quan

Tạo búp (Beamforming) anten được sử dụng trong các sơ đồ đa truy nhập phân chia theo không gian (SDMA: Space Division Multiple Access) áp dụng trong thông tin vệ tinh và thông tin di động cho phép nhiều người sử dùng cùng sử dụng chung tài nguyên tần số và thời gian để truy nhập mạng. Hình 6.21 cho thấy sơ đồ khối của một hệ thống SDMA sử dụng các bộ tạo búp (TA: Beamformer) cho anten phát. Hình 6.22 cho thấy sơ đồ khối của một hệ thống SDMA sử dụng các bộ tạo búp (TA: Beamformer) cho anten thu. N bộ tạo búp song song tại trạm phát (hoặc trạm thu) hoạt động độc lập với nhau, trong đó mỗi bộ tạo búp có giải thuật tạo búp thích ứng riêng để điều khiển tập trọng số riêng và giải thuật DOA (Direction of Arrival: phương sóng đến) để xác định trễ thời gian cho từng tín hiệu của từng phía thu tương ứng. Sơ đồ này thường được ứng dụng tại trạm gốc của hệ thống thông tin di động sử dụng SDMA.



w_i^* ký hiệu cho trọng số giá trị phức liên hiệp

Hình 6.21. Sơ đồ khối hệ thống SDMA sử dụng các bộ tạo búp tại phía phát.



Hình 6.22. Sơ đồ khối hệ thống SDMA sử dụng bộ tạo búp tại phía thu.

Tạo búp sử dụng nhiều anten (thường là các mảng anten) để điều khiển phương của mặt sóng bằng cách đánh trọng số thích ứng biên và pha của các tín hiệu cấp cho anten phát (anten phát) hoặc điều chỉnh hướng thu bằng cách điều chỉnh biên và pha của các tín hiệu thu từ anten (anten thu). Tạo búp thu cho phép xác định mặt sóng tới : DOA (Direction of Arrival: phương sóng tới). Nó cũng cho phép triệt tiêu các tín hiệu nhiễu bằng cách điều chỉnh không của mẫu búp sóng đến phương tín hiệu nhiễu.

Các giải thuật tạo búp được xây dựng dựa trên hai giải thuật; 1) giải thuật DOA và 2) giải thuật thích ứng.

Giải thuật DOA cho phép xác định phương sóng tới bằng cách xác định đáp ứng mảng theo phương trình (6.73):

$$\bar{v}(t) = \begin{bmatrix} \exp\ \text{-}j\omega\tau_0 \\ \exp\ \text{-}j\omega\tau_1 \\ \vdots \\ \exp\ \text{-}j\omega\tau_{K-1} \end{bmatrix} \qquad (6.80)$$

trong đó $\tau_i = \dfrac{\vec{a}_r.\vec{r}_{di}}{c} = \dfrac{1}{c}(x_{di}\sin\theta\cos\phi + y_{di}\sin\theta\sin\phi + z_{di}\cos\phi)$

Giải thuật thích ứng xác định ma trận trọng số biên và pha của ma trận trọng số w cho từng phần tử anten dựa trên giải thuật DOA. Tín hiệu phát của bộ tạo búp phát (hình 6.21) có dạng:

$$\bar{y}(t) = \bar{w}^H.\tilde{x}(t) \qquad (6.81)$$

Trong đó $\bar{y}(t)$ là ma trận của tín hiệu phát từ bộ tạo búp, $\tilde{x}(t)$ là giá trị tức thời phức của tín hiệu đầu vào bộ tạo búp. Tín hiệu thu được tại phía thu trong trường hợp này sẽ là:

$$\tilde{y}(t) = \bar{w}^H.\bar{v}(t)\tilde{x}(t) = \bar{w}^H.\bar{x}(t) \qquad (6.82)$$

Tín hiệu thu của bộ tạo búp thu có dạng sau giống như (6.82):

$$\tilde{y}(t) = \bar{w}^H.\bar{v}(t)\tilde{x}(t) = \bar{w}^H.\bar{x}(t) \qquad (6.83)$$

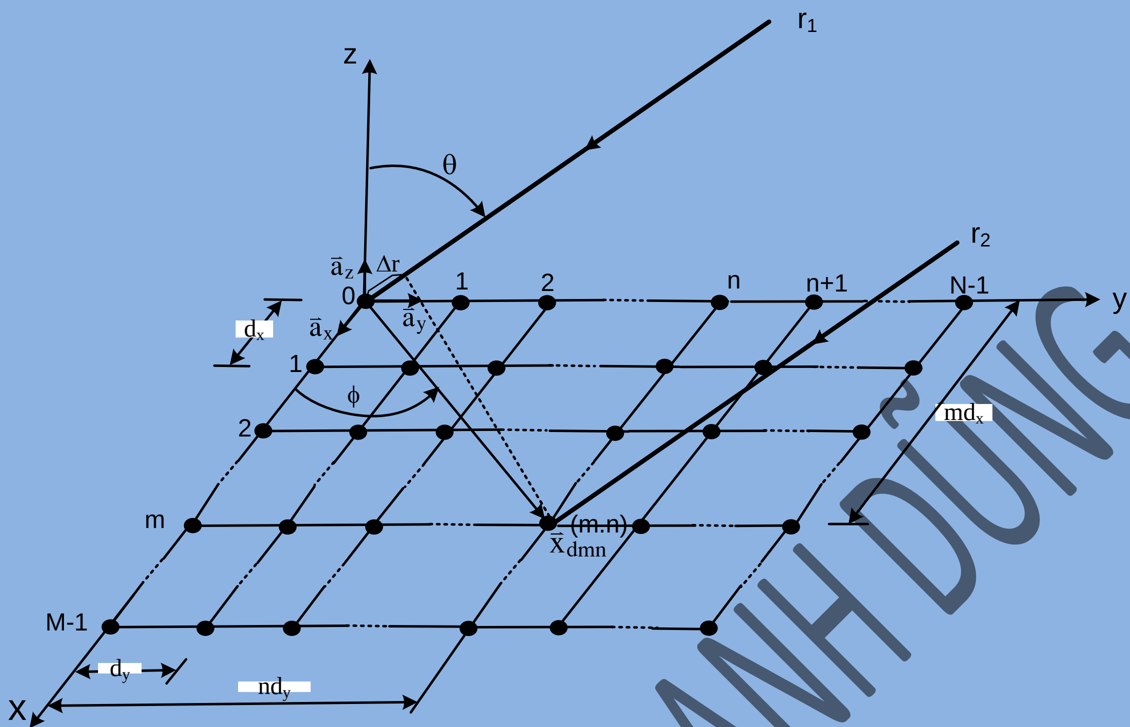
trong đó $\tilde{x}(t)$ là tín hiệu tức thời giá trị phức tại đầu vào bộ tạo búp, $\tilde{y}(t)$ là tín hiệu tức thời giá trị phức tại đầu ra của bộ tạo búp, $\bar{v}(t)$ là ma trận đáp ứng mảng,

$$\bar{w}^H = \begin{bmatrix} w_o^* \\ w_1^* \\ \vdots \\ w_K^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w'_o - jw''_o \\ w'_1 - jw''_1 \\ \vdots \\ w'_{K-1} - jw''_K \end{bmatrix}$$

là ma trận hermititian (ma trận đảo vị liên hiệp phức) của các trọng số trọng số phức $\dot{w}_i = w_i e^{i\beta} = w'_i + jw''_i$ với $w_i^* = w'_i - jw''_i$ là trọng số liên hiệp phức và i=0,1,…, K-1 và $\bar{x}(t)$ là ma trận tín hiệu thu trước khi được đánh trọng số.

6.9.2. Các giải thuật DOA

Sau khi mảng anten thu được các tín hiệu tới từ tất cả các phương, giải thuật DOA xác định các phương của các tín hiệu tới dựa trên các trễ thời gian. Để minh họa tính toán các trễ thời gian, ta xét một mảng mặt phẳng MxN trong đó d_x là khoảng cách giữa các phần tử mảng trong trục x và d_y là khoảng cách giữa các phần tử mảng trong trục y (hình 6.23).



Hình 6.23. Trình bày mảng anten MxN phần tử đồng dạng để tính trễ thời gian

Khi sóng tới mang tín hiệu s(t) đập lên mảng anten tai góc (θ,ϕ), nó sẽ gây ra các thời gian trễ tương đối giữa các phần tử mảng khác nhau. Thời gian trễ này phụ thuộc và hình học anten, số lượng các phần tử và khoảng cách giữa chúng. Đối với mảng dạng lưới chữ nhật như trên hình 6.23, từ (6.66) ta có thể viết thời gian trễ tại phần tử (m,n) so với phần tử (0,0) tại gốc tọa độ như sau:

$$\tau_i = \tau_{mn} = \frac{\Delta r}{c} = \frac{\vec{a}_r . \vec{r}_{dnm}}{c} \qquad (6.84)$$

Trong đó

Δr là hiệu số khoảng cách và c là tốc độ ánh sáng trong không gian tự do.

$$\vec{a}_r = \vec{a}_x \sin\theta\cos\phi + \vec{a}_y \sin\theta\sin\phi + \vec{a}_x\cos\theta \qquad (6.85)$$

$$\vec{r}_{dmn} = \vec{a}_x m d_x + \vec{a}_y n d_y \qquad (6.86)$$

Từ các phương trình (6.80) và (6.81), ta có thể viết lại (6.79) như sau:

$$\tau_{mn} = \frac{m d_x \sin\theta\cos\phi + n d_y \sin\theta\sin\phi}{c} \qquad (6.87)$$

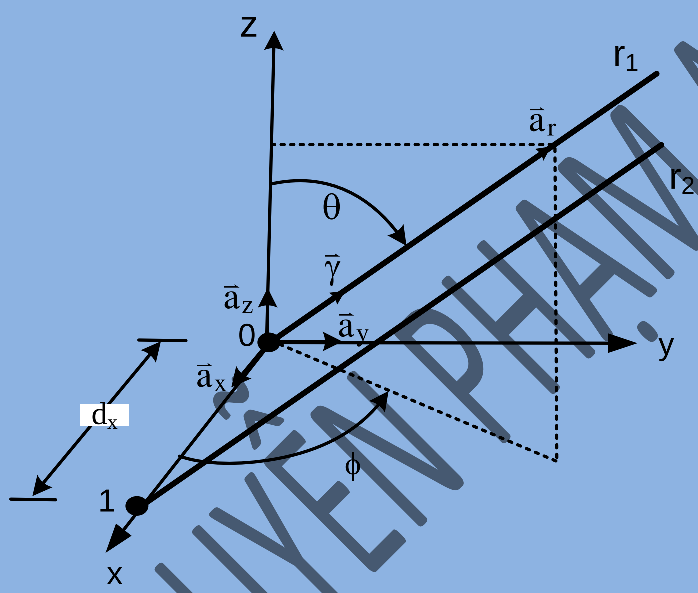
Các giải thuật ước tính DOA có thể được xây dựng dựa trên các các kỹ thuật sau:

1. Thông thường. Kỹ thuật này coi rằng DOA của tất cả các phương được xác định từ các giá trị đỉnh của phổ công suất nhận được từ quét tia theo tất cả các phương

2. Không gian con bao gồm các giải thuật sau sau: 1) MUSIC (MUltiple SIgnal Classification: phân loại đa tín hiệu), 2) ESPIRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique: kỹ thuật ước tính các thông số tín hiệu thông qua bất biến quay). Các kỹ thuật này khai thác cấu trúc của tín hiệu thu, nhờ vậy cải thiện được độ phân giải
3. ML (Maximum Liklehood: Khả giống cực đại). Kỹ thuật này phức tạp và ít phổ biến. Tuy nhiên hoạt động tốt trong môi trường tỷ số tín hiệu trên tạp âm thấp và tín hiệu nhất quán
4. Kỹ thuật tích hợp kết hợp phương pháp phục hồi tính chất với phương pháp dựa trên không gian con.

Thú dụ 6.1. Tìm DOA cho mảng hai phần tử đồng dạng. Tìm góc tới dựa trên các trễ thời gian và hình học của hệ thống như trên hình 6.24.

Giải



Hình 6.24. Tìm DOA cho mảng hai phần tử đồng dạng

Đặt n=1 vào phương trình (6.77) ta được trễ sóng tới giữa hai phần tử mảng như sau:

$$\tau_m = \frac{\vec{a}_r.\vec{r}_{dm}}{c} = \frac{1}{c}\, d \sin\theta \cos\phi \qquad (6.88)$$

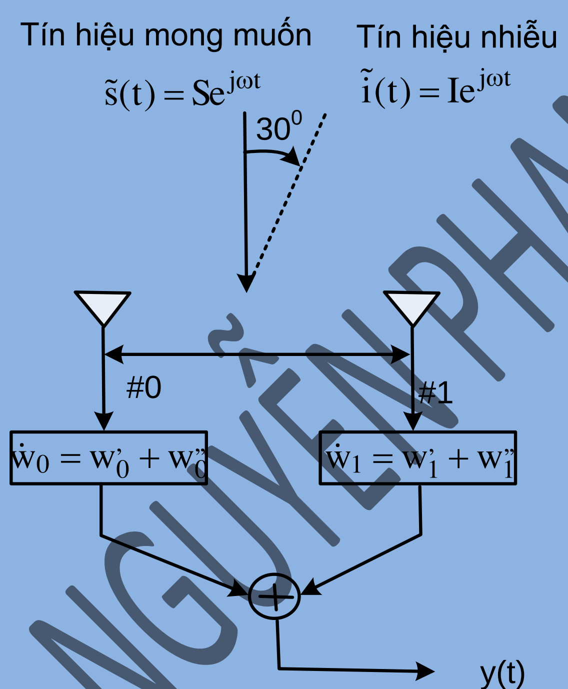
6.9.3. Tạo búp thích ứng

Như trình bày ở phần trên, thông tin do giải thuật DOA cung cấp được giải thuật thích ứng xử xý để lái đến phương phát xạ cực đại hoặc đặt phát xạ vào phương không để tránh nhiễu. Điều này chỉ cần thiết đối với các giải thuật tạo búp thích ứng dựa trên DOA. Tuy nhiên đối với các giải thuật tạo búp thích ứng dựa trên tín hiệu tham chuẩn (hoa tiêu) như LMS (Least Mean Square: bình phương trung bình cực tiểu), thì giải thuật thích ứng không cần thông tin DOA mà thay vào đó nó sử dụng tín hiệu tham chuẩn để điều chỉnh biên độ và pha của từng trọng số cho phù hợp với thời gian trễ tạo ra bởi các tín hiệu đập lên mảng.

Giải thuật thích ứng có nhiệm vụ dựa trên số liệu nhận được từ giải thuật DOA lái phát xạ cực đại của của mẫu phát xạ anten đến tín hiệu mong muốn và đặt phát xạ không về hướng các tín hiệu không mong muốn.

Thí dụ dưới đây giải thích các khái niệm cơ sở để tính toán các trọng số đáp ứng các yêu cầu tạo mẫu phát xạ cho trước.

Thí dụ 6.2. Xác định các trọng số phức của một mảng tuyến tính đồng dạng (hình 6.25) để đạt được tín hiệu thu có biên độ cần thiết (chuẩn hóa bằng 1) tại $\theta_0 = 0^0$ đồng thời điều chỉnh loại bỏ nhiễu tại $\theta_1 = 30^0$. Để đơn giản ta coi rằng các phần tử của mảng trên hình 6.25 đều đẳng hướng và tín hiệu sóng tới có dạng hàm sin.



Hinhf 6.25. Mảng hai phần tử thu tín hiệu mong muốn tại θ_0=0^0 và nhiễu tại θ_1=30^0

Giải

Tín hiệu hữu ích nhận được tại đầu ra của mảng sau khi được đánh trọng số có dạng sau:

$$\tilde{y}_s(t) = s(t)e^{j\omega t}\left(\dot{w}_0 + \dot{w}_1\right)$$

Trong đó $\tilde{w}_0$ và $\tilde{w}_1$ là các trọng số phức được biểu diễn như sau:

$$\dot{w}_0 = w_0' + jw_0''$$

$$\dot{w}_1 = w_1' + jw_1''$$

Để đầu ra nhận được tín hiệu mong muốn cần đảm bảo:

$$\dot{w}_0 + \dot{w}_1 = 1$$

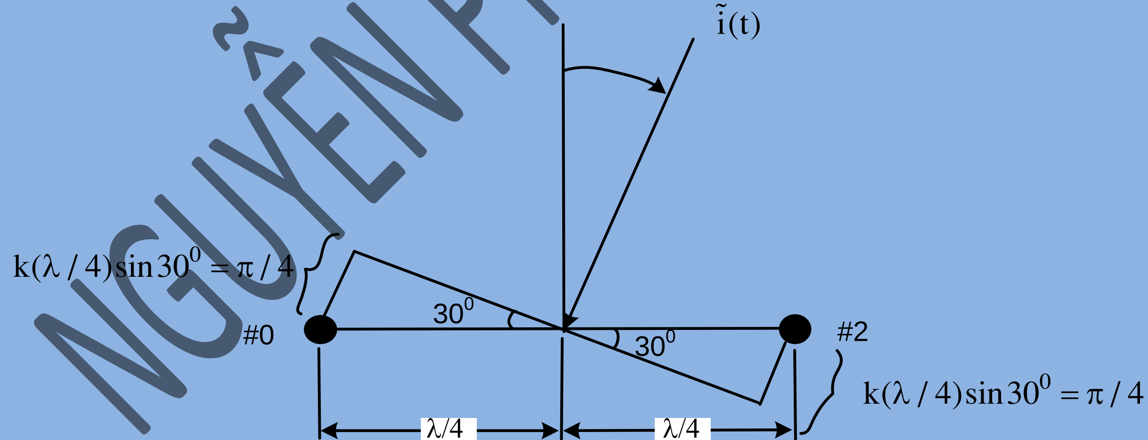
Tín hiệu nhiễu tại đầu ra của mảng có dạng sau:

$$\tilde{y}_I(t) = Ie^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)}\dot{w}_0 + Ie^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)}\dot{w}_1$$

Trong đó lệch pha -π/4 và +π/4 là do điểm tham chuẩn của mảng đối với tín hiệu nhiễu nằm giữa mảng (hình 6.26).

Vì $e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)} = e^{j\omega t}(1-j)/\sqrt{2}$ và $e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)} = e^{j\omega t}(1+j)/\sqrt{2}$. Nên ta có thể viết tín hiệu nhiễu tại đầu ra mảng như sau:

$$y_I(t) = e^{j\omega t}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(1-j)\dot{w}_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}(1+j)\dot{w}_1\right]$$



Hình 6.26. Tính toán lệch pha của nhiễu trên hai phần tử mảng

Để nhiễu băng không, cần đảm bảo:

$$\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(1-j)\dot{w}_0+\frac{1}{\sqrt{2}}(1+j)\dot{w}_1\right]=0$$

Giải hệ thống các phương trình tuyến tính để tìm $\tilde{w}_0$ và $\tilde{w}_1$ ta được

$$\dot{w}_0 = w'_0 + jw''_0 = \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}$$

$$\dot{w}_1 = w'_1 + jw''_1 = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}$$

6.9.4. Các giải thuật tạo búp thích ứng tối ưu hóa

6.9.4.1. Giải thuật MMSE (Minimum Mean Square Error: sai số trung bình bình phương cực tiểu)

Giải thuật này tính toán các trọng số tối ưu bằng cách cực tiểu hóa hàm giá MSE (Mean Square Error). Lời giải hàm này cho ta một lớp các bộ lọc được gọi là các bộ lọc Wiener.Để rút ra các trọng số theo tiêu chí MMSE, sai số ε_k giữa tín hiệu mong muốn $\hat{y}_k$ và tín hiệu đầu ra mảng $\tilde{y}_k$ được viết như sau:

$$\varepsilon_k = \hat{y}_k - \bar{w}^H \bar{v}_k \tilde{x}_k \tag{6.89}$$

Trong đó $\hat{y}_k$ là giá trị phức tức thời của tín hiệu mong muốn

Vì thế có thể viết hàm giá MSE như sau:

$$J_{MSE}\left[E\left(\varepsilon_k^2\right)\right] = E\left[\left(\hat{y}_k - \bar{w}^H \bar{v}_k \tilde{x}_k\right)^2\right] = E\left[\left(\hat{y}_k - \bar{w}^H \bar{v}_k \bar{x}_k\right)^2\right]$$

$$= E\left[\hat{y}_k^2 - 2\hat{y}_k \bar{w}^H x_k + w^H \bar{x}_k x_k^H \bar{w}\right] \tag{6.90}$$

$$= \hat{y}_k^2 - 2\bar{w}^H E\left[\hat{y}_k \bar{x}_k\right] + \bar{w}^H E\left[\bar{x}_k \bar{x}_k^H\right]\bar{w}$$

Trong đó E[.] là giá trị kỳ vọng (trung bình) của [.]. Vì $E\left[\hat{y}_k \bar{x}_k\right]$ và $E\left[\bar{x}_k \bar{x}_k^H\right]$ là tương quan chéo $\bar{r}_{xd}$ và đồng phương sai $\bar{R}_{xx}$ nên ta có thể viết lại (6.90) như sau:

$$J_{MSE}\left[E\left(\varepsilon_k^2\right)\right] = \hat{y}_k^2 - 2\bar{w}^H \bar{r}xd + \bar{w}^H \bar{R}_{xx} \bar{w} \tag{6.90}$$

Để cực tiểu hóa hàm giá (cực tiểu hóa MSE) trong (6.90) theo biến trọng số, cần tính toán gradient bằng cách lấy đạm hmà theo biến số và đặt đạo hàm này bằng không:

$$\min_{w}\left\{J_{MSE}\left[E\left(\varepsilon_k^2\right)\right]\right\} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial w}\left\{J_{MSE}\left[E\left(\varepsilon_k^2\right)\right]\right\}=0 \qquad (6.91)$$

Lấy tích phân (6.91) và giải phương trình ta được:

$$\overline{w}_{opt}=\overline{R}_{xx}^{-1}\overline{r}_{xd} \qquad (6.92)$$

Phương trình (6.92) là lới giải Wiener cho ta vectơ trọng số mảng anten tối ưu $\overline{w}_{opt}$ theo tiêu chí MMSE.

6.9.4.2. Giải thuật LMS (Least Mean Square: bình phương trung bình nhỏ nhất)

Giải thuật LMS là một trong những giải thuật đơn giản nhất thường được sử dụng để thích ứng các trọng số. LMS là giải thuật ít phức tạp vì nó không cần tính ma trận đảo và không đòi hỏi bô nhớ. Giải thuật này chỉ ước tính gradient chứ không tính gradient. Tại một bước lặp trong quá trình thích ứng, ước tính gradient có dạng:

$$\widehat{\nabla}\left[J(\overline{w})\right]_k=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial J(\overline{w})}{\partial w_0}\\ \vdots \\ \dfrac{\partial J(\overline{w})}{\partial w_{K-1}}\end{bmatrix} \qquad (6.93)$$

Trong đó $J(\overline{w})$ là hàm giá (6.90) cần được cực tiểu hóa. Theo phương pháp giảm bậc dốc nhất, phương trình lặp để cập nhật các trọng số sẽ có dạng:

$$\overline{w}_{k+1}=\overline{w}_k-\mu\widehat{\nabla}\left[J(\overline{w})\right]_k \qquad (6.94)$$

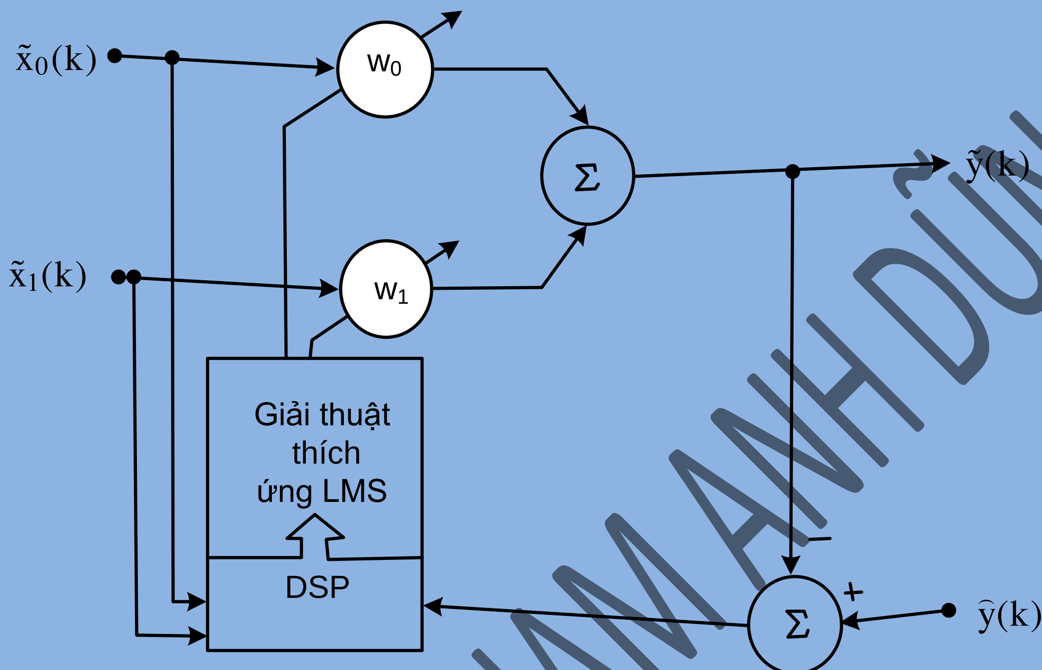
Trong đó μ là kích thước bậc giảm lên quan đến tốc độ hội tụ. Thủ tục này đơn giản đáng kể các tính toán và cho phép giải thuật LNS hoạt động trong thời ian thực. Giải thuật LMS giảm thiểu hàm giá và giải phương trình Wiener-Hopf bằng cách lặp mà không cần đảo ma trận, Giải thuật LMS tính toán trong số lặp nhiều lần theo phương trình sau:

$$\overline{w}_{k+1}=\overline{w}_k+2\mu\overline{x}_k\left(\hat{y}_k-\overline{x}_k^T\overline{w}_k\right)$$

Để đảm bảo hội tụ các trọng số $\overline{w}_k$, kích thước bậc giảm μ phỉa nằm trong giới hạn sau:

$$0<\mu<\frac{1}{\lambda_{max}}$$

Trong đó λ_{max} là giá trị eigen cực đại của ma trân đồng phương sai $\bar{R}_{xx}$. Nhược điểm chính của giải thuật LMS là nó có khuynh hướng hội tụ chậm đặc biệt trong môi trường có tạp âm. Sơ đồ khối thực hiện giải thuật LMS được cho trên hình 6.27 trong đó $\hat{y}(k)$ là tín hiệu mong muốn.



Hình 6.27. Sơ đồ khối thực hiện giải thuật LMS

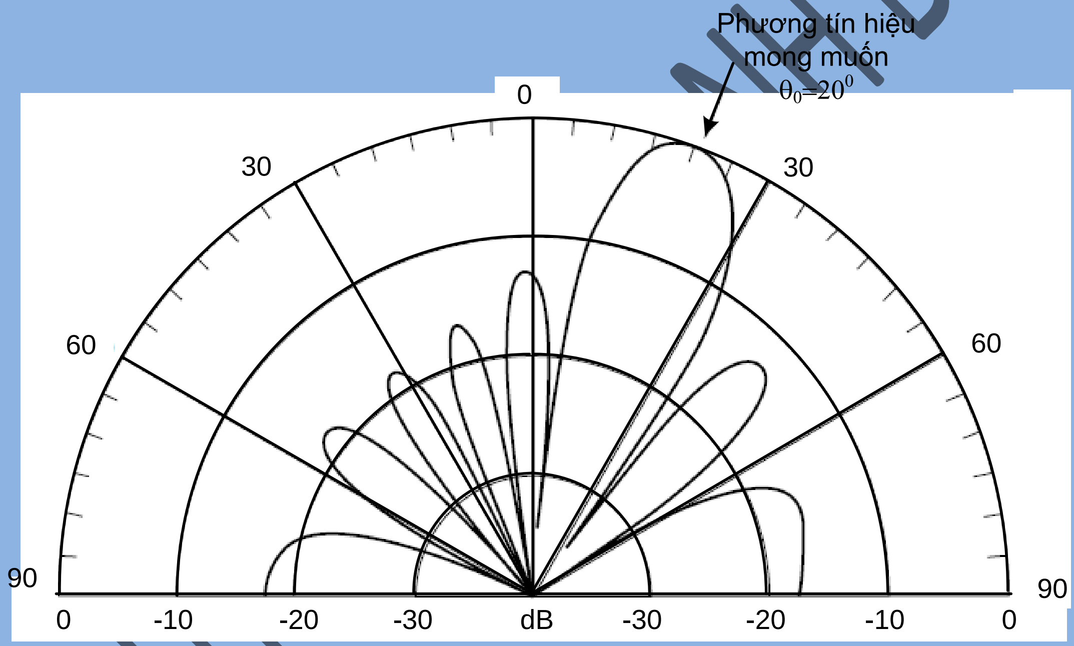
Thí dụ 6.3. Cho một mảng tám phần tử đẳng hướng (M=8) đặt cách nhau d=0,5λ như trên hình 6.21, tạo dạng mẫu phát xạ với phương phát xạ cực đại tại $\theta_0=20^0$. Không yêu cầu thiết kế các phương không tại các góc đặc thù. Xác đinh các biên độ (w) tương đối và pha (β) của trọng số phức sử dụng các phương pháp sau:

1. Giải thuật tạo búp LMS
2. Phương pháp thông thường (mục 6.7.1. Hệ số mảng). So sánh các kết quả (biên, pha và mẫu phát xạ) của hai phương pháp

Kế quả tính toán theo hai phương pháp được cho trong bảng 6.1. Từ bảng 6.1 ta thấy kết quả tính trong số theo hai phương phát hầu như giống nhau. Hình 6.28 cho thấy mẫu phát xạ chuẩn hóa trong thí dụ này.

Bảng 6.1. Biên độ (w) và pha (β) cho trọng số đối với tám phần tử mảng tính theo hai phương pháp. Sử dụng bậc giảm μ=0,01 và 55 lần tính lặp cho giải thuật LMS

	Thông thường		LMS (i=55)	
Phần tử	w	β (độ)	w	β (độ)
0	1,000	0	1,000	0
1	1,000	-61,56	1,000	-61,56
2	1,000	-123,12	1,000	-123,13
3	1,000	-184,69	1,000	-184,69
4	1,000	-246,25	1,000	-246,25
5	1,000	-307,82	1,000	-307,82
6	1,000	-369,38	1,000	-369,38
7	1,000	-430,95	1,000	-430,95



Hình 6.28. Mẫu phát xạ chuẩn hóa cho thí dụ được xét: mảng tuyến tính M=8 phần tử đẳng hướng, khoảng cách giữa hai phần tử cạnh nhau d=λ/2 được tính theo phương pháp thông thường và giải thuật LMS (bậc giảm μ=0,01 và số lần tính lặp i=55)

Thí dụ 6.4. Cho một mảng tám phần tử đẳng hướng (M=8) đặt cách nhau d=0,5λ như trên hình 6.21, tạo dạng mẫu phát xạ với phương phát xạ cực đại tại $\theta_0=20^0$ như trong thí dụ 6.3. Ngoài ra cần đặt phương phát xạ bằng không tại $\theta_I=45^0$.

1. Xác đinh các biên độ (w) tương đối và pha (β) của trọng số phức sử dụng
2. Vẽ mẫu phát xạ được tạo búp

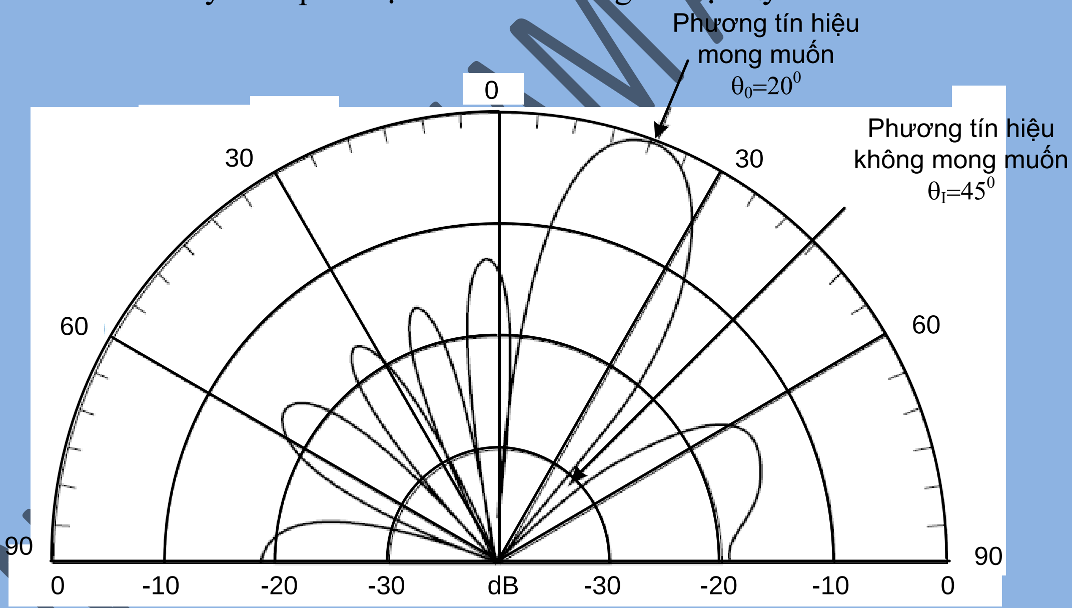
Giải

Trong trường hợp này ta chỉ có thể sử dụng giải thuật LMS chứ không thể sử dụng cách tính mảng thông thương. Sử dụng giải thuật LMS với 81 lần tính lặp, ta được biên độ và pha chuẩn hóa cho các trọng số như trong bảng 6.2.

Bảng 6.2. Biên độ (w) và pha (β) cho trọng số đối với tám phần tử mảng tính theo gải thuật LMS (Sử dụng bậc giảm μ=0,01 và 81) cho trường hợp phương tín hiệu mong muốn $\theta_0=20^0$ và phương tín hiệu không mong muốn $\theta_I=45^0$.

	LMS (i=81)	
Phần tử	W	β (độ)
0	1,0000	-11,62
1	0,8982	-57,05
2	1,1384	-109,98
3	1,3760	-178,77
4	1,3760	-252,21
5	1,1384	-321,01
6	0,8982	-373,94
7	1,0000	-419,37

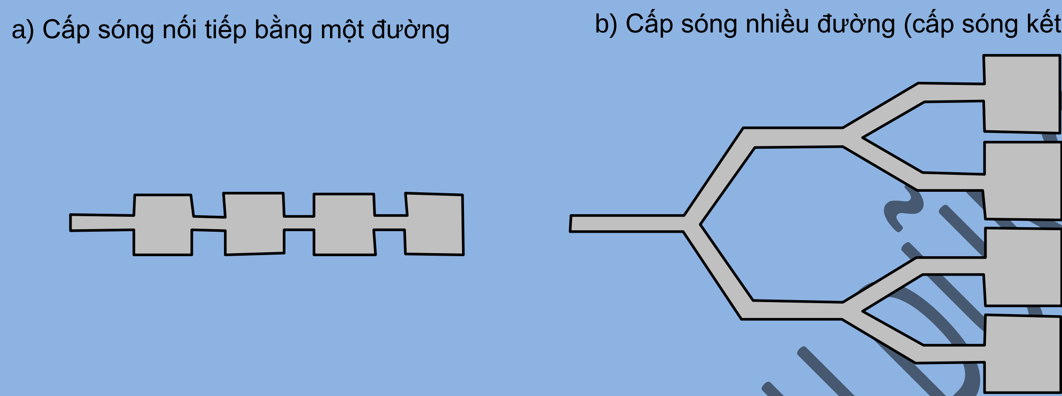
Hình 6.29 cho thấy mẫu phát xạ chuẩn hóa trong thí dụ này.



Hình 6.29. Mẫu phát xạ chuẩn hóa cho thí dụ được xét: mảng tuyến tính M=8 phần tử đẳng hướng, khoảng cách giữa hai phần tử cạnh nhau d=λ/2 được theo giải thuật LMS (bậc giảm μ=0,01 và số lần tính lặp i=81) cho trường hợp phương tín hiệu mong muốn muốn $\theta_0=20^0$ và phương tín hiệu không mong muốn $\theta_I=45^0$.

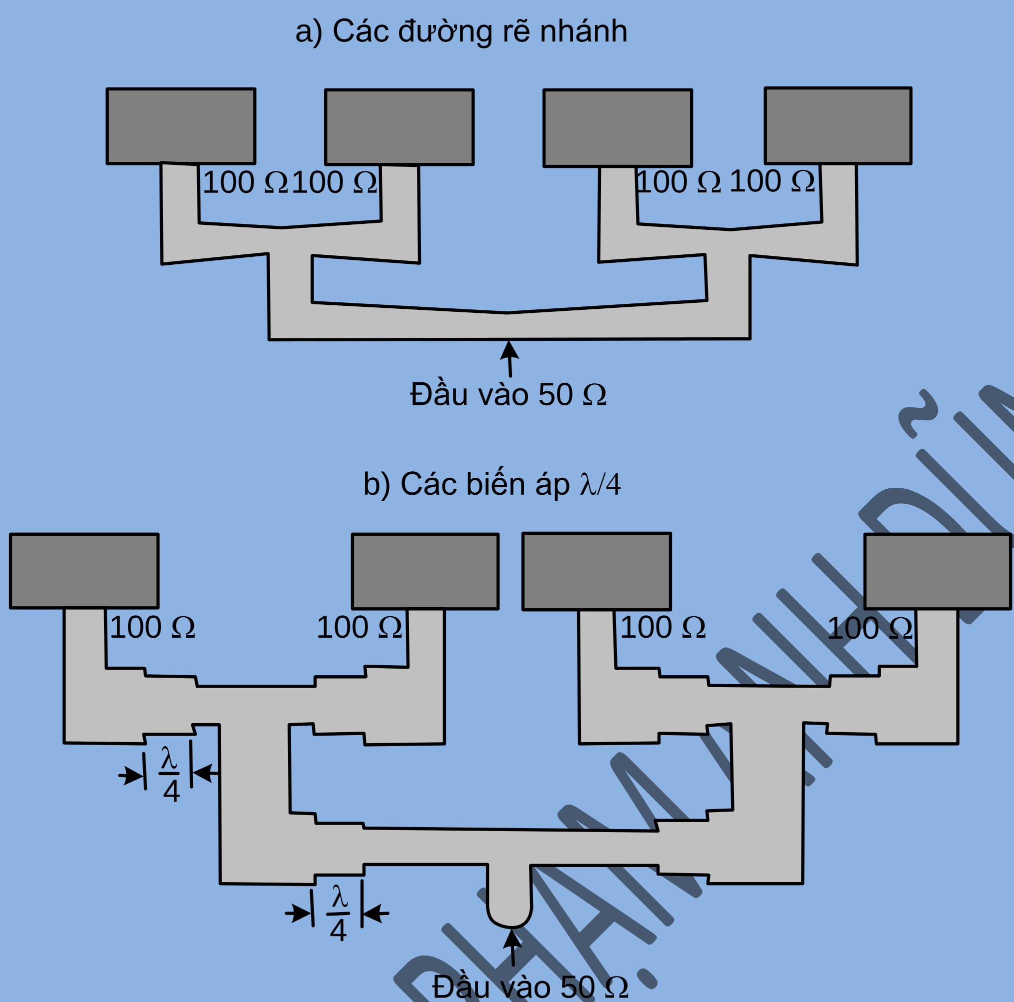
6.9.5. Mạng cấp sóng cho anten mảng

Các anten mảng thường được sử dụng ở dạng các anten vi giải. Trong phần này ta sẽ xét mạng cấp sóng cho các anten mảng dạng vi dải. Hình 6.30 cho thấy hai dạng mạng cấp sóng điển hình: 1) bằng một đường duy nhất (hình 6.30a) và 2) bằng nhiều đường hay còn gọi là mạng cấp sóng kết hợp (hình 6.30b).



Hình 5.30. Các sơ đồ mạng cấp sóng cho anten mảng

Mạng cấp sóng kết hợp được sử dụng để chia công suất 2^n (n=2,4, 8, 16, 32, …). Phân chia công suất được thực hiện bằng hoặc các đường rẽ nhánh như trên hình 5.31a để phối kháng các phần tử vi dải dạng miếng và 100 Ω với đầu vào 50 Ω, hoặc sử dụng các biến áp 1/4 bước sóng như trên hình 6.31b.



Hình 6.31. Mạng tiếp sóng đường rẽ nhánh và biến áp 1/4 bước sóng.

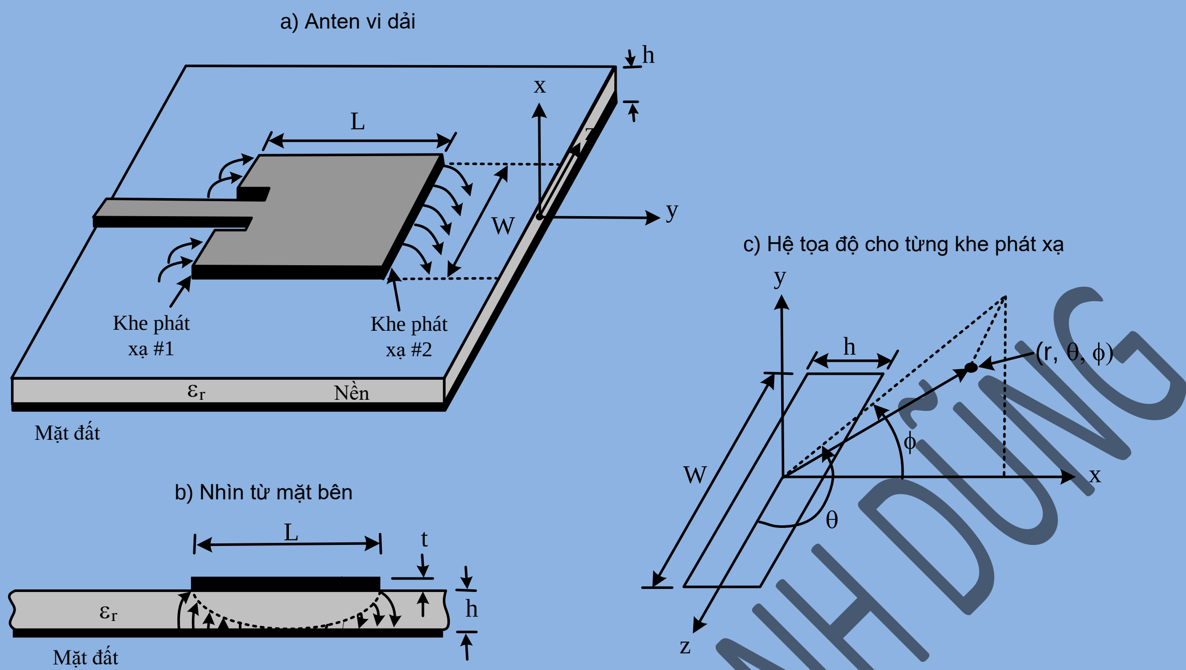
Chương 7
ANTEN VI DẢI

7.1. MỞ ĐẦU

Các anten vi dải đáp ứng hầu hết các yêu cầu của các hệ thống vô tuyến. Các anten vi dải được ứng dụng rộng rãi trong các hệ thống thông tin vô tuyến vì có mhiều ưu điểm. Các anten này được sử dụng rộng rãi tại các trạm gốc và các máy cầm tay trong các hệ thống thông tin di động. Các anten vi dải có nhiều dạng cấu hình và hiện nay là lĩnh vực nghiên cứu phát triển sôi động.

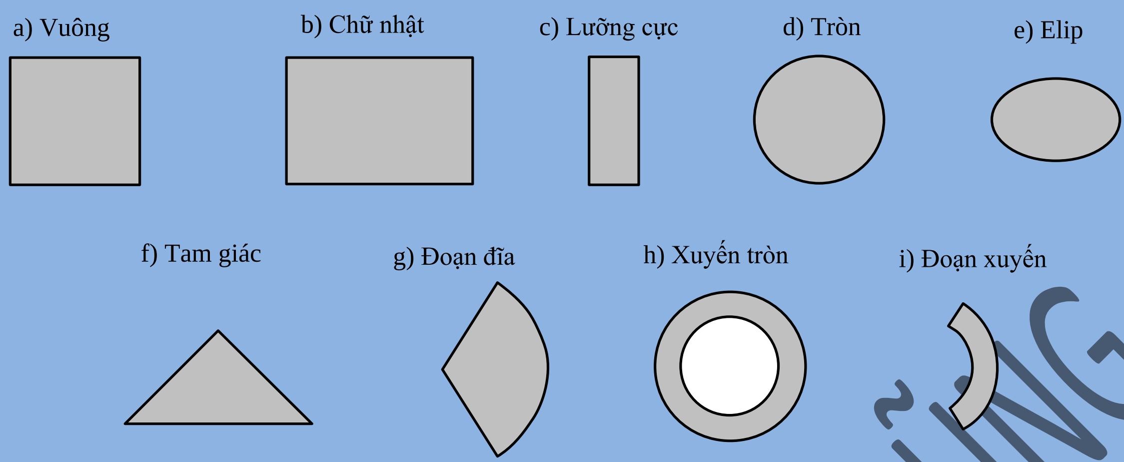
7.1.1. Các đặc tính cơ sở

Về cấu trúc (hình 7.1a), anten vi dải gồm một lớp mỏng vật liệu cách điện tổn hao nhỏ được gọi là nền điện môi có độ dầy nhỏ hơn nhiều so với bước sóng ($h<<\lambda_0$, thường là $0,003\lambda_0 \le h \le 0,05\lambda_0$. Nền điện môi này một phía được phủ bởi kim loại được gọi là mặt đất còn phía kia được in một lớp rất mỏng kim loại ($t<<\lambda_0$) cho mạch điện hay mẫu anten. Miếng kim loại mỏng phía trên lớp nền được gọi là miếng và vi dải. Miếng vá vi dải được thiết kế sao cho cực đại cuả mẫu phát xạ vuông góc với miếng vá (phát xạ hướng mặt). Để được điều này cần chọn chế độ (cấu hình trường) kích thích phù hợp bên trong miếng vá. Cũng có thể thực hiện phát xạ hướng bên bằng các chọn chế độ hợp lý. Đối với miếng và chữ nhật, độ dài L của phần tử thường là $\lambda_0/3<L<\lambda_0/2$.



Hình 7.1. Anten vi dải và hệ tọa độ

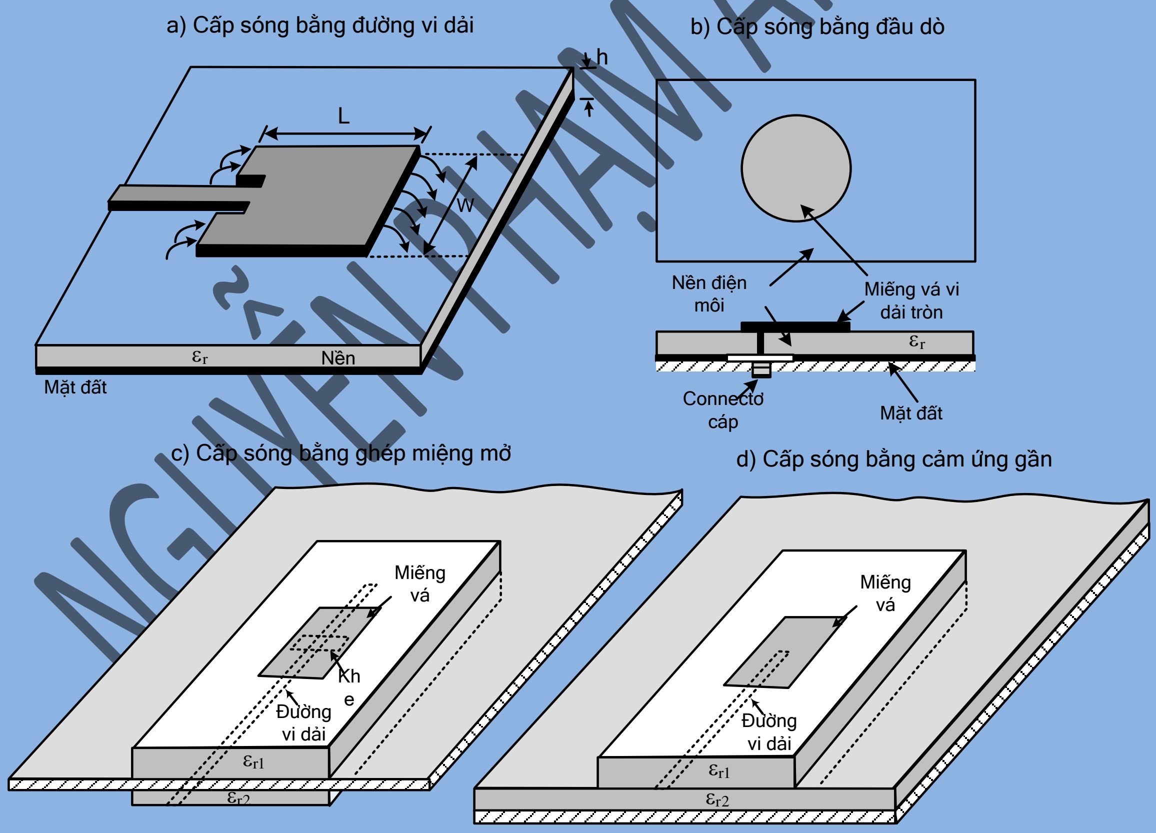
Các anten vi dải thường được tích hợp với mạch vi ba để kết hợp tốt giữa hoạt động của anten và thiết kế mạch điện. Các anten vi dải (Microstrip Antenna) cũng thường được gọi là anten miếng vá (Patch Atenna). Các phần tử phát xạ và các đường tiếp sóng thường được tạo ra bằng phương pháp phôtô ăn mòn cho lớp phủ kim loại trên lớp nền điện môi. Các miếng vá phát xạ có thể có dạng hình vuông, chữ nhật, dải mỏng (lưỡng cực), tròn, elip, tam giác hay bất kỳ (hình 7.2). Các hình vuông, chữa nhật , lưỡng cực và tròn được sử dụng nhiều nhất do dễ phân tích và sản xuất cùng với các đặc tính phát xạ hấp dẫn, đặc biệt là phát xạ phân cực chéo. Các lưỡng cực vi dải được ưa thích vì chúng có băng thông rộng, chiếm ít không gian và thích hợp để tạo mảng. Các phân cực tròn và tuyến tính có thể đạt được bằng các các phần tử đơn hay mảng anten vi dải.



Hình 7.2. Các cấu hình của anten vi dải.

7.1.2. Các phương pháp cấp sóng cho các anten vi dải

Bốn cấu hình cấp sóng phổ biến cho anten vi dải là: a) đường vi dải, đầu dò cáp, ghép miệng mở và ghép cảm ứng gần (hình 7.3).



Hình 7.3. Các phương pháp cấp sóng cho anten vi dải.

Đối với cấp sóng bằng đầu dò cáp đồng trục, dây dẫn trong của cáp được nối đến miếng vá phát xạ còn vỏ dẫn ngoài cáp được nối đến mặt đất.

Đối vớp cấp sóng miệng mở, có hai nền điện môi được phân cách bởi mặt đất. Đường cấp sóng vi dải được đặt ở đáy của nền dưới để ghép năng lượng qua một khe hở trên mặt đất. Thông thường lớp nền dưới được làm tử vật liệu có hằng số điện môi cao còn lớp trên được làm từ vật liệu có hằng số điện môi thấp hơn, Lớp mặt đất cách ly phần tử phát xạ khỏi đường tiếp sóng để giảm thiểu phát xạ nhiễu và đảm bạo độ tinh khiết của phân cực.

7.1.3. Nguyên lý hoạt động

Có nhiều phương pháp phân tích nguyên lý hoạt động của anten vi dải, trong đó ba phương pháp sau là phổ biến hất: 1) mô hình đường truyền dẫn, 2) mô hình hốc cộng hưởng, 3) mô hình toàn sóng.

7.2. MIẾNG VÁ CHỮ NHẬT

Miếng vá chữ nhật là cấu hình được sử dụng rộng rãi nhất. Nó cho phép dễ ràng phân tích theo các mô hình đường truyền dẫn và hốc cộng hưởng. Đây là các mô hình cho kết quả chính xac đối với lớp nền mỏng. Trước hết ta sẽ xét mô hình đường truyền dẫn, vì đây là môhình dễ minh họa.

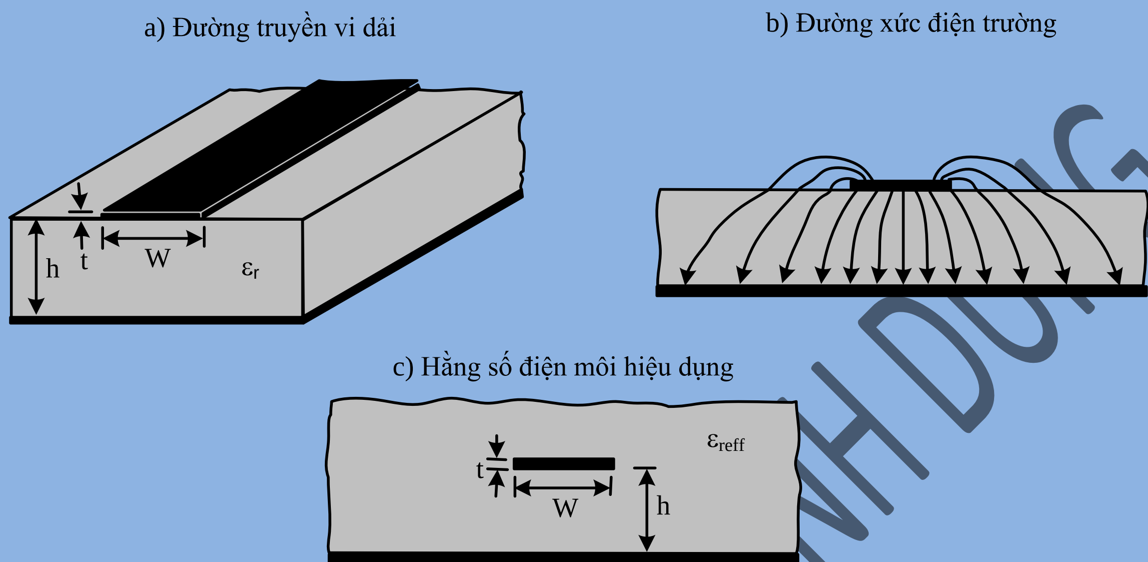
7.2.1. Mô hình đường truyền dẫn

Mô hình đường truyền dẫn là mô hình dễ nhất trog ba mô hình nói trên và phần nó cho phép hiểu được tính chất vật lý. Tuy nhiên mô hình này cho kết quả ít chính xác nhất trong ba mô hình và thiế tính đa dạng. Dưới đây ta ẽ xét mô hình này.

fringe

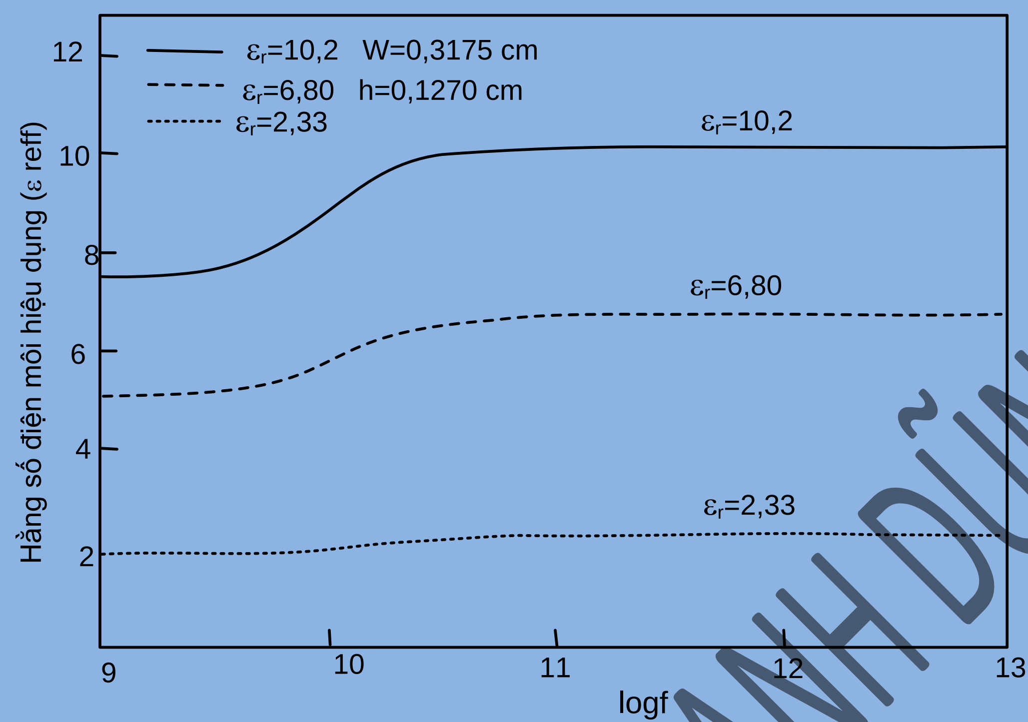
7.2.1.1. Các hiệu ứng viền

Do các kích thước (độ rộng và chiều cao) của miếng vá có hạn, nên xẩy ra tràn trường trường tại các viền của miếng vá dẫn đến hiệu ứng tràn sóng (hay hiệu ứng viền).Ta xét một đường truyền dẫn như trên hình 7.4a với phân bố trường được cho trên hình 7.4b. Đây là một đường truyền dẫn không đồng nhất gồm hai hai điện môi: không khí và lớp nền. Ta thấy rằng hầu hết đường xức điện trường nằm bên trong lớp nền chỉ một phần nhỏ lọt vào không khí. Vì W/h>>1 và ε_r>>1, nên các đường xức của điện trường hầu hết tập trung bên trong lớp nền. Vì một phần sóng truyền lan trong lớp nền và một phần sóng truyền trong không khí, nên hằng số điện môi hiệu dụng ε_{reff} được đưa ra để xét đến phần sóng tràn ra ngoài và sóng truyền lan trong đường vi dải.



Hình 7.4. Đường vi dải, đường xức điện trường và cấu hình hằng số điện môi hiệu dụng.

Để đưa ra hằng số điện môi hiệu dụng, ta giả thiết là vật dẫn trung tâm của đường vi dải được đạt sâu vào điện môi và có kích thước, độ cao so với mặt đất trùng với kích thước và độ cao gốc của nó như trên hình 7.4c. Hằng số điện môi hiệu dụng được định nghĩa là hằng số điện môi của vật liệu điện môi đồng nhất sao cho đường truyền 7.4c có cùng đặc tính điện (đặc biệt là hằng số truyền sóng) giống như đường truyền 7.4a. Đối với đường truyền có không khí phía trên lớp nền hằng số điện môi hiệu dụng có giá trị nằm trong dải $1<\varepsilon_{reff}<\varepsilon_r$. Vì hầu hết các ứng dụng có hằng số điện môi lớp nền lớn hơn nhiều so với một (ε_r>>1), nên ε_{reff} gần bằng ε_r. Hằng số điện môi hiệu dụng còn phụ thuộc vào tần số. Khi tần số công tác tăng, hầu hết các đường xức điện trường tập trung vào trong lớp nền. Vì thế đường vi dải thể hiện tính cách giống như là một đường truyền dẫn đồng nhất của một điện môi (điện môi của lớp nền) và hằng số điện môi hiệu dụng tiến đến hằng số điện môi lớp nền. Hình 7.5 cho thấy sự phụ thuộc hằng số điện môi hiệu dụng vào tần số đối với ba lớp nền khác nhau.



Hình 7.5. Phụ thuộc hằng số điện môi hiệu dụng vào tần số đối với ba lớp nền điển hình.

Tại các tần số thấp, hằng số điện moi hiệu dụng hầu như không đổi. Tại các tần số trung bình, giá trị của nó tăng dần và cuối cùng đạt đến giá trị hằng số điện môi của lớp nền. Giá trị hằng số điện môi hiệu dụng tại tần số thấp được gọi là giá trị tĩnh và được xác định như sau đối với W/h>1:

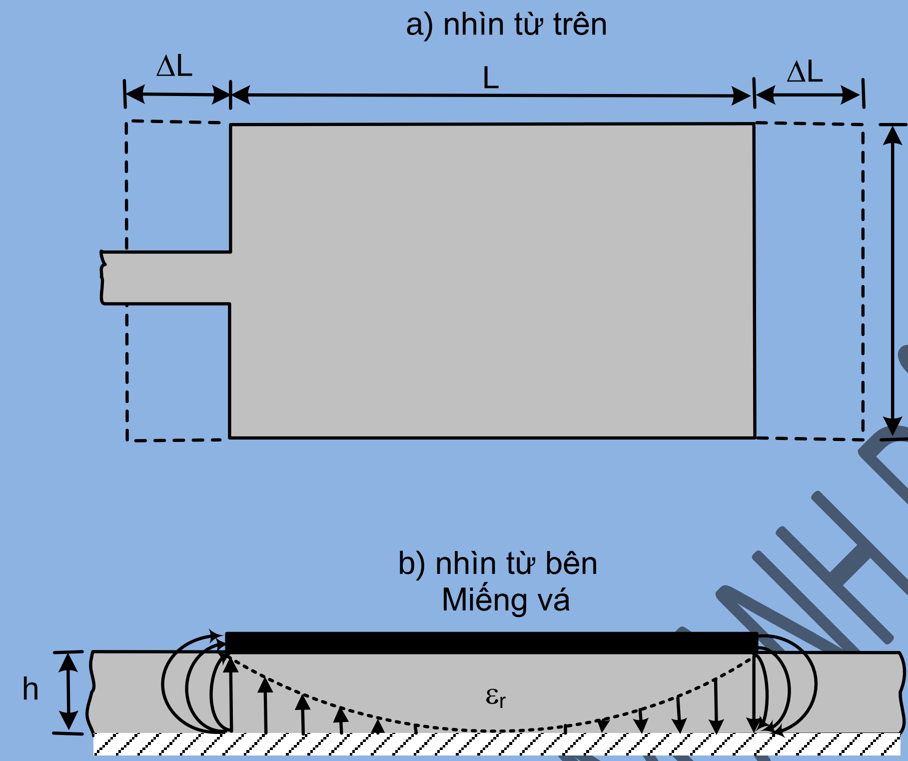
$$\varepsilon_{reff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2}\left[1 + 12\frac{h}{W}\right]^{-1/2} \tag{7.1}$$

7.2.1.2. Độ dài hiệu dụng, tần số cộng hưởng và độ rộng hiệu dụng

Do hiện tượng tràn, xét theo điện trường dường như miếng vá của anten vi dải lớn hơn kích thước thực của nó., Hình 7.6 minh họa trong mặt phẳng chính E (xoy) độ dài L cuả miếng vá mở rộng về hai phía một lượng bằng ΔL. ΔL phụ thuộc vào hằng số điện môi hiệu dụng ε_{reff} và tỷ số W/h theo công thức gần đúng sau:

$$\frac{\Delta L}{h} = 0,412\frac{(\varepsilon_{reff} + 0,3)\left(\frac{W}{h} + 0,264\right)}{(\varepsilon_{reff} - 0,258)\left(\frac{W}{h} + 0,8\right)} \tag{7.2}$$

.



Hình 7.6. Độ dài vật lý và độ dài hiệu dụng của miếng và vi dải chữ nhật.

Vì độ dài của miếng vá được mở rộng thêm ΔL tại hai phía, nên độ dài hiệu dụng của miếng là bây giờ sẽ là:

$$L_{eff}=L+2\Delta L \tag{7.3}$$

Đối với chế độ trội TM_{010} ($L=\lambda/2$ không bị tràn sóng), tần số cộng hưởng của anten vi dải phụ thuộc và độ dài của nó và được xác định như sau:

$$(f_r)_{010} = \frac{1}{2L\sqrt{\varepsilon_r}\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{c}{2L\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{7.4}$$

Trong đó c là tốc độ ánh sáng trong không gian tự do.

Khi xét đến hiệu ứng viền do tràn sóng ta phải sử dụng phương trình được hiệu chỉnh sau:

$$\begin{aligned}(f_{rc})_{010} &= \frac{1}{2L_{eff}\sqrt{\varepsilon_{reff}}\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{1}{2(L+2\Delta L)\sqrt{\varepsilon_r eff}\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \\ &= q\frac{1}{2L\sqrt{\varepsilon_{reff}}\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = q\frac{c}{2L_{eff}\sqrt{\varepsilon_{reff}}}\end{aligned} \qquad (7.5)$$

Trong đó

$$q = \frac{(f_{rc})_{010}}{(f_r)_{010}} \qquad (7.6)$$

Thừa số q được gọi là thừa số tràn sóng (Fringe Factor). Khi chiều cao lớp nền tăng, tràn sóng cũng tăng dẫn đến tần số cộng hưởng thấp hơn.

7.2.1.3. Quy trình thiết kế

Khi thiết kế anten vi dải ta thường biết trước:
ε_r, f_r(Hz) và chiều cao h
Nhiệm vụ phải tính là tìm ra W, L.
Quy trình thiết kế như sau:

1. Xác định hằng số điện môi hiệu dụng ε_{reff} theo phương trình (7.1)

2. Tính độ rộng để được một bộ phát xạ hiệu quả như sau:

$$W = \frac{1}{2f_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\sqrt{\frac{2}{\varepsilon_r+1}} = \frac{c}{2f_r}\sqrt{\frac{2}{\varepsilon_r+1}} \qquad (7.7)$$

Trong đó c là tốc độ ánh sáng trong không gian tự do.
3. Xác định ΔL theo phương trình (7.2)
4. Tính độ dài thực tế của miếng vá bằng cách giải phương trình (7.5):

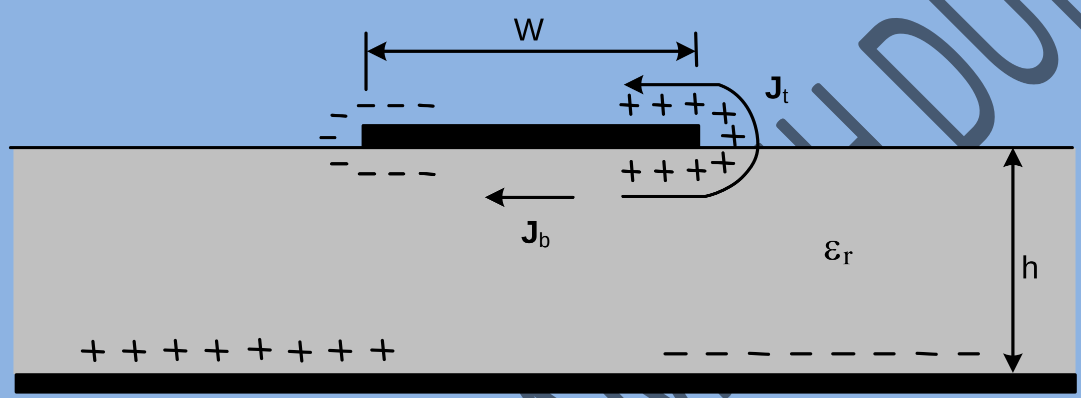
Thí dụ. Thiết kế một anten vi dải với: 1) hằng số điện môi lớp nền ε_r=2,2, 2) độ cao h=0,1588cm để đ]ợtần số cộng hưởng f_r=10GHz.
Áp dụng quy trình tinh tóan nói trên ta được: 1) hằng số điện môi hiệu dụng ε_{reff}=1,972, 2) độ rộng miếng vá W= 1,186 cm, 3) Tăng độ dài ΔL=0,081 cm, 4) độ dài thực tế L=0,906cm

7.2.2. Mô hình hốc cộng hưởng

Các anten vi dải giống như các hốc cộng hưởng chứa điện môi và chúng thể hiện các cộng hưởng bậc cao.

Dưới đây ta xét phương pháp phân tích dựa trên mô hình hốc cộng hưởng. Các điểm chính của phương pháp này như sau:

1. Coi miếng vá như một hốc cộng hưởng với: hai vách trên và dưới ngắn mạch còn hai vách bên hở mạch
2. Trong hốc cộng hưởng chỉ cho phép một số mode tồn tại tại các tần số khác nhau
3. Khi anten được kích thích tại một tần số nhất định, một trường mạnh được thiết lập bên trong hốc và dòng điện mạnh chảy trên bề mặt của miếng vá sẽ tạo ra phát xạ (hình 7.7)

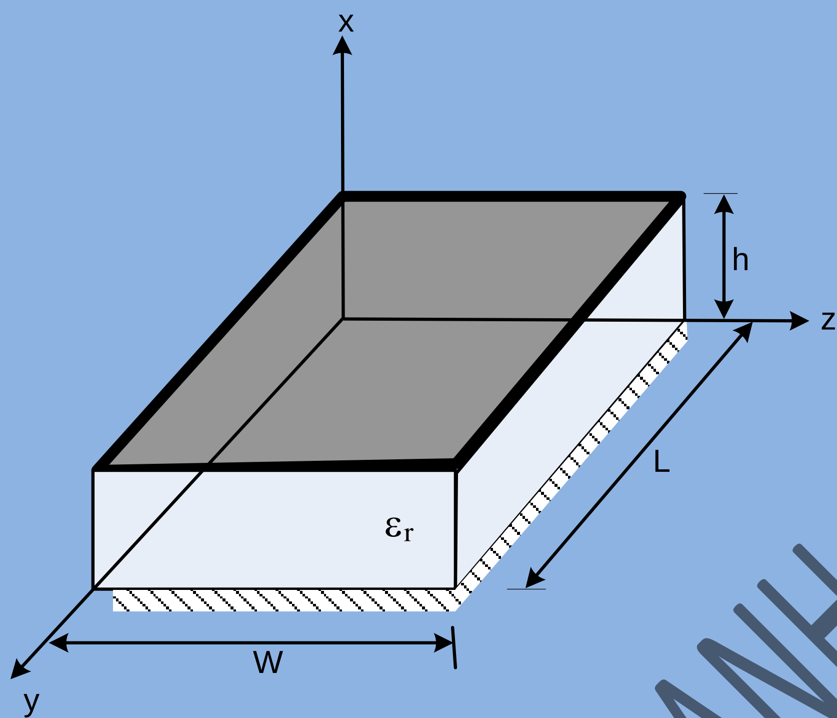


Hình 7.7. Phân bố điện tích và tạo ra mật độ dòng điện trên miếng vá vi dải

Khi miếng vá được tiếp sóng, phân bố điện tích được thiết lập trên hai mặt của miếng vá. Phân bố điện tích được điều khiển bởi hai cơ chế: hút và đẩy. Cơ chế thứ nhất xảy ra giữa các điện thích khác dấu phía dưới miếng và và bề mặt mặt dẫn đến tập trung điện tích phía dưới miếng vá. Cơ chế đẩy xảy ra giữa các điện tích cùng dấu phía dưới miếng và và bề mặt mằth đất dẫn đến một số điện tích bị đẩy từ đát miếng vá vòng qua gờ miếng vá lên mặt trên miếng vá. Chuyển động của các điện tích này làm hình thành mật độ dòng điện mặt dưới (J_b) và mặt trên (J_t) miếng vá.

7.2.2.1. Cấu hình trường

Có thể coi bên trong miếng và là một hốc cộng hưởng chứa điện môi với hằng số điện môi là $\mathcal{E}_r$ (hình 7.8).



Hình 7.8. Hình học miếng vá vi dải chữ nhật

Điện trường và từ trường trong hốc được biểu diễn theo các phương trình sau:

$$E_x = -j\frac{\left(k^2 - k_x^2\right)}{\omega\mu\varepsilon}A_{mnp}\cos\left(k_x x'\right)\cos\left(k_y y'\right)\cos\left(k_z z'\right) \qquad (7.8a)$$

$$E_y = -j\frac{\left(k_x k_y\right)}{\omega\mu\varepsilon}A_{mnp}\sin\left(k_x x'\right)\sin\left(k_y y'\right)\cos\left(k_z z'\right) \qquad (7.8b)$$

$$E_y = -j\frac{\left(k_x k_z\right)}{\omega\mu\varepsilon}A_{mnp}\sin\left(k_x x'\right)\cos\left(k_y y'\right)\sin\left(k_z z'\right) \qquad (7.8c)$$

$$H_x=0 \qquad (7.8d)$$

$$H_y = -\frac{k_z}{\mu}A_{mnp}\cos\left(k_x x'\right)\cos\left(k_y y'\right)\sin\left(k_z z'\right) \qquad (7.8e)$$

$$H_z = \frac{k_y}{\mu}A_{mnp}\cos\left(k_x x'\right)\sin\left(k_y y'\right)\cos\left(k_z z'\right) \qquad (7.8f)$$

Trong đó: A_{nmp} là các hệ số biên độ của từng chế độ. Các số sóng k_x, k_y, k_z được tính như sau:

$$\left.\begin{aligned} k_x &= \left(\frac{m\pi}{h}\right), \; m = 0,1,2,\ldots \\ k_y &= \left(\frac{n\pi}{L}\right), \; n = 0,1,2,\ldots \\ k_z &= \left(\frac{p\pi}{W}\right), \; p = 0,1,2,\ldots \end{aligned}\right\} m = n = p \neq 0 \qquad (7.9)$$

$\mathcal{E}=\mathcal{E}_0\mathcal{E}_r$, $\mu=\mu_0$

Các tần số cộng hưởng đối với hốc được xác định như sau:

$$\begin{aligned} (f_r)_{mnp} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2+\left(\frac{p\pi}{W}\right)^2} \\ &= \frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2+\left(\frac{p\pi}{W}\right)^2} \end{aligned} \qquad (7.10)$$

$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ là tốc độ ánh sáng trong không gian tự do.

Quan hệ giữa số sóng cộng hưởng và số sóng thành phần được xác định như sau:

$$k_r=\omega_r\sqrt{\mu\varepsilon}=2\pi f_r\sqrt{\mu\varepsilon}=\sqrt{\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2+\left(\frac{p\pi}{W}\right)^2} \qquad (7.11)$$

Hay tần số cộng hưởng:

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2+\left(\frac{p\pi}{W}\right)^2} \qquad (7.12)$$

Đối với các anten vi dải, h<<L và h<<W, vì thế chế độ có tần số thấp nhất (Dominant mode: chế độ trội, cơ bản) là TM_{010}^x có tần số cộng hưởng sau:

$$(f_r)_{010}=\frac{1}{2L\sqrt{\mu\varepsilon}}=\frac{c}{2L\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad (7.13)$$

Trong đó $c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ là tốc độ ánh sáng trong không gian tự do.

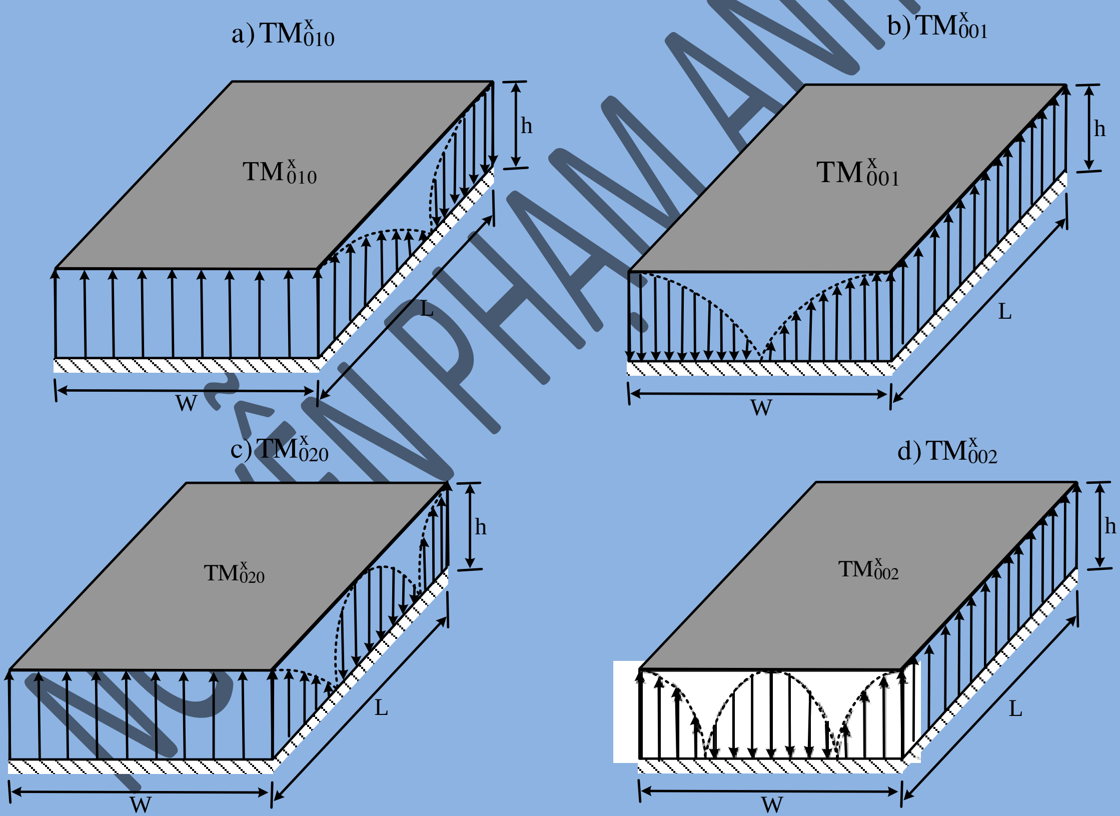
Ngoài ra nếu L> W > L/2 >h chế độ bậc cao hơn tiếp theo (bậc hai) là TM_{001}^x với tần số cộng hưởng được xác định như sau:

$$\left(f_r\right)_{001} = \frac{1}{2W\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{2W\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad (7.14)$$

Tuy nhiên nếu L> L/2> W >h, chế độ bậc hai TM^x_{020} sẽ thay thế TM^x_{010} và có tần số cộng hưởng như sau:

$$\left(f_r\right)_{020} = \frac{1}{L\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{L\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad (7.15)$$

Nếu W>L>h, chế độ sóng cơ bản là TM^x_{001} với tần số được xác định theo phương trình (7.14), trong khi nếu W> W/2> L >h, chế độ bậc hai là TM^x_{002}. Theo các phương trình (7.8a), (7.8b), (7.8c) phân bố điện trường tiếp tuyến dọc theo vách hốc cộng hưởng đối với TM^x_{010}, TM^x_{001}, TM^x_{020}, TM^x_{002} được thể hiện trên hình 7.9.



Hình 7.9. Các cấu hình trường (các chế độ) đối với miếng vá vi dải chữ nhật

Tất cả các khảo sát ở trên đều giả hiết là không có trường tràn ra ngoài gờ của hốc.

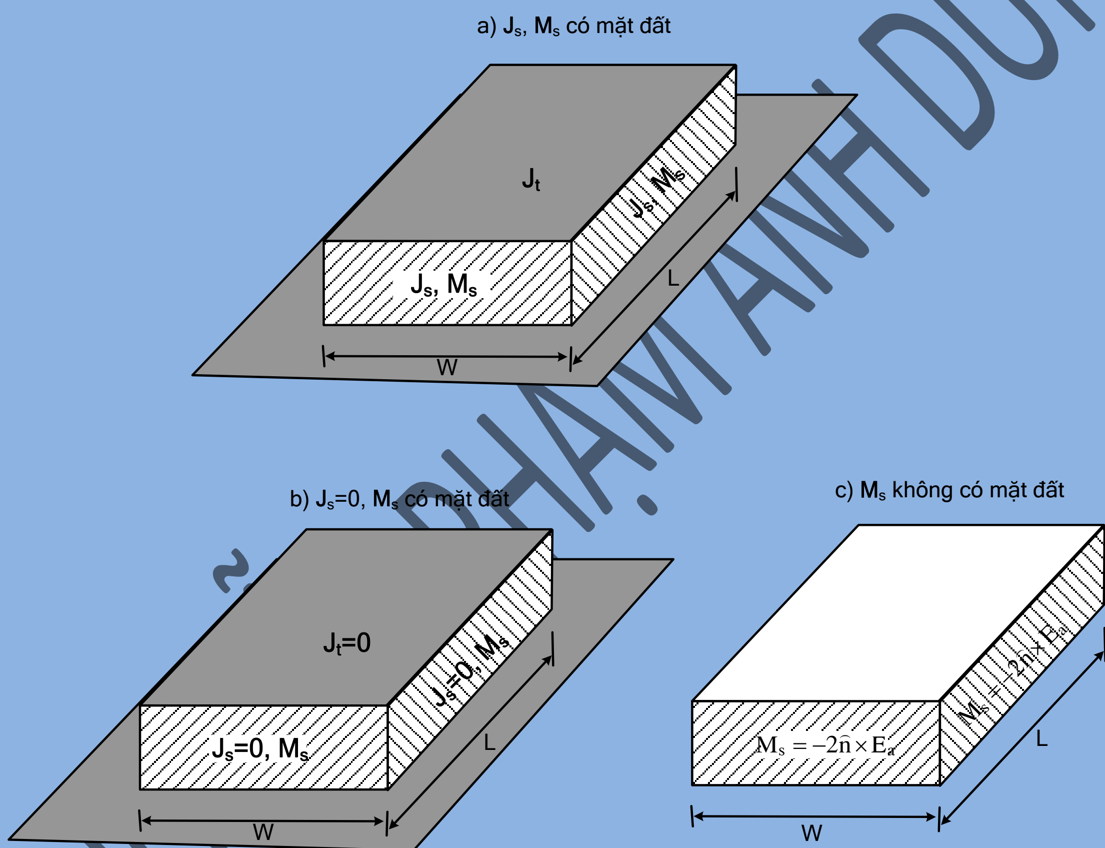
7.2.2.2. Mật độ dòng tương đương

Có thể mô hình hốc gồm hai vách trên, dưới bằng kim loại và bốn vách bên bằng điện môi. Có thể coi bốn vách bên là bốn mặt mở (khe) hẹp. Có thể trình bày miêng vá anten bởi dòng mật độ điện tương đương chảy trên mặt trên $\mathbf{J_t}$ (và dòng điện chảy ở mặt dưới $\mathbf{J_b}$ không cần xét). Bốn khe được trình bày bằng mật độ dòng điện tương đương $\mathbf{J_s}$ và mật độ dòng từ tương đương $\mathbf{M_s}$ theo các phương trình sau (xem hình 7.10a):

$$\vec{J}_s = \vec{n} \times \vec{H}_a \tag{7.16}$$

$$\vec{M}_s = -\vec{n} \times \vec{E}_a \tag{7.17}$$

Trong đó $\mathbf{H}_a$ và $\mathbf{E}_a$ là từ trường và điện trường điện tại khe.



Hình 7.10. Các mật độ dòng tương đương của miếng vá vi dải chữ nhật

Do tỷ số giữa chiều cao và độ rộng rất nhỏ, nên mật độ dòng điện phía trên $\mathbf{J_t}$ nhỏ hơn nhiều so với mật độ dòng điện phía dưới $\mathbf{J}_b$ và vì thế ta có thể bỏ qua $\mathbf{J_t}$. Ngoài ra đã chứng minh rằng thành phần tiếp tuyến của từ trường dọc theo gờ của hốc rất nhỏ (lý tưởng bằng không). Vì thế mật độ dòng điện tương đương $\mathbf{J}_s$ cũng sẽ rất nhỏ (lý thưởng bằng không. Vì thế chỉ có mật độ dòng từ tương đương dọc theo chu vi phát xạ của hốc $\mathbf{M}_s$ (phương trình (7.17)) là khác không (xem hình 7.10b). Có thể xét đến sự có mặt của mặt đất bằng lý thuyết ảnh gương dẫn đến nhân đôi mật độ dòng từ tương đương trong phương trình (7.17) (hình 7.10c):

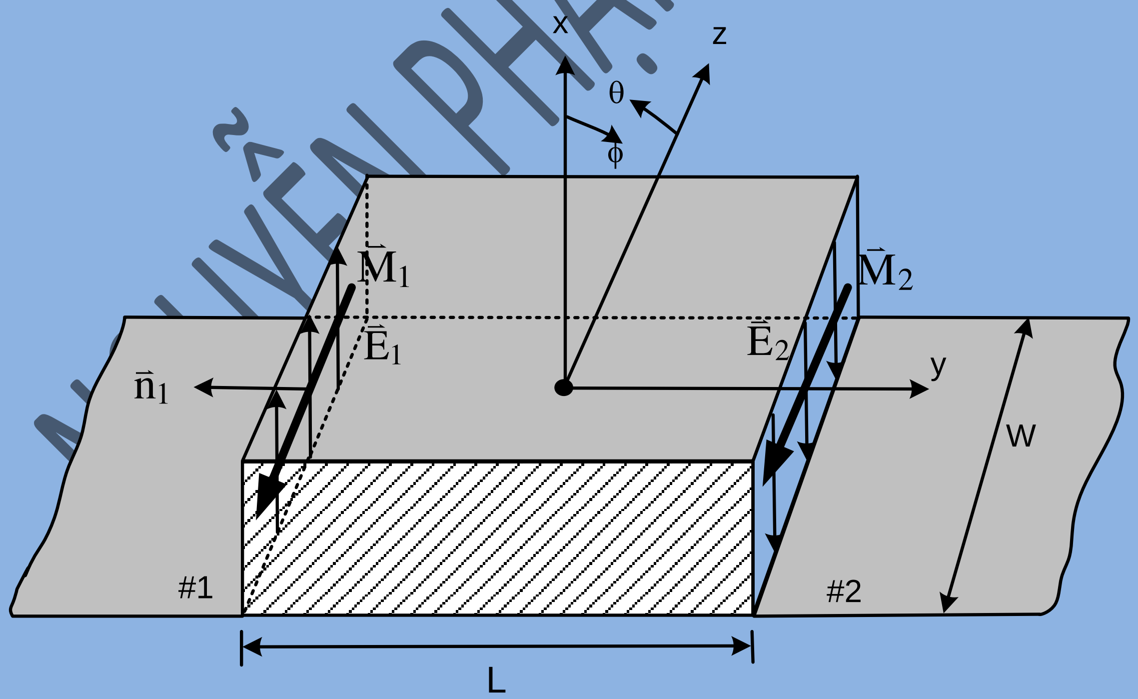
$$\vec{M}_s = -2\vec{n}\times\vec{E}_a \tag{7.18}$$

Nếu chế độ cơ sở trong hốc là TM^x_{010}, trì các phương trình trường được đơn giản hóa như sau:

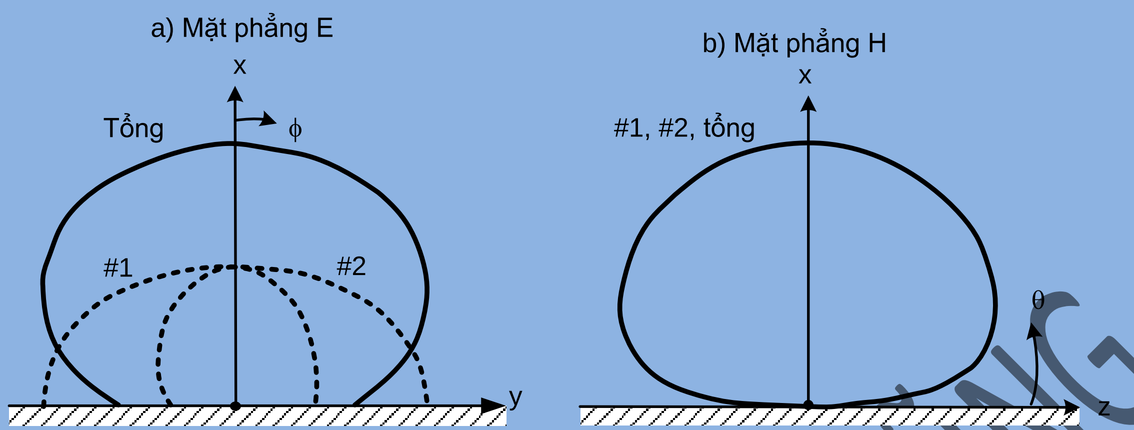
$$\begin{aligned} E_x &= E_0\cos\left(\frac{\pi}{L}y'\right) \\ H_z &= H_0\sin\left(\frac{\pi}{L}y'\right) \\ E_y &= E_z = H_x = H_y = 0 \end{aligned} \tag{7.19}$$

Trong đó E_0=-jωA_{010} và H_0=($\pi/\mu L$)H_{010}. Cấu trúc trường trong lớp nền và giữa phân tử phát xạ và mặt đất được vẽ trên hình 7.1(a,b) và 7.9a. Sự đảo pha theo chiều dài cần thiết để anten để phát xạ theo bề mặt (Broadside).

Với sử dụng mô hình tương đương, Các khe có dạng một lưỡng cực từ có mật độ dòng từ M_s theo phương trình (7.18) và phát xạ trường giống nhau. Hình 7.11 cho thấy các mật độ dòng từ dọc theo hai khe kích thước Wxh có cùng biên độ và pha. Vì thế hai khe tạo nên một mảng hai phần tử với nguồn (các mật độ dòng) có cùng biên độ và pha nhưng cách nhau L. Các nguồn này sẽ cộng với nhau theo phương vuông góc với miếng và và mặt đất để tạo nên mẫu phát xạ hướng ngang như trên hình 7.12.

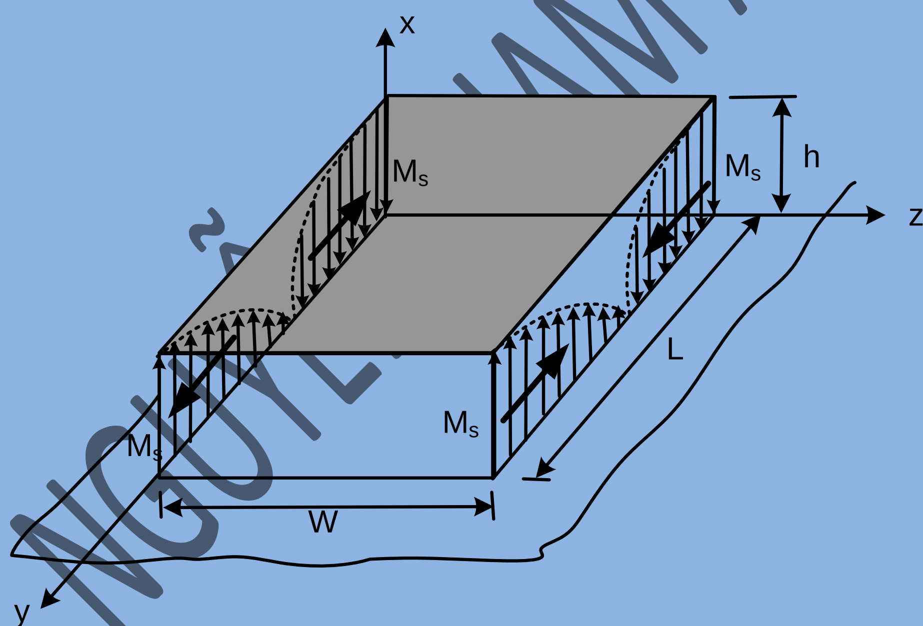


Hình 7.11. Các khe phát xạ của miếng vá vi dải chữ nhật và các mật độ dòng từ.



Hình 7.12. Các mẫu phát xạ điển hình của mỗi khe miếng vá vi dải và tổng hai khe trong mặt phẳng E và mặt phẳng H.

Các mật độ dòng từ tương đương đối với hai khe khác có kích thước Lxh được cho trên hình 7.13. Vì các mật độ dòng này có biên độ bằng nhau nhưng đối pha nên phát xạ của chúng sẽ triệt tiêu nhau trong mặt phẳng chính H (mặt phẳng y-z). Ngoài ra trong mặt phẳng chính E, các khe tại các vách đối nhau lại lệch pha 180^0, nên phát xạ cũng bị triệt tiêu. Trường phát xạ từ các khe này trong các mặt phẳng khác với hai mặt chính nói trên là nhỏ so với hai vách kia. Vì thế hai khe này thường được gọi là các khe không phát xạ.



Hình 7.13. Các mật độ dòng trên các khe không phát xạ của miếng vá vi dải chữ nhật.

7.2.2.3. Các trường phát xạ - chế độ TM^x_{010}

Để tìm trường phát xạ của mỗi khe, ta tiến hành quy trình giống như đã sử dụng để phân tích miệng mở. Trường tổng sẽ là tổng trường của mảng anten hai phần tử trong đó mỗi phần tử là một khe.

A. Các khe phát xạ.

Điện trường của mỗi khe phát xạ tại vùng xa được xác định như sau:

$$E_r \simeq E_\theta \simeq 0 \tag{7.20a}$$

$$E_\phi = j\frac{k_0 hWE_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r}\left[\sin\theta.\frac{\sin X}{X}.\frac{\sin Z}{Z}\right] \tag{7.20b}$$

Trong đó:

$$X = \frac{k_0 h}{2}\sin\theta\cos\phi \tag{7.20c}$$

$$Z = \frac{k_0 W}{2}\cos\theta \tag{7.20d}$$

Trường hợp $k_0h<<1$, ta được:

$$E_\phi = j\frac{V_0 e^{-jk_0 r}}{\pi r}\left[\sin\theta.\frac{\sin\left(\frac{k_0 W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right] \tag{7.21}$$

Trong đó $V_0=hE_0$.

Hệ số mảng của hai phần tử cùng biên độ cách nhay L_e theo phương y được xác định như sau:

$$(AF)_y = 2\cos\left(\frac{k_0 L_e}{2}\sin\theta\sin\phi\right) \tag{7.22}$$

Trong đó L_e là độ dài hiệu dụng được xác định như sau :

$$L_e=L+2\Delta L \tag{7.23}$$

$$\Delta L = 0,412h.\frac{(\varepsilon_{reff}+0,3).\left(\frac{W}{h}+0,264\right)}{(\varepsilon_{reff}-0,256).\left(\frac{W}{h}+0,8\right)} \tag{7.24}$$

Và ε_e là hằng số điện môi hiệu dụng được xác định như sau

$$\varepsilon_{reff} = \frac{\varepsilon_r+1}{2}+\frac{\varepsilon_r-1}{2}.\left(1+12.\frac{h}{W}\right)^{-1/2} \tag{7.25}$$

Trường của anten vi dải trong trường hợp này là tổng trường của hai khe được xác định như sau:

$$E_\phi^t = j\frac{k_0hWE_0e^{-jk_0r}}{\pi r}\left[\sin\theta\frac{\sin X}{X}\frac{\sin Z}{Z}\right] \times\cos\left(\frac{k_0L_e}{2}\sin\theta\sin\phi\right) \tag{7.26}$$

Trong đó:

$$X = \frac{k_0h}{2}\sin\theta\cos\phi \tag{7.27}$$

$$Z = \frac{k_0W}{2}\cos\theta \tag{7.28}$$

Đối với các giá trị nhỏ của h ($k_0h<<1$) ta có:

$$E_\phi^t \simeq j\frac{2V_0E_0e^{-jk_0r}}{\pi r}\left[\sin\theta\frac{\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right] \times\cos\left(\frac{k_0L_e}{2}\sin\theta\sin\phi\right) \tag{7.29}$$

Trong đó $V_0=hE_0$ là điện áp trên khe.

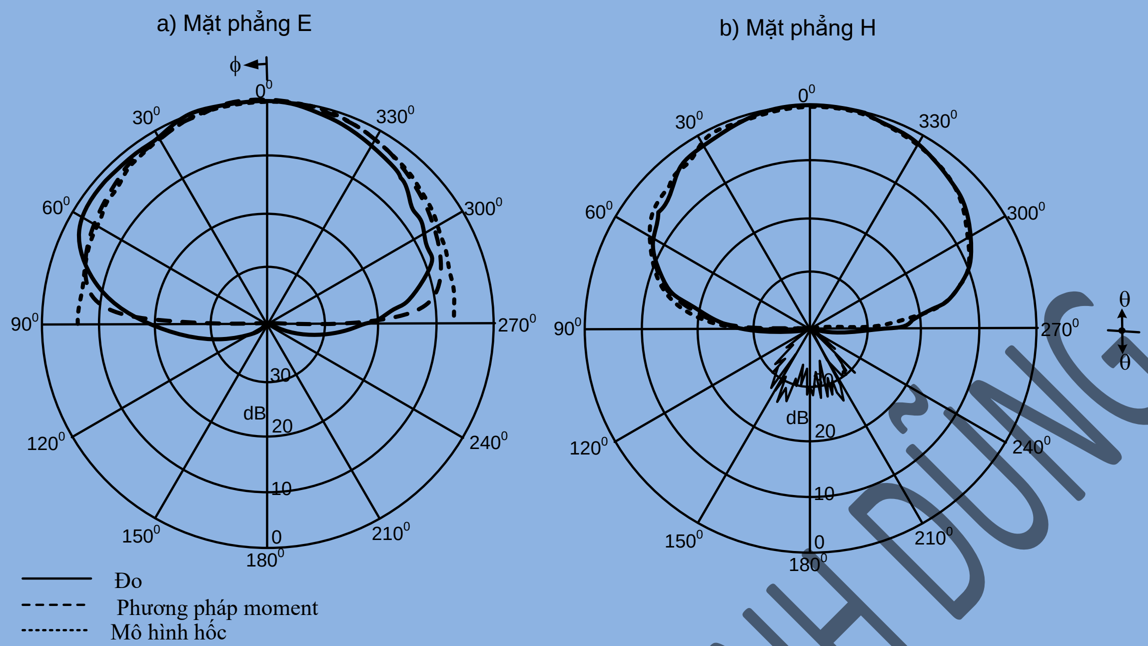
Trường trong mặt phẳng E ($\theta=90^0$) được xác định như sau:

$$E_\phi^t \simeq j\frac{2V_0E_0e^{-jk_0r}}{\pi r}\left[\frac{\sin\left(\frac{k_0h}{2}\cos\phi\right)}{\frac{k_0h}{2}\cos\phi}\right]\times\cos\left(\frac{k_0L_e}{2}\sin\phi\right) \tag{7.30}$$

Trường trong mặt phẳng H ($\phi=0^0$) được xác định như sau:

$$E_\phi^t \simeq j\frac{2V_0E_0e^{-jk_0r}}{\pi r}\left[\sin\theta\frac{\sin\left(\frac{k_0h}{2}\sin\theta\right)}{\frac{k_0h}{2}\sin\theta}\frac{\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right)}{\frac{k_0W}{2}\cos\theta}\right] \tag{7.31}$$

Mẫu phát xạ của anten mảng vá vi dải chữ nhật trong mặt phẳng E và mặt phẳng H cho trường hợp f_0=10GHZ, ε_e=2,2; h=0,1588cm; L=0,906cm và L_e=1,068cm được cho trên hình 7.14.



Hình 7.14. Mẫu phát xạ đo và dự báo của miếng vá vi dải chữ nhật trong mặt phẳng E và mặt phẳng H cho trường hợp f_0=10GHZ, ε_e=2,2; h=0,1588cm; L=0,906cm và L_e=1,068cm

B. Các khe không phát xạ.

Sử dụng phương trình (7.19) ta được mật độ dòng từ tương đương như sau:

$$\vec{M}_s = -2\vec{n}\times\vec{E}_a = \vec{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{L_e}y'\right) \qquad (7.32)$$

Mật độ dòng từ được thể thiện trên hình 7.13 và phát xạ xẩy ra theo trục z.

Sử dụng quy trình tìm trường tương tự đối với các khe phát xạ, ta được các thành phần điện trường chuẩn hóa cho từng khe như sau:

$$E_\theta = -\frac{k_0 h L_e E_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r}\left[Y\cos\phi.\frac{\sin X}{X}.\frac{\cos Y}{(Y)^2-(\pi/2)^2}\right]e^{j(X+Y)} \qquad (7.33a)$$

$$E_\phi = \frac{k_0 h L_e E_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r}\left[Y\cos\theta\sin\phi.\frac{\sin X}{X}.\frac{\cos Y}{(Y)^2-(\pi/2)^2}\right]e^{j(X+Y)} \qquad (7.33b)$$

Trong đó:

$$X = \frac{k_0 h}{2}\sin\theta\cos\phi \qquad (7.33c)$$

$$Y = \frac{k_0 L_e}{2}\sin\theta\sin\phi \qquad (7.33d)$$

Vì hai khe không phát xạ tạo nên một mảng hai phần tử có biên độ hư nau nhưng đối pha và cách nhau W theo trục z, nên hệ số mảng như sau:

$$\left(AF\right)_z = 2j\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right) \qquad (7.34)$$

Trường tổng tại vùng xa sẽ là tích của các phương trình (7.33a) và (7.33b) với phương trình (7.34).

Trong mặt phẳng H (ϕ=0, $0^0\leq\theta\leq180^0$), các phương trình (7.33a) (7.33b) bằng không mỗi khe có hai đoạn điện trường 1/4 chu kỳ ngược pha sẽ tạo ra trưpongf triệt riêu lẫn nhau. Tương tự trong mặt phẳng E ($\theta=90^0$, $0^0\leq\phi\leq90^0$ và $270^0\leq\phi\leq360^0$) trường tổng bằng không vì phương trình (7.34) bằng không.

Tuy nhiên hai khe này vẫn phát xạ trong các mặt phẳng khác với mặt chính. Trường phát xạ trong cac mặt phẳng này nhỏ so với trường phát xạ của các khe phát xạ vì thế có thể bỏ qua.

7.2.3. Tính hướng

Tính hướng là thông số phẩm chất quan trọng nhất của mọi anten và được xác định theo phương trình (1.71) như sau:

$$D_{max} = \frac{U_{max}}{U_I} = \frac{4\pi U_{max}}{P} \qquad (7.35)$$

Một khe (k_0h<<1). Sử dụng phương trình (7.21), ta có thể xác định được mật độ công suất phát xạ trung bình như sau:

$$\Pi = \frac{\left|E_\phi\right|^2}{2Z_W} = \frac{\left|V_0\right|^2}{2Z_W\pi^2r^2}\left[\sin\theta.\frac{\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right]^2 \qquad (7.36)$$

Từ (7.36) ta có thể tìm được cường độ phát xạ và cường độ phát xạ cực như sau:

$$U = r^2\Pi = \frac{\left|V_0\right|^2}{2Z_W\pi^2}\left[\sin\theta.\frac{\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right]^2 \qquad (7.37)$$

$$\Rightarrow U_{max} = \frac{\left|V_0\right|^2}{2Z_W\pi^2}\left(\frac{\pi W}{\lambda}\right)^2$$

Trong đó $V_0=hE_0$.

Sử dụng phương trình (7.37), ta xác định được công suất phát xạ như sau (lưu ý tích $0\leq\phi\leq\pi$ ứng với nửa không gian phía trên mặt mặt dẫn điện):

$$P = \int_0^{\pi}\int_0^{\pi} U.\sin\theta d\theta d\phi = \frac{|V_0|^2}{2Z_W\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right]^2 \sin^3\theta d\theta \qquad (7.38)$$

Vì thế tính hướng của một khe được xác định như sau:

$$D_m = \left(\frac{2\pi W}{\lambda}\right)\frac{1}{I_1} \qquad (7.39)$$

Trong đó

$$I_1 = \int_0^{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right]^2 \sin^3\theta d\theta \qquad (7.40)$$

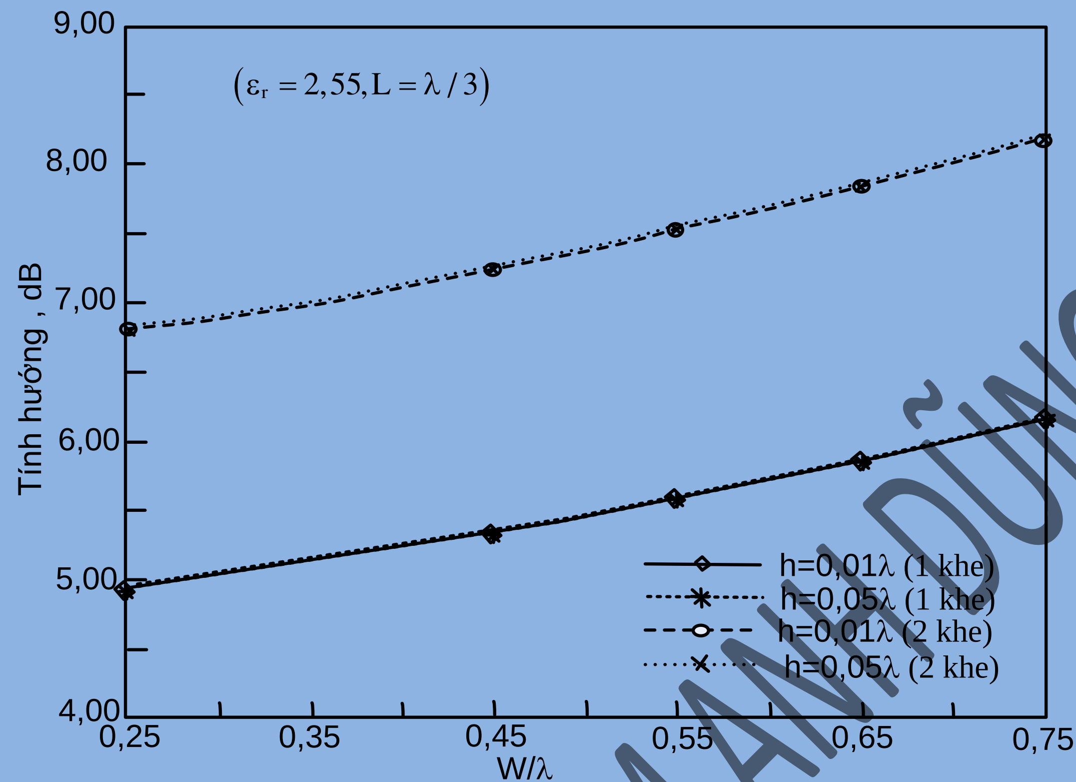
$$= \left[-2 + \cos X + XS_i(X) + \frac{\sin X}{X}\right]$$

$$X = kW$$

Các giá trị tiệm cậncủa D_m thay đổi như sau:

$$D_m = \begin{cases} 3{,}3 \Rightarrow 5{,}2\text{dB} & W << \lambda \\ 4\left(\frac{W}{\lambda}\right) & W >> \lambda \end{cases} \qquad (7.41)$$

Tính hương của một khe có thể được tính theo các phương trình (7.39) và (7.40). Tính hướng đối với một khe có h=0,01λ và h=0,05λ phụ thuộc vào W/λ được vẽ trên hình 7.15.



Hình 7.15. So sánh tính hướng của một và hai khe phụ thuộc vào độ rộng của khe.

Hai khe (k_0h<<1). Đối với hai khe, sử dụng phương trình (7.29) ta được:

$$D_m = \left(\frac{2\pi W}{\lambda}\right)\frac{\pi}{I_2} = \frac{2}{15G_{rad}}\left(\frac{W}{\lambda}\right)^2 \qquad (7.42)$$

Trong đó G_{rad} là điện kháng phát xạ:

$$I_2 = \int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{k_0W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right]^2 \sin^3\theta\cos_2\left(\frac{k_0L_e}{2}\sin\theta\sin\phi\right)d\theta d\phi \qquad (7.43)$$

Phát xạ tổng hướng mặt D_{2m} đối với hai khe phát xạ được phân cách bởi trường chế độ cơ bản TM^x_{010} có thể được xác định như sau:

$$D_{2m} = D_m D_{AF} = D_m \frac{2}{1+g_{12}} \qquad (7.44)$$

$$D_{AF} = \frac{2}{1+g_{12}} \overset{g_{12}<<1}{\simeq} 2 \qquad (7.45)$$

Trong đó

D_m là tính hướng của một khe

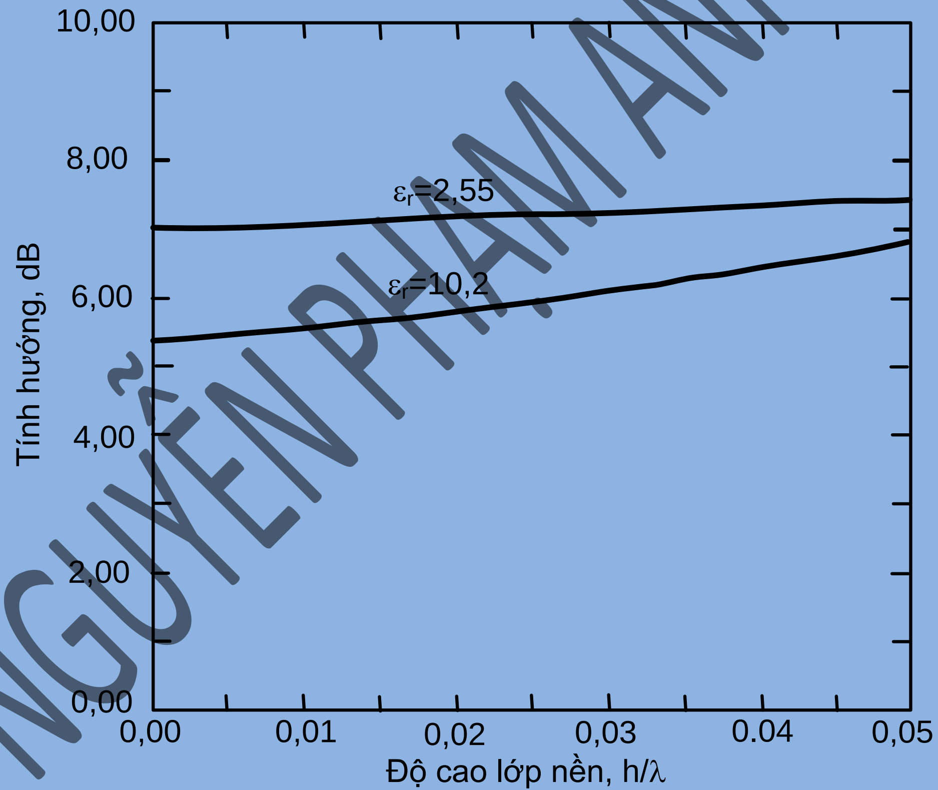
D_{AF} là tính hướng của hệ số dàn SF $\left[AF = \cos\left(\frac{kL_e}{2}\sin\theta\sin\phi\right)\right]$

g_{12} là điện kháng tương hỗ chuẩn hóa=G_{12}/G_1

Tính hướng tiệm cận của hai khe (anten vi dải) được xác định như sau:

$$D_{2m} = \begin{cases} 6{,}6 \Rightarrow 8{,}2\text{dB} & W << \lambda \\ 8\left(\dfrac{W}{\lambda}\right) & W >> \lambda \end{cases} \qquad (7.46)$$

Tính hướng cho anten vi dải (hai khe) có thể tính theo các phương trình (7.42) và (7.43). Tính hướng của anten vi dải (hai khe) đối với h=0,01λ và h=0,05λ phụ thuộc vào W/λ được vẽ trêb hình 7.15. Từ hình 7.15 ta thấy rằng tính hướng không phụ thuộc nhiều và chiều cao nến như chiuề cao nhỏ. Tính hướng của naten miếng và vi dải đối với tần số cộng hưởng cố định phụ thuộc vào chiều cao lớp nền (h/λ) đối với hai điện môi khác nhau được cho trên hình 7.16.



Hình 7.16. Phụ thuộc tính hướng vào độ cao lớp nền đối với anten miếng vá vi dải hình vuông.

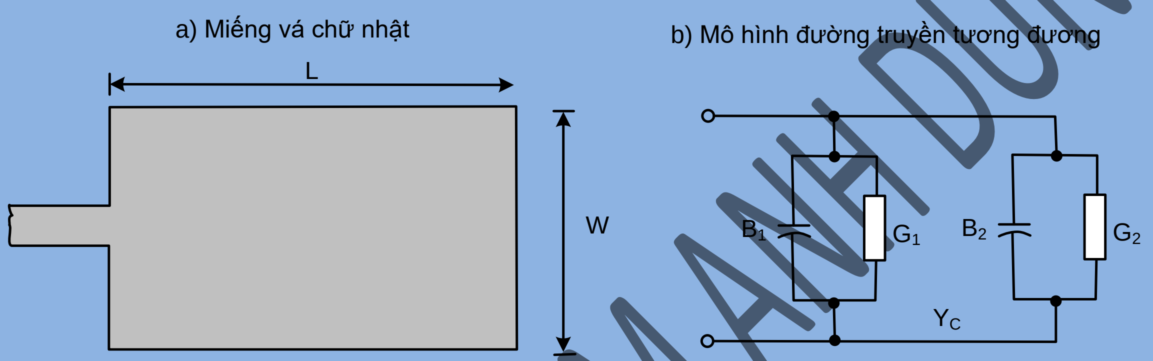
Độ rộng búp trong các mặt phẳng chính E và H có thể tín theo cac biểu thức gần đúng sau:

$$\Theta_E \simeq 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{7{,}03\lambda_0^2}{4\left(3L_e^2+h^2\right)\pi^2}} \qquad (7.47)$$

$$\Theta_H \simeq 2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1}{2+kW}} \qquad (7.48)$$

7.2.4. Điện dẫn

Có thể trình bày mỗi khe ở dạng điện kháng Y (gồm điện dẫn G và điện nạp B) như trên hình 7.17.



Hình 7.17. Miếng vá chữ nhật và mô hình mạch điện của đường truyền tương đương.

Các khe được đánh nhãn #1 và #2. Điện kháng của khe #1 được biểu diễn như sau:

$$Y_1=G_1+B_1 \qquad (7.49)$$

Trong đó đối với khe có độ rộng W hữu hạn:

$$G_1=\frac{W}{120\lambda}\left[1-\frac{1}{24}(kh)^2\right] \qquad \frac{h}{\lambda}<\frac{1}{10} \qquad (7.50)$$

$$B_1=\frac{W}{120\lambda}\left[1-0{,}636\ln(kh)\right] \qquad \frac{h}{\lambda}<\frac{1}{10} \qquad (7.51)$$

Điện kháng của khe hai giống như khe một:

$$Y_2=Y_1,\quad G_2=G_1,\quad B_2=B=1 \qquad (7.52)$$

Ta cũng có thể nhận được điện dẫn của một khe từ biểu thức trường được rút ra từ mô hình hốc cộng hưởng. Tổng quát ta có thể viết điện dẫn của khe như sau:

$$G_1 = \frac{2P}{|V_0|^2} \qquad (7.53)$$

Trong đó công suất phát xạ P có thể được tính theo phương trình (7.38) như sau:

$$P = \frac{|V_0|^2}{2Z_W\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{k_0 W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right]^2 \sin^3\theta d\theta \qquad (7.54)$$

Vì thế ta có thể biểu diễn điện dẫn như sau:

$$G_1 = \frac{I_1}{120\pi^2} \qquad (7.55)$$

Trong đó

$$I_1 = \int_0^{\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{k_0 W}{2}\cos\theta\right)}{\cos\theta}\right]^2 \sin^3\theta d\theta \qquad (7.56)$$

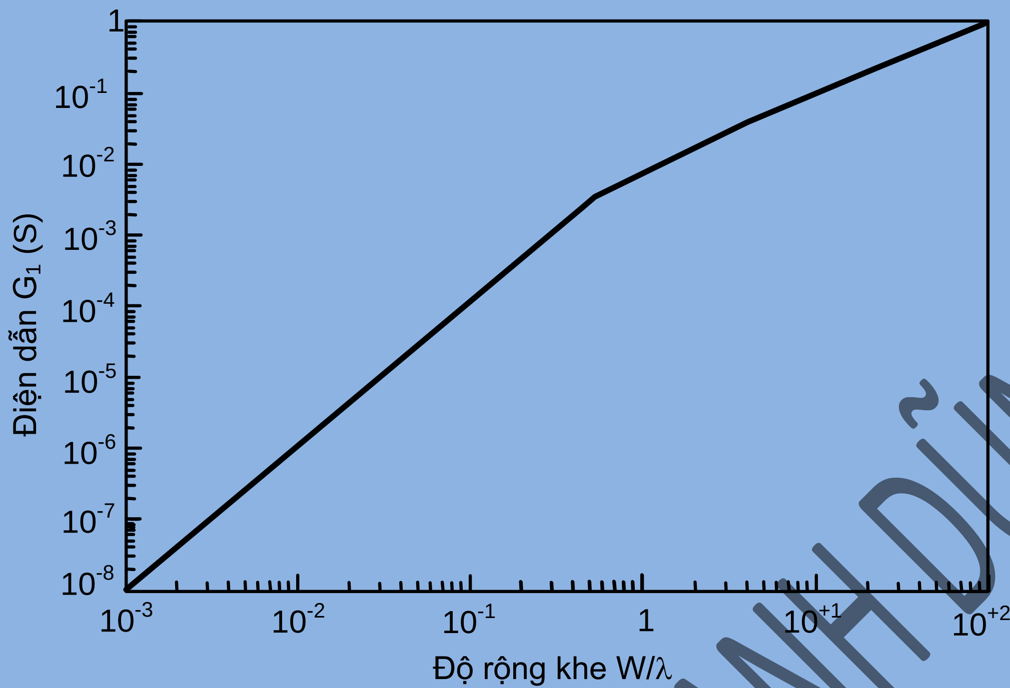
$$= \left[-2 + \cos X + XS_i(X) + \frac{\sin X}{X}\right]$$

$$X = kW$$

Giá trị tiệm cận của (7.55) và (7.56) như sau:

$$G_1 = \begin{cases} \frac{1}{90}\left(\frac{W}{\lambda}\right)^2 & W \ll \lambda \\ \frac{1}{120}\left(\frac{W}{\lambda}\right) & W \gg \lambda \end{cases} \qquad (7.57)$$

Các giá trị từ (7.57) cũng giống như các giá trị từ (7.50) khi h<<λ. Hình 7.18 cho thấy sự phụ thuộc của G vào W/λ.



Hình 7.18. Phụ thuộc của G vào W/λ.

7.2.5. Điện trở đầu vào cộng hưởng

Tổng điện kháng tại khe #1 (điện kháng vào) nhận được bằng cách quy đổi điện kháng của khe #2 từ các đầu ra vào đầu vào dựa trên phương trình chuyển đổi của các đường truyền dẫn. Lý tưởng, nếu hai khe cách nhau λ/2 trong đó λ là bước sóng trong lớp nền (điện môi). Tuy nhiên do hiện tượng tràn sóng, bước sóng của miếng vá dài hơn bước sóng thực tế. Vì thế phân cách thực tế giữa hai khe hơi nhỏ hơn λ/2. Nếu sử dụng (7.2) để chọn lựa giảm độ dài một cách phù hợp (thông thường 0,48λ<L<0,49λ), ta được điện kháng chuyển đổi của khe #2 như sau:

$$\tilde{Y}_2 = \tilde{G}_2 + j\tilde{B}_2 = G_1 - jB_1 \qquad (7.58)$$

hay

$$\tilde{G}_2 = G_1 \qquad (7.59)$$

$$\tilde{B}_2 = -B_1 \qquad (7.60)$$

Vì thế điện kháng vào có giá trị thực:

$$Y_{in} = Y_1 + \tilde{Y}_2 = 2G_1 \qquad (7.61)$$

Và trở kháng vào cũng có giá trị thực:

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = R_{in} = \frac{1}{2G_1} \tag{7.62}$$

Điện trở vào trong (7.62) chưa xét đến ảnh hưởng tương hỗ giữa hai khe. Khi xét đến ảnh hưởng này, phương trình (7.62) được chuyển đổi thành:

$$R_{in} = \frac{1}{2\left(G_1 \pm G_{12}\right)} \tag{7.63}$$

Trong đó + tương ứng với chế độ phân bố điện áp cộng hưởng lẻ (phi đối xứng), còn – tương ứng với chế độ phân bố điện áp cộng hưởng chẵn (đối xứng).

Điện dẫn tương hỗ tại vùng xa được xác định như sau:

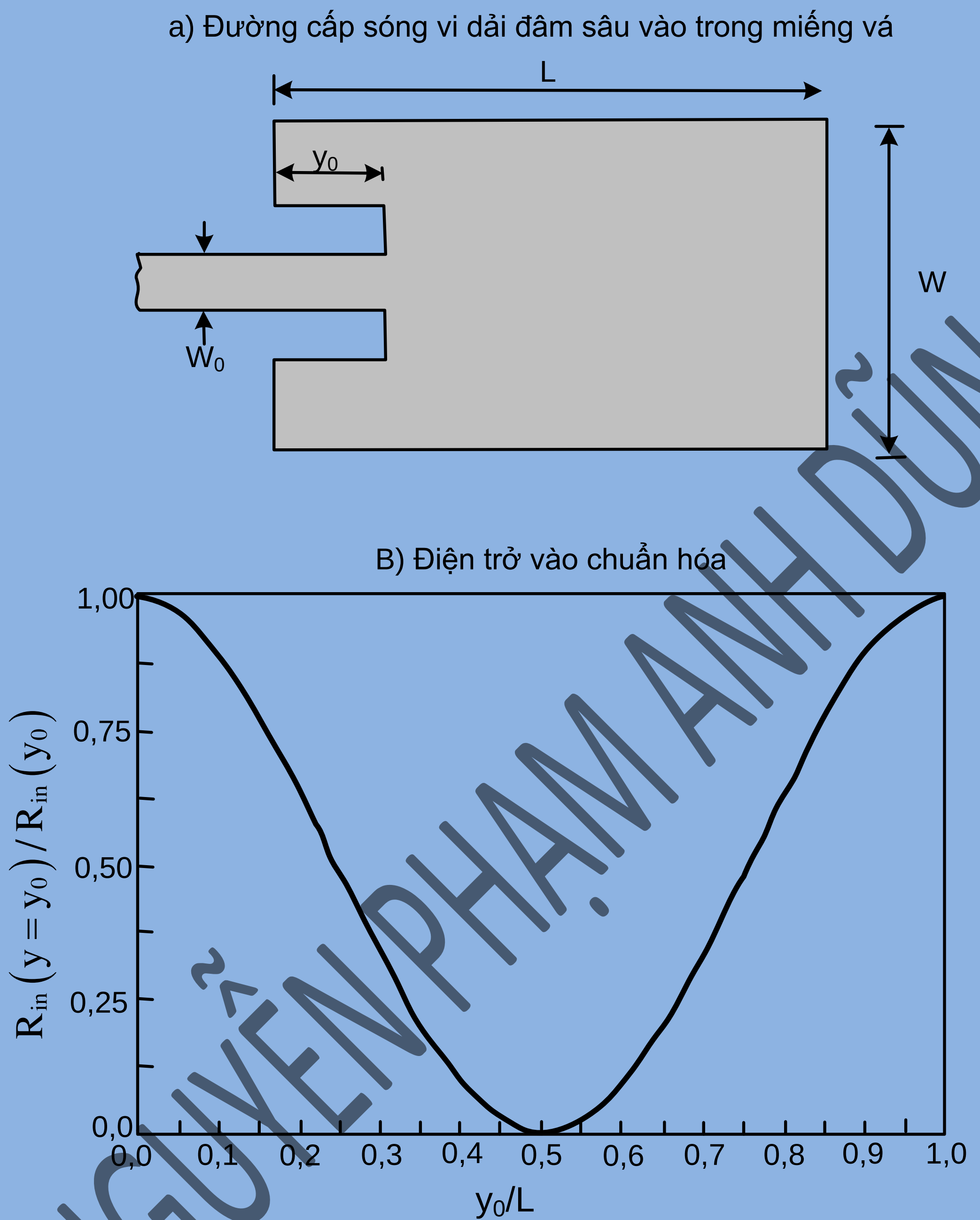
$$G_{12} = \frac{1}{|V_0|^2} \mathrm{Re} \iint_S \vec{E}_1 \times \vec{H}_2^* . d\vec{S}$$

$$= \frac{1}{120\pi^2} \int \left[\frac{\sin\left(\frac{k_0 W}{2} \cos\theta\right)}{\cos\theta} \right]^2 J_0\left(k_0 L \sin\theta\right) \sin^3\theta d\theta \tag{7.64}$$

Trong đó $\vec{E}_1$ là điện trường phát xạ bởi khe #1, $\vec{H}_2$ là từ trường phát xạ bởi khe #2, (J_0(.) là hàm Bessel loại 1 bậc không.

Đối các anten vi dải điển hình, điện dẫn tương hỗ nhận được theo phương trình (7.64) rất nhỏ so với G_1 tính theo phương trình (7.50) và (7.63). Từ (7.50) và (7.58) ta thấy điện trở vào không phụ thuộc nhiều vào độ cao h.

Điện trở tính theo (7.63) được tham chuẩn tại khe #1. Tuy nhiên cũng có thể thay đổi điện trở đầu vào cộng hưởng bằng cấp sóng sâu vào y_0 so với khe #1 như trên hình 7.19a. Giá trị chuẩn hóa của điện trở vào trong trường hợp này được vẽ trên hình 7.19b.



Hình 7.19. Đường cấp sóng thọc sâu vào miếng và và thay đổi điện trở đầu vào.

Điện trở vao đối với đươcng cấp sóng cắm sâu được xác định gần đúng như sau:

$$R_{in}(y=y_0)=\frac{1}{2(G_1 \pm G_{12})}\left[\cos^2\left(\frac{\pi}{L}y_0\right)\right.$$

$$\left.\frac{G_1^2+B_1^2}{Y_c^2}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}y_0\right)-\frac{B_1}{Y_c}\sin\left(\frac{2\pi}{L}y_0\right)\right] \qquad (7.65)$$

Trong đó $Yc=1/Z_c$

Vì đối với hầy hết các vi dải $G_1/Y_c<<1$, nên R_{in} được đơn giản còn:

$$\begin{aligned} R_{in}(y=y_0) &= \frac{1}{2(G_1 \pm G_{12})}\cos^2\left(\frac{\pi}{L}y_0\right) \\ &= R_{in}(y=0)\cos^2\left(\frac{\pi}{L}y_0\right) \end{aligned} \quad (7.66)$$

Giá trị chuẩn hóa của điện trở vào trong trường hợp này được vẽ trên hình 7.19b

Thí dụ tính điện trở vào của anten vi dải

Cho một anten vi dải chữ nhật có kích thước: L=0,906cm, W=1,186cm, h=0,1588cm và hằng số điện môi $\varepsilon_r=2,2$ làm việc tại tần số trung tâm 10GHz. Tìm:

a. Trở kháng sóng vào
b. Vị trí của điểm cấp sóng cắm sâu để trở kháng vào bằng 50 Ôm

Giải

$$\lambda_0 = \frac{3.10^8 m/s}{10.10^9 Hz} = 0,03m = 3cm$$

Sử dụng (7.55) và (7.56) ta được:

$G_1=0,00157$ Siemens

So với $G_1=0,00328$ tính theo (7.50).

Sử dụng (7.64) ta được:

$G_{12}=6,1683.10^{-4}$

Sử dụng (7.63) với (+) vì phân bố trường lẻ giữa các khe phát xạ đối với chế độ TM_{010} cơ bản, ta được:

$R_{in}=228,3508$ Ôm

Để tìm khoảng cách cắm sâu y_0 của đường cấp sóng, ta sử dụng phương trình (7.66):

$$50 = 228,3508\cos^2\left(\frac{\pi}{L}y_0\right) \Rightarrow y_0 = 0,3126cm$$

7.2.6. Thí dụ tính tính hướng

Cho một anten vi dải chữ nhật có kích thước: L=0,906cm, W=1,186cm, h=0,1588cm và hằng số điện môi $\varepsilon_r=2,2$ làm việc tại tần số trung tâm 10GHz. Tìm tính hướng.

Từ thí dụ tính toán điện trở vào anten vi gải ta có:

G_1=0,00157 Siemens

G_{12}= 6,1683x10^{-4}Siemens

$G_{12}=G_{12}/G_1=0,3921$

Sử dụng (7.39) và (7.40) ta được:

$I_1=1,863$

$$D_m=\left(\frac{2\pi W}{\lambda_0}\right)^2\frac{1}{I_1}=3,312\Rightarrow 5,201\text{dB}$$

Sử dụng (7.44), ta được:

$$D_{AF}=\frac{2}{1+g_{12}}=\frac{2}{1+0,3921}=1,4367\Rightarrow 1,5736\text{dB}$$

Sử dụng (7.44), ta được:

$D_{2m}=D_mD_{AF}=3,312\times1,4356=4,7584\Rightarrow 6,7746\text{dB}$

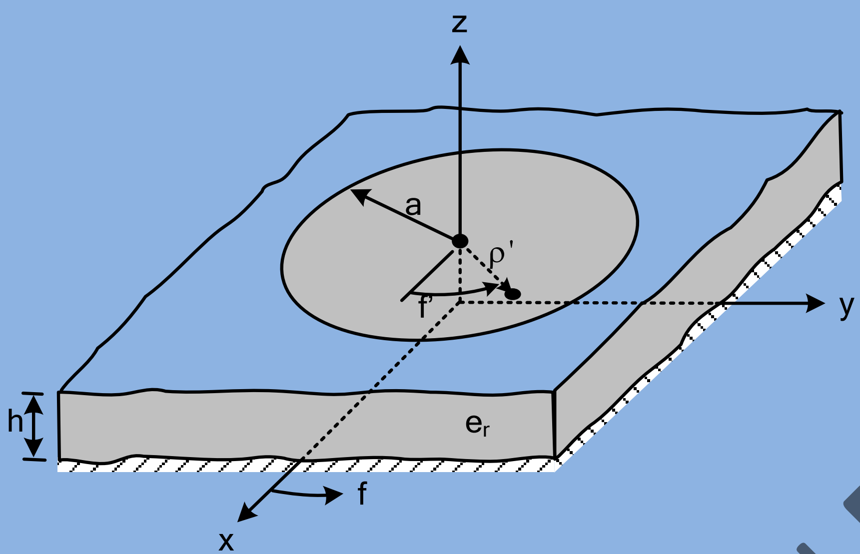
Sử dụng (7.42) và (7.43), ta được:

$I_2=3,59801$

$$D_{2m}=\left(\frac{2\pi W}{\lambda_0}\right)^2\frac{\pi}{I_2}=5,3873\Rightarrow 7,314\text{dB}$$

7.3. ANTEN MIẾNG VÁ TRÒN

Anten miếng vá tròn cũng là loại anten miếng vá rất phổ biến, mức độ phổ biến chỉ đứng sau miếng vá chữ nhật. Anten miếng vá tròn bao gồm một lớp nền điện môi có hằng số điện môi ε_r, dưới lớp nền là mặt phẳng kim loại (mặt đất) và phía trên lớp nền là miếng vá tròn. Hình học của anten viếng vá tròn được cho trên hình 7.20.



Hình 7.20. Hình học anten miếng vá tròn.

7.3.1. Điện trường và từ trường trong các chế độ TM^z_{mnp}

Để tìm các thành phần trường trong hốc vá tròn, ta sử dụng phương pháp thế vectơ. Đối với TM^z ta cần tím thế vectơ A_z trong hệ tọa độ trụ theo phương trình sóng sau:

$$\nabla A_z(\rho,\phi,z)+k^2A_z(\rho,\phi,z)=0 \qquad (7.67)$$

Giải phương trình trên cho thế vectơ A_z, được:

$$A_z=B_{mnp}J_m(k_\rho\rho')\left[A_2\cos(m\phi')+B_2\sin(m\phi')\right]\cos(k_z z') \qquad (7.68)$$

Trong đó

$$(k_\rho)^2+(k_z)^2=k_r^2=\omega_r^2\mu\varepsilon \qquad (7.68a)$$

ω_r là tần số góc cộng hưởng

Các tọa độ có dấu phết ρ', ϕ', z' thể hiện các trường trong hốc, còn $J_m(x)$ là hàm Bessel loại một bậc m và

$$k_\rho=\chi'_{mn}/a \qquad (7.68b)$$

$$k_x=\frac{p\pi}{h} \qquad (7.68c)$$

m=0,1,2,… (7.68d)

n=1,2,3… (7.68e)

p=0,1,2,… (7.68f)

χ'_{mn} xác định bậc của các tần số cộng hưởng. Bốn giá trị đầu của χ'_{mn} theo bậc tăng dần như sau:

$$\begin{aligned}\chi'_{11} &= 1{,}8412\\ \chi'_{21} &= 3{,}0542\\ \chi'_{01} &= 3{,}8318\\ \chi'_{31} &= 4{,}2012\end{aligned} \tag{7.69}$$

Quan hệ giữa trường trong các chế độ TM^z với thế vectơ A_z được xác định như sau:

$$\begin{aligned} E_\rho &= -j\frac{1}{\omega\mu\varepsilon}\frac{\partial^2 A_z}{\partial\rho\partial z} & H_\rho &= \frac{1}{\mu}\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\phi}\\ E_\phi &= -j\frac{1}{\omega\mu\varepsilon}\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 A_z}{\partial\rho\partial z} & H_\phi &= -\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial\rho}\\ E_z &= -j\frac{1}{\omega\mu\varepsilon}\left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}+k\right)A_z & H_z &= 0\end{aligned} \tag{7.70}$$

Tuân theo các điều kiện biên sau:

$$\begin{aligned} &E_\rho(0\le\rho'\le a,\ \ 0\le\phi\le 2\pi,\ z'=0)=0\\ &E_\rho(0\le\rho'\le a,\ \ 0\le\phi\le 2\pi,\ z'=h)=0\\ &H_\phi(0\le\rho'\le a,\ \ 0\le\phi\le 2\pi,\ 0\le z'\le h)=0\end{aligned} \tag{7.71}$$

7.3.2. Các tần số cộng hưởng

Sử dụng các cong thức từ (768a) đến (7.68f) ta tìm được tần số cộng hưởng. Vì hầu hết các anten vidải có độ cao lượs nền nhỏ ($h<0{,}05\lambda_0$), nên các thành phần trường dọc trục z gần như không đổi và được biểu thị theo p=0 trong (7.68f) cũng như $k_z=0$ trong (7.68c). Vì thế các tần sô cộng hưởng đối với các chế độ TM^z_{mn0} được xác định như sau:

$$\left(f_r\right)_{mn0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}\left(\frac{\chi'_{mn}}{a}\right) \tag{7.72}$$

Dựa trên các giá tri của (7.69), bốn chế độ đầu theo bậc tăng dần là $TM^z_{110}, TM^z_{210}, TM^z_{010}, TM^z_{310}$. Chế độ cơ bản là TM^z_{110} có tần số cộng hưởng như sau:

$$\left(f_r\right)_{110} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}\left(\frac{1,842}{a}\right) = \frac{1,842c}{2\pi a\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad (7.73)$$

Trong đó c là tốc độ ánh sáng trong không gian tự do.

Tần số cộng hưởng của (7.73) không xét đén hiện tượng tràn sóng. Như đã xét tràn sóng đối với miếng vá chữ nhật được minh họa trên hình 7.6, hệ số hiệu chỉnh độ dài được sử dụng để xét đến tràn sóng. Đối với miếng vá tron, ta cần đưa ra bán kings hiệu dụng a_e thay vì a thực tế để hiệu chỉnh cho tràn sóng:

$$a_e = a\left\{1 + \frac{2h}{\pi a\varepsilon_r}\left[\ln\left(\frac{\pi a}{2h}\right) + 1,7726\right]\right\}^{1/2} \qquad (7.74)$$

Sử dụng (7.74), tần số cộng hưởng trong (7.73) được sửa đổi như sau:

$$\left(f_r\right)_{110} = \frac{1,842c}{2\pi a_e\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad (7.75)$$

7.3.3. Thiết kế

Dưới đây ta sẽ xét thiết kế các anten vi dải tròn cho chế độ cơ bản TM^z_{110} theo mô hình hốc cộng hưởng nói trên. Thiết kế giả thiết là cho trước các thông số: hằng số điện môi lớp nền (ε_r), tần số cộng hưởng (f_r) và chiều cao lớp nền h:

ε_r, f_r(Hz) và h(cm)

Cần xác định bán kính a của miếng vá.

Từ các phương trình (7.74) và (7.75) ta có thể xác định được bán kính a của miếng vá tròn như sau:

$$a = \frac{F}{\left\{1 + \frac{2h}{\pi\varepsilon_r F}\left[\ln\left(\frac{\pi F}{2h}\right) + 1,7726\right]\right\}^{1/2}} \qquad (7.76)$$

Trong đó h là chiều cao đo bằng cm,

$$F = \frac{8,791\times 10^9}{f_r\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad (7.76a)$$

Thí dụ

Thiết kế anten miếng vá tròn sử dụng lớp nền có hằng số điện môi ε_r=2,2; chiều cao lớp nền h=0,1588cm để được tần số cộng hưởng 10GHz.

Giải

Tính F trong (7.76a)

$$F = \frac{8,791\times 10^9}{10.10^9\sqrt{2,2}} = 0,593$$

Tính bán kính miếng vá theo (7.76)

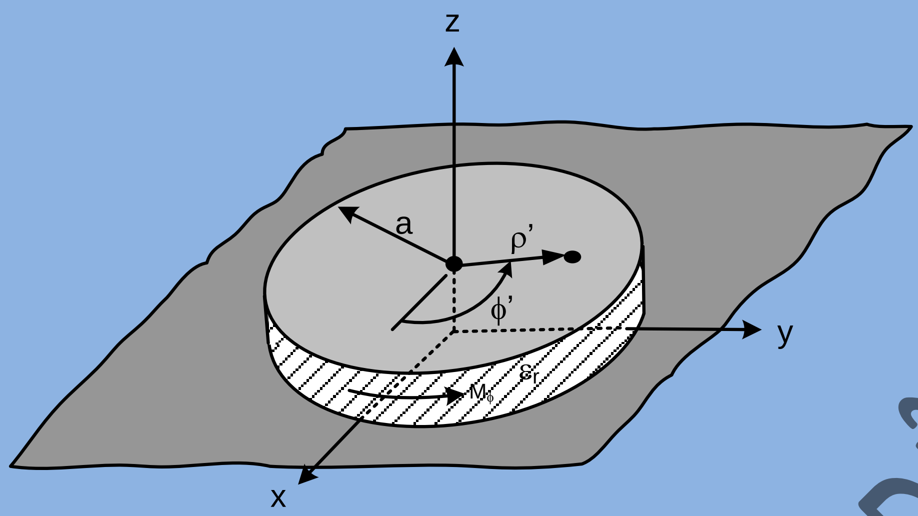
$$a = \frac{F}{\left\{1+\frac{2h}{\pi\varepsilon_r F}\left[\ln\left(\frac{\pi F}{2h}\right)+1,7726\right]\right\}^{1/2}} = 0,525\text{cm}$$

7.3.4. Mật độ dòng tương đương và trường phát xạ

Cũng giống như đối với miếng vá chữ nhật sử dụng mô hình tương đương. Để tìm trường phát xạ bở anten miếng vá tròn ta cầntìm mật độ dòng dựa trên nguyên lý tưng đương. Theo nguyên lý này, điện trườngtrên vách của miếng vá tròn đượct hay mằng mật độ doàng từ tương đương giống trong như phương trình (7.18)

$$\vec{M}_s = -2\vec{n}\times\vec{E}_a \qquad (7.77)$$

Mật độ dòng từ trong trường hợp này được thể hiện trên hình 7.21.



Hình 7.21. Mô hình hốc cộng hưởng và mật độ dòng từ tương đương đối với anten vi dải miếng vá tròn.

Dựa trên (7.68) và (7.70) và giả thiết phân bố trường bến trong miếng vá tròn tuântheo chế độ TM^z_{110} ta được các thành phần chuẩn hóa bên trong hốc đối với các thay đổi hàm cosin góc phương vị như sau:

$$E_\rho = E_\phi = H_z = 0 \qquad (7.78a)$$

$$E_z = E_0 J_1(k\rho')\cos\phi' \qquad (7.78b)$$

$$H_\phi = j\frac{E_0}{\omega\mu}\frac{1}{\rho}J_1^{'}(k\rho')\cos\phi' \qquad (7.78c)$$

$$H_\rho = j\frac{E_0}{\omega\mu}\frac{1}{\rho}J_1(k\rho')\sin\phi' \qquad (7.78d)$$

Trong đó '=∂/∂ρ và ϕ' là góc phương vị theo chu vi của miếng vá.
Sử dụng các phương trình (7.77) và (7.78b) tại vành ngoài của đĩa (ρ'=a_e), ta có thể tìm được mật độ dòng từ tương đương như sau:

$$\vec{M}_s = -2\vec{n}\times\vec{E}_a\Big|_{\rho'=a_e} = \vec{a}_\phi 2E_0J_1(ka_e)\cos\phi' \qquad (7.79)$$

Vì chiều cao của lớp nền rất nhỏ và mật độ dòng từ đều dọc trục z, nên mật độ dòng từ trong (7.79) có thể được xấp xỉ hóa dòng từ như dòng của một sợi nhỏ như sau:

$$\vec{I}_M = h\vec{M}_s = \vec{a}_\phi 2hE_0J_1(ka_e)\cos\phi' = \vec{a}_\phi 2V_0\cos\phi' \qquad (7.80)$$

Trong đó $V_0 = 2hE_0J_1(ka_e)$ tương ứng với I_m tại ϕ'=0.

Từ phân tích trên ta có thể coi anten vi dải tròn như là một xuyến từ có dòng từ I_M được phân bố theo (7.80). Sử dụng phương pháp tính toán trường phát xạ trong chương 5 ta được trường phát xạ tại vùng xa như sau:

$$E_r=0 \tag{7.81a}$$

$$E_\theta = -j\frac{k_0 a_e V_0 e^{-jk_0 r}}{2r}\left(\cos\phi J'_{02}\right) \tag{7.81b}$$

$$E_\phi = j\frac{k_0 a_e V_0 e^{-jk_0 r}}{2r}\left(\cos\theta\sin\phi J_{02}\right) \tag{7.81c}$$

$$J'_{02} = J_0(k_0 a_e \sin\theta) - J_2(k_0 a_e \sin\theta) \tag{7.81d}$$

$$J_{02} = J_0(k_0 a_e \sin\theta) + J_2(k_0 a_e \sin\theta) \tag{7.81e}$$

Trong đó a_e là bán kính hiệu dụng được xác định theo (7.74).
Trường trong các mặt phẳng chính được rút gọn còn:

Mặt phẳng E ($\phi=0^0$, 180^0, $0^0\le\theta\le90^0$)

$$E_\theta = -j\frac{k_0 a_e V_0 e^{-jk_0 r}}{2r}\left(J'_{02}\right) \tag{7.82a}$$

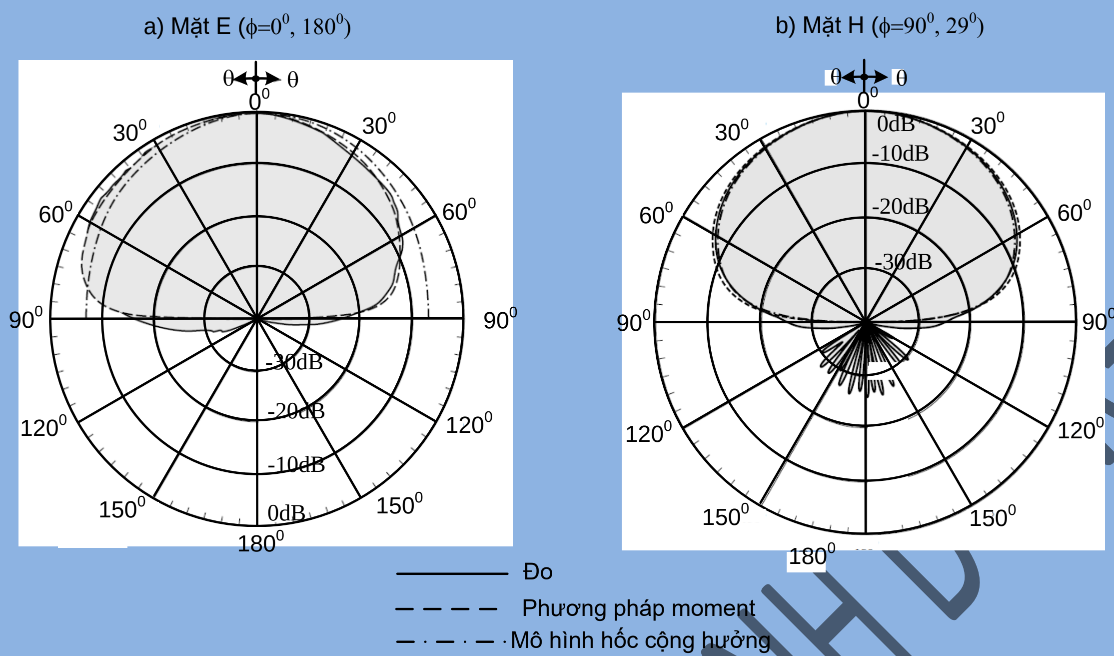
$$E_\phi=0 \tag{7.82b}$$

Mặt phẳng H ($\phi=90^0$, 270^0, $0^0\le\theta\le90^0$)

$$E_\theta=0 \tag{7.83a}$$

$$E_\phi = j\frac{k_0 a_e V_0 e^{-jk_0 r}}{2r}\left(\cos\theta J_{02}\right) \tag{7.83b}$$

Mẫu phát xạ cho miếng vá tròn theo thí dụ thiết kế được xét trong thí dụ ở mục 7.3.3 được vẽ trên 7.22, trong đó có so sánh với đo thực tế và phương pháp tính theo moment.



Hình 7.22. Mẫu phát xạ anten vi dải miếng vá tròn được vẽ theo ba phương pháp: đo, moment và mô hình hốc cộng hưởng trong mặt phẳng: a) E và b)H.

7.3.5. Điện điện dẫn và tính hướng

Sử dụng các phương trình (7.81b) và (7.81c) , ta tính được cường độ phát xạ của miếng vá tròn như sau:

$$U = r^2 \prod = r^2 \frac{\left|E_\theta\right|^2 + \left|E_\phi\right|^2}{2Z_{w0}} = \left|V_0\right|^2 \frac{\left(k_0 a_e\right)^2}{960\pi}\left(\cos^2\phi J_{02}^{'2} + \cos^2\theta \sin^2\phi J_{02}^2\right) \qquad (7.84)$$

Sử dụng phương trình (7.84), ta tính được công suất phát xạ theo mô hình hốc cộng hưởng như sau:

$$P = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} U.\sin\theta d\theta d\phi$$

$$= \left|V_0\right|^2 \frac{\left(k_0 a_e\right)^2}{960\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}\left[\cos^2\phi J_{02}^{'2} + \cos^2\theta \sin^2\phi J_{02}^2\right]\sin\theta d\theta d\phi \qquad (7.85)$$

Sử dụng các phưng trình lượng giác sau:

$\sin^2\phi = (1-\cos2\phi)/2$, $\cos^2\phi = (1+\cos2\phi)/2$

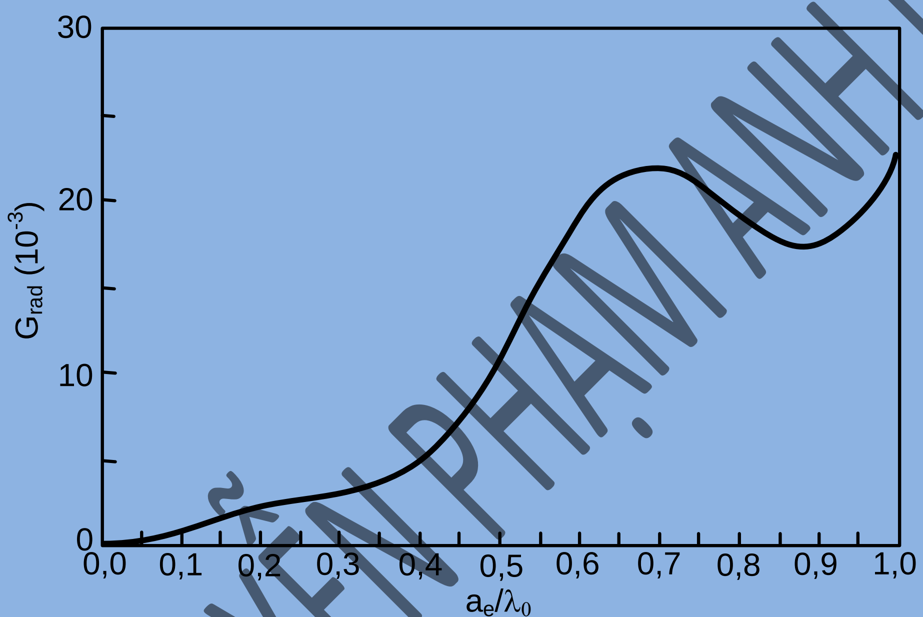
Ta có thể biến đổi (7.85) như sau:

$$P = |V_0|^2 \frac{(k_0 a_e)^2}{960} \int_0^{\pi/2} \left[J_{02}^{'2} + \cos^2\theta J_{02}^2 \right] \sin\theta d\theta \quad (7.86)$$

Sử dụng (7.86) ta tính được điện dẫn trên khe giữa miếng và và đất tại ϕ'=0^0 như sau:

$$G_{rad} = \frac{2P}{|V_0|^2} = \frac{(k_0 a_e)^2}{480} \int_0^{\pi/2} \left[J_{02}^{'2} + \cos^2\theta J_{02} \right] \sin\theta d\theta \quad (7.87)$$

Hình vẽ điện dẫn theo (7.87) đối với chế độ TM_{110}^z được thể hiện trên hình 7.23.



Hình 7.23. Điện dẫn phát xạ phụ thuộc vào bán kính hiệu dụng đối với anten vi dải miếng vá tròn làm việc trong chế độ TM_{110}^z**.**

Phương trình (7.87) chưa xét đế các tổn hao dẫn điện và điện môi. Các thành phần điện dẫn này được tính như sau:

$$G_c = \frac{\varepsilon_{m0}\pi(\pi\mu_0 f_r)^{-3/2}}{4h^2\sqrt{\sigma}} \left[(ka_e)^2 - m^2 \right]$$

$$G_d = \frac{\varepsilon_{m0} \tan\delta}{4\mu_0} \left[(ka_e)^2 - m^2 \right]$$

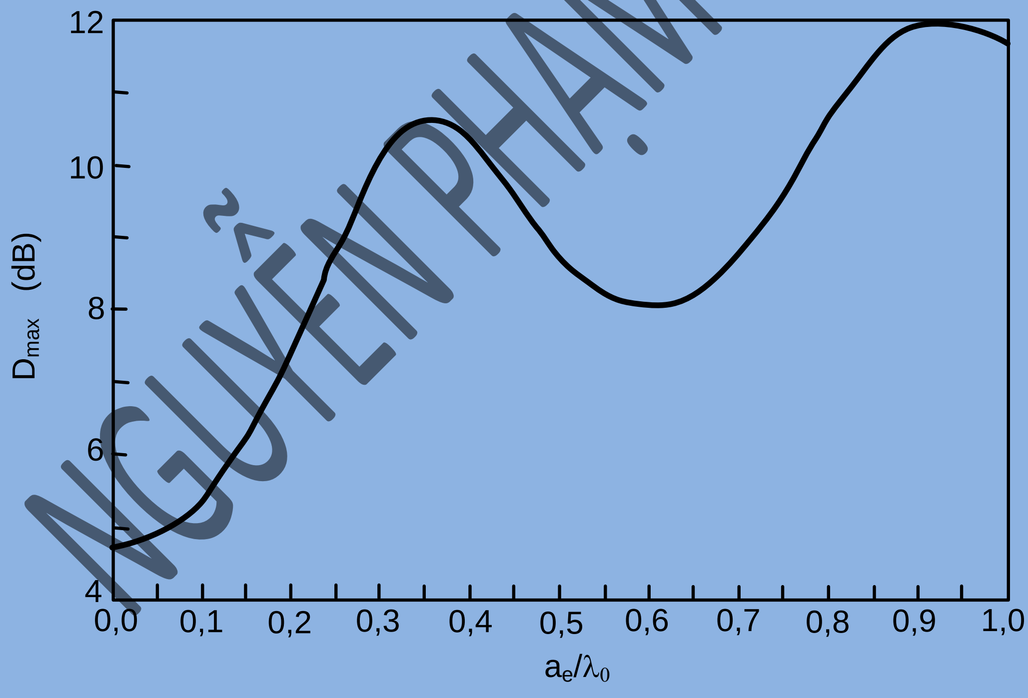
Trong đó ε_{m0}=2 đối với m=0, ε_{m0}=1 đối với m≠0, f_r là tần số cộng hưởng của chế độ mn0. Như vậy tổng điện dẫn bằng:

$$G_t=G_{rad}+G_c+G_d$$

Tính hướng được tính theo (7.75), (7.84) và (7.85) như sau:

$$D_{max}=\frac{U_{max}}{U_I}=\frac{4\pi U_{max}}{P}=\frac{4\pi|V_0|^2\frac{(k_0a_e)^2}{960\pi}}{\frac{1}{2}|V_0|^2G_{rad}}=\frac{(k_0a_e)^2}{120G_{rad}} \qquad (7.87)$$

Hình vẽ tính hướng của chế độ cơ bản TM^z_{110} phụ thuộc vào bán kính đĩa được thể hiện trên hình 7.24. Đối với bán kính rất nhỏ, tính hướng tiến đến 3 (4,8dB) gần giống với tính hướng một khe của miếng vá chữ nhật theo phương trình (7.41) cho trường hợp W<<λ_0.



Hình 7.24. Tính hướng của chế độ cơ bản TM^z_{110} phụ thuộc vào bán kính đĩa được.

7.4. HỆ SỐ CHẤT LƯỢNG, BĂNG THÔNG VÀ HIỆU SUẤT

Hệ số chất lượng, băng thông và hiệu suất là các số đo phẩm chất của anten. Chúng liên quan đến nhau và không thể chỉ tối ưu mọt trong số chúng. Vì thê cần cân đối chúng để được một anten tối ưu. Tuy nhiên thường thì cần tối ưu một số đo nói trên trong khi giảm hiệu năng của các số đo cnf lại.

Hệ số chất lượng là số đo phẩm chất thể hiện tổn hao của anten.Thông thường có các tổn hao sau do: phát xạ, dẫn điện (Ôm) điện môi và sóng mặt. Hệ số chát lượng tổng chịu ảnh hưởng của tất cả các tổn hao nói trên và được biểu diễn như sau:

$$\frac{1}{Q_t} = \frac{1}{Q_{rad}} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_{sw}} \qquad (7.88)$$

Trong đó

Q_t là hệ số chất lượng tổng
Q_{rad} là hệ số chất lượng do tổn hao phát xạ (sóng không gian)
Q_c là hệ số chất lượng do tổn hao dẫn điện
Q_d là hệ số chất lượng do tổn hao điện môi
Q_c là hệ số chất lượng do tổn hao sóng mặt

Đối với các lớp nền rất mỏng, tổn hao do sóng mặt rất nhỏ. Tuy nhiên đối với các lớp nền dầy hơn, cần phải xét đến chúng. Có thể loại bỏ các tổn hao này bằngcách sử dụng các hốc cộng hưởng.

Đối vớicác lớp nền rất mỏng ($h<<\lambda_0$) của bất kỳ hình dạng nào (chữ nhật, tròn …), các hệ số chất lượng có thể được biểu diễn gần đúng như sau:

$$Q_c = h\sqrt{\pi f \mu \sigma} \qquad (7.89)$$

$$Q_d = \frac{1}{\tan\delta} \qquad (7.90)$$

$$Q_{rad} = \frac{2\omega\varepsilon_r}{hG_t/\ell}K \qquad (7.91)$$

Trong đó tanδ là tang tổn hao của vật liệu mặt, σ là độ dẫn điện của vật dẫn điện liên quan đến miếng vá và mặt đất, G_t/ℓ là tỏng điện dẫn trên một đơn vị chiều dài của miệng mở phát xạ.

$$K = \frac{\iint\limits_S |E|^2 \, dS}{\oint\limits_\Gamma |E|^2 \, d\ell}, \text{ S là diện tích và } \Gamma \text{ là chu vi.} \qquad (7.92)$$

Đối miệng mở chữ nhật làm việc tại chế độ TM^x_{010}

$$K=1/4 \qquad (7.93)$$

$$G_t / \ell = \frac{G_{rad}}{W} \qquad (7.94)$$

Q_{rad} trong (7.91) tỷ lệ nghịch với chiều cao của lớp nền và đối với lớp nền rất mỏng thường đóng vai trò hệ số cơ bản.

Băng thông một phần của anten tỷ lệ nghịch với Q_t của anten và được xác định như sau :

$$FBW = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q_t} \qquad (7.95)$$

Trong đó f_0 là tần số trung tâm và Δf là băng thông.

Tuy nhiên (7.95) ít hữu ích vì không xét đến phối hợp điện kháng tại các đầu vào của anten. Vì thế định nghĩa hữu ích hơn cho băng thông một phần là băng thông của toàn bộ các tần số mà ở đó VSWR (Voltage Standing Wave Ratio : tỷ lệ sóng đứng điện áp) tại các kết cuối đầu vào bằng hoặc nhỏ hơn một giá trị cực đại mong muốn với giả thiết là VSWR bằng 1 tại tần số thiết kế. Dạng biến đổi của (7.95) xét đến phối kháng như sau :

$$FBW = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{VSWR - 1}{Q_t \sqrt{VSWR}} \qquad (7.96)$$

Tổng quát băng thông tỷ lệ với thể tích của anten vi dải. Đối với anten vi dải chữ nhật băng thôngđược biểu diễn như sau :

BW~thể tích=diện tích. chiều cao= chiều dài.chiều rộng.chiều cao

$$\sim \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{7.97}$$

Đối với anten vi dải, Hiệu suất anten có thể được định nghi]i thôngqua các hệ số chất lượng như sau :

$$e_{cdsw} = \frac{1/Q_{rad}}{1/Q_t} = \frac{Q_t}{Q_{rad}}$$

Hiệu suất phụ thuộc vào chiều cao lớp nền đối với anten vi dải cho hai trường lớp lớp nền khác nhau đượct hể hiệntrên hình 7.25.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. John Litva and Kwwok Yeung "Beamforming in Wireless Communications". Artech House, 1996
2. Robert E. Collin "Antennas and Radiowave Propagation". MCgraw Hill, 1985
3. Donald G. Duley "Antenna Theory and Design". John Willey and Sons", 2003
4. Samuel Silver "Microwave Antenna Theory and Design". MCgraw Hill, 1945
5. John D. Kraus "Antennas". MCgraw Hill, 1950
6. Sophoscle J. Orphannidis "Electromagnetic Waves and Antennas". Ragers Universit, 2008
7. Constantin A,Bananis "Antenna Theory: Analysis and Design". John Willey and Sons", 2005
8. Marko Sonkki "Wideband and Multielement Antennas for Mobile Application". Universit of Oulu, 2013
9. Thomas A. Milligan "Modern Antenna Design". John Willey and Sons", 2005
10. Hubegert J. Visser "Array and Phased Array Antenna Basics". John Willey and Sons", 2005
11. "Advanced Antenna Systems for 5G", 5G Americas White Paper, 8/2019
12. Andreas F. Molisch and Others "Hybrid Beamforming for Massive MIMO –A Survey", arXive: 1609 v2, 4/2017
13. Peter von Butovitsch and Others "Advanced antenna systems for 5G networks", Ericsson white paper, 2018
14. 3GPP TS 37.145-2 V16.4.0 "LTE; Active Antenna System (AAS) Base Station (BS) conformance testing", 9/2020
15. Nabil AKDIM "Beamforming Techniques for mmWave Hybrid Analog-Digital Transceivers", Doctor Thessis, Paris-Saclay university, 12/2021.